

ÁREA: CONTROL

CÁTEDRA: Sistemas de Control

Guía N° 4: ANALISIS DE SISTEMAS MEDIANTE EL PLANO DE FASE

N°1:

Estudie el régimen libre ($X=0$) del servomecanismo de posición cuyo esquema funcional se muestra en la figura. Considere que para $t=0$ se tiene:

$$y = y_0 < 0$$

$$\dot{y} = 0$$

a) - Escriba la ecuación diferencial de la señal de error e en función de ω_0 y del coeficiente de amortiguamiento ξ . Defina las siguientes variables de estado:

$$X_1 = e$$

$$X_2 = \frac{\dot{e}}{\omega_0}$$

b) - Sean:

$$J = 6.25 \cdot 10^{-3} \text{ [J} \cdot \text{s}^2 \text{]}$$

$$f = 10^{-2} \text{ [J} \cdot \text{s}^2 \text{]}$$

$$K = 10$$

Conservando las variables de estado elegidas anteriormente, construir las trayectorias de fase utilizando el método de las isoclinas para los casos en que:

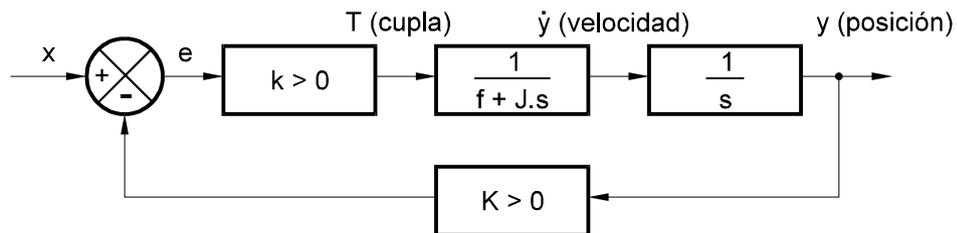
$$k = 10^{-4} \left[\frac{\text{J}}{\text{V}} \right]$$

$$k = 10^{-2} \left[\frac{\text{J}}{\text{V}} \right]$$

Qué se obtiene si $f = 0$?

Qué se obtiene si $k < 0$?

Indicar como se comporta el sistema si $x(t) = a \cdot U(t)$.



N°2:

El siguiente sistema de ecuaciones representa un sistema no lineal de segundo orden.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 - \text{signo}(x_2) \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + \text{signo}(x_1) \cdot [\text{signo}(x_2) + 1] \end{cases}$$

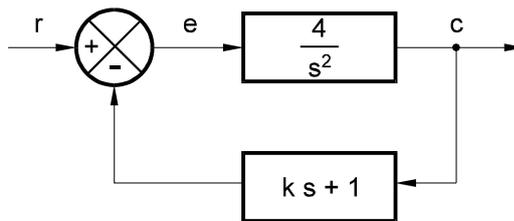
- Representar el sistema con un diagrama en bloques.
 - Determinar los puntos singulares y analizar el comportamiento en su entorno.
 - Bosquejar el plano de fase para diferentes condiciones iniciales.
-

N°3:

Para el sistema mostrado en la figura, dibujar el campo de isoclinas y las trayectorias de fase en el plano (e, \dot{e}) para el caso en que:

- $K = 0$
- $K = 1$

Suponer que la entrada $r(t) = 0$ para $t > 0$.

