

Nov / 12

REGULADOR DE VELOCIDAD MOTOR DC

Construir un regulador de velocidad $\omega_N < \omega < \omega_N$ con un sistema de control de modo tal que la tensión y corriente de armadura