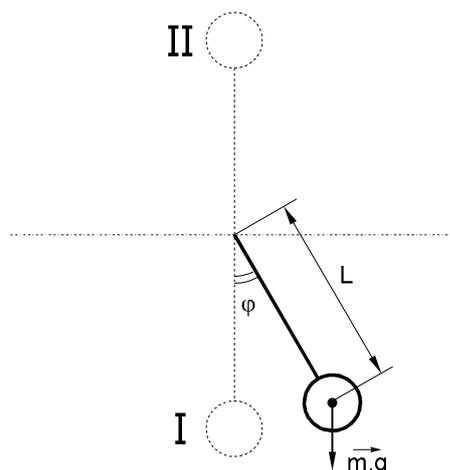


N°4:

Para el péndulo mostrado en la figura siguiente:

- Escribir las ecuaciones de estado que lo caracterizan.
- Determinar los puntos de equilibrio del sistema.
- Hallar la dinámica del sistema para pequeñas perturbaciones entorno de los puntos de equilibrio.
- Determinar las trayectorias de fase del sistema sin linealizar, resolviéndolo analíticamente.
- Dibujar las trayectorias de fase y analizar los resultados obtenidos.

Considérese: $g/L = 1$



N°5:

Considérese un sistema de control no lineal, como se muestra en la figura, donde $G_p = 1/(s \cdot (s+1))$ y la alinealidad definida según la gráfica.

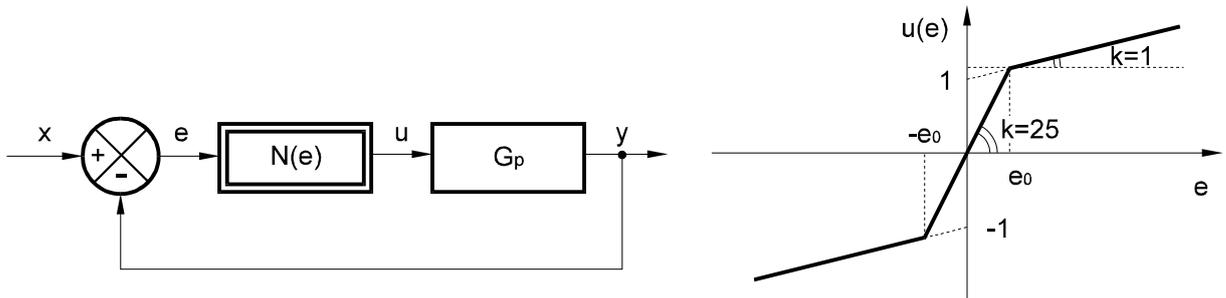
a) - Estudiar la trayectoria de fase en el plano de coordenadas (e, \dot{e}) . Determinar la naturaleza del punto singular, distinguiendo tres casos:

$$e > e_0$$

$$e < -e_0$$

$$|e| < e_0$$

b) - Analizar el comportamiento del sistema si $f(e) = 0$ para $e < 0$.



N°6:

En el sistema indicado a continuación:

a) - Determinar las trayectorias de fase cuando se excita al sistema con una función escalón $x = x_0$. $u(t)$ y éste se encuentra inicialmente en reposo. Analice los tres casos posibles:

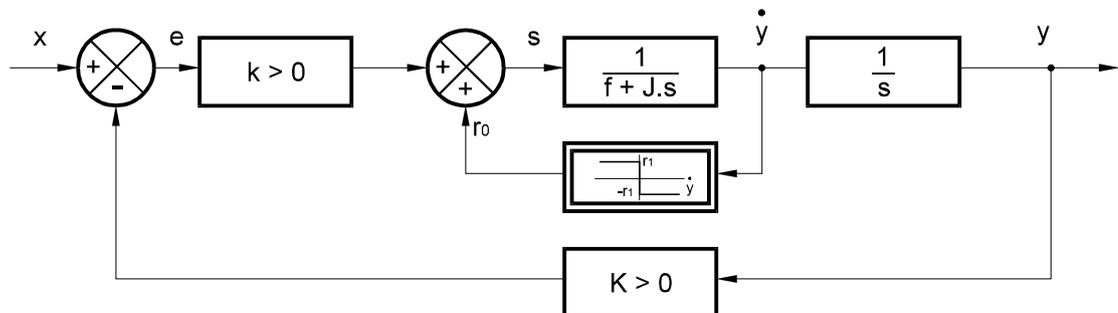
$$\dot{y} > 0$$

$$\dot{y} < 0$$

$$\dot{y} = 0$$

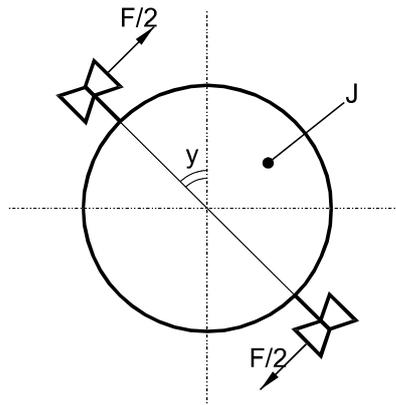
Considérese además que el amortiguamiento del sistema es $\xi = 0.5$.

b) - Graficar las trayectorias obtenidas.



N°7:

Sea el sistema de control de posición para satélite mostrado en la figura.



- a) - Determinar las trayectorias de fase del sistema en régimen libre. Elegir como variables:

$$X_1 = \frac{e}{\gamma}$$

$$X_2 = \frac{\dot{e}}{\gamma}$$

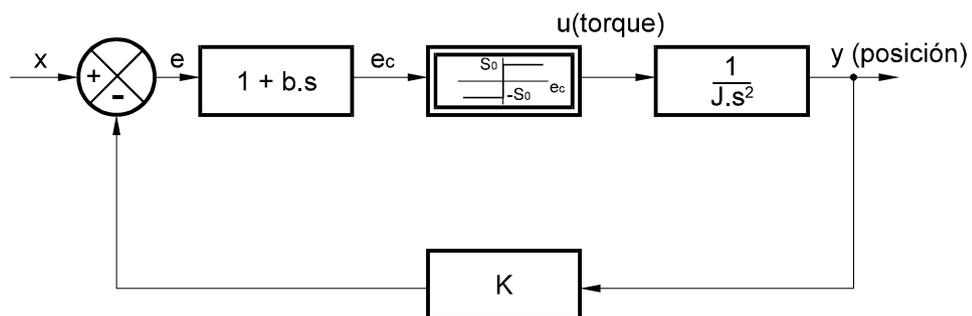
donde:

J =momento de inercia
 r =radio del satélite)

$$\gamma = K \frac{S_0}{J}$$

$$S_0 = F r$$

- b) - Indicar qué parte del plano corresponde a $u = S_0$ y a $u = -S_0.K$
 c) - Cómo se comporta el sistema si $b < 0$?



N°8:

En el sistema de masa y resorte mostrado:

- a) - Escribir las ecuaciones diferenciales que lo representan. Considerar que la fuerza de rozamiento tiene la característica linealizada que se indica, observando que consta de dos términos: el rozamiento estático para $\dot{y} = 0$ y el dinámico que es una función de \dot{y} .
 b) - Representar al sistema mediante un diagrama en bloques.
 c) - Determinar las trayectorias de fase. Considerar que $x = X + v.t$. Elegir como abscisas y ordenadas del plano de fase: $X_1 = x - y$, y $X_2 = \dot{y}$ respectivamente.

d) - Hallar los puntos singulares.

Para los dos últimos incisos adoptar:

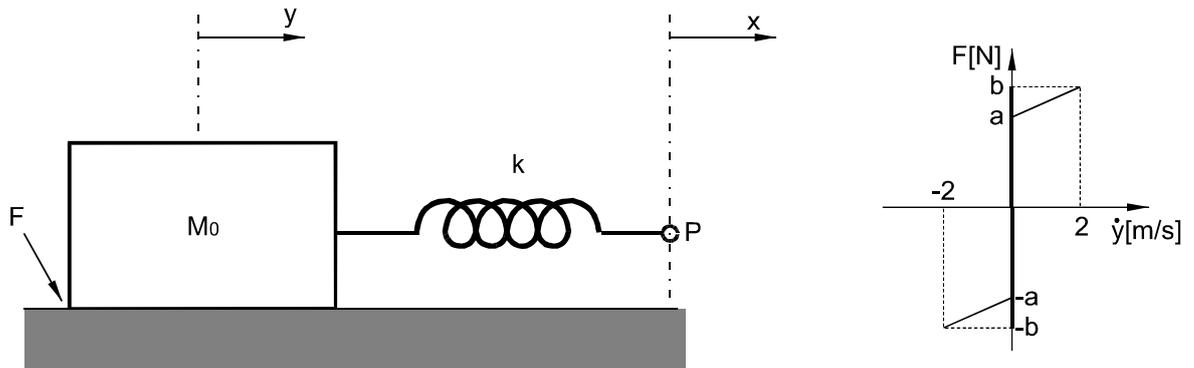
$$|K| = |M| = 1$$

$$a = 1[\text{Newton}]$$

$$b = 2[\text{Newton}]$$

$$v = 1.75[\text{m/s}]$$

e) - Extraer conclusiones de los resultados obtenidos.



N°9:

Dado el circuito no lineal de la figura, construir el plano de fase (e, \dot{e}) para tres valores diferentes de la señal de entrada:

$$V_i(t) = 6u(t)$$

$$V_i(t) = -6u(t)$$

$$V_i(t) = 0$$

Definir para ello: $K = R/(9R+R) = 1/10$

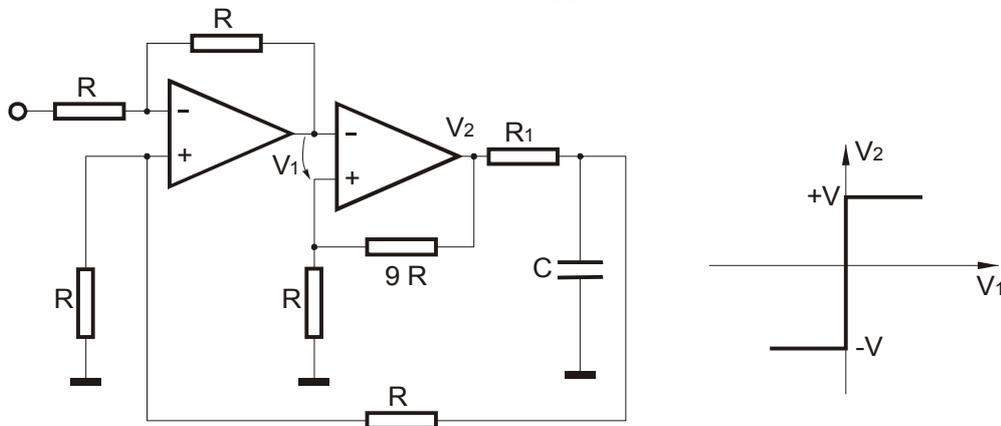
Para graficar adoptar $V = 20V$

¿El sistema es estable? ¿El error está acotado? ¿Presenta ciclo límite? ¿Cómo es la salida V_2 del comparador en función del tiempo? ¿Cómo es el error $e(t)$ en función del tiempo? Graficar.

$$R_1 = 10 \text{ K}\Omega$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$R = 1 \text{ M}\Omega$$



N°10:

Dado el siguiente circuito:

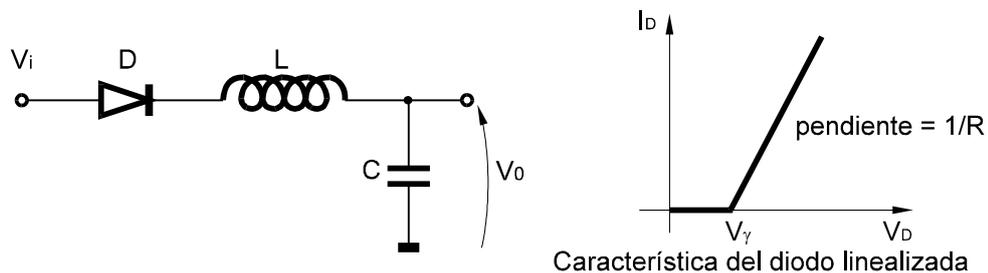
a) - Realizar el plano de fase de coordenadas (V_0, \dot{V}_0) .

b) - A partir del mismo estimar el valor de V_0 en régimen permanente. Suponer que la entrada al circuito es un escalón de amplitud V y que las condiciones iniciales son nulas.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\omega_0\xi = \frac{R}{L}$$

$$\xi \ll 1$$



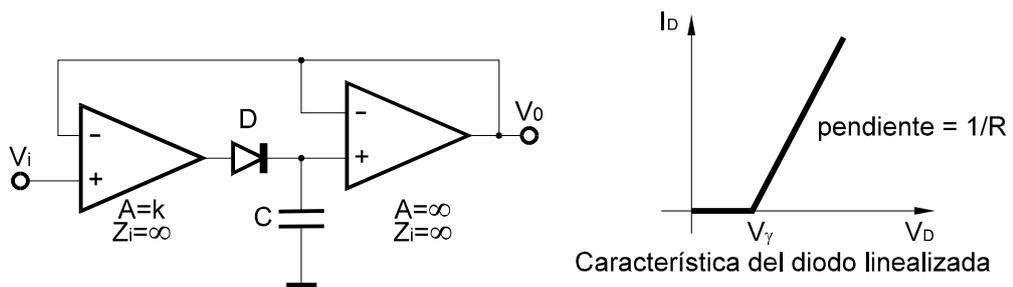
N°11:

Para el siguiente circuito determinar:

a) - El plano de fase $\dot{e} = f(e)$, donde $e = (V_i - V_0)$.

b) - Calcular el error en régimen permanente.

Considerar que la tensión inicial en el capacitor es nula y se aplica en la entrada un único escalón de amplitud V .



N°12:

El circuito que se muestra en la figura es la etapa de potencia de un convertidor CC/CC tipo buck o forward, que utiliza un llave resonante constituida por el SCR, el diodo D_1 y los componentes reactivos C_R y L_R . Para analizar su funcionamiento, considerar que:

- $L_0 \gg L_R$ de modo tal que se puede suponer a los fines prácticos, que por L_0 circula una corriente constante de valor I_0 .
- Las condiciones iniciales son nulas para C_R y L_R .
- La corriente I_0 circula en $t = 0$ por el diodo D_2 .

- Los dispositivos activos en conducción presentan caída de tensión nula entre sus terminales.
- En el instante $t = 0$ se aplica al SCR un pulso en su gate de un ancho T_w tal, que lo lleva al estado de cebado pero de duración menor que un medio período de la oscilación de L_R y C_R . Es decir que:

$$T_{ON} < T_w < \pi\sqrt{L_R C_R}$$

- Es conveniente realizar el análisis del circuito, dividiéndolo en 4 subcircuitos, de acuerdo con el estado de conducción de los dispositivos activos, D_1 , D_2 y T_H .
- Suponer que: $V/Z_n > I_0$.

- Efectuar un análisis temporal del funcionamiento del sistema y hallar las ecuaciones que gobiernan la tensión en C_R y la corriente por L_R para cada una de las cuatro etapas.
- Construir un diagrama temporal que muestre los resultados del inciso anterior y denotar los valores más importantes. Analizar el efecto de una variación en el valor de I_0 .
- Construir el plano de fase del sistema, utilizando como variables las siguientes:

$$X_1 = V_{C_R}(t)$$

$$X_2 = I_{L_R}(t)$$

Considerar que:

$$Z_n = \sqrt{\frac{L_R}{C_R}}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_R C_R}}$$

- Establecer una correspondencia entre cada segmento del plano de fase y las ecuaciones obtenidas en el análisis temporal.
- De acuerdo con los resultados obtenidos deducir la forma que tendría el plano de fase si se eliminara del circuito el diodo D_1 .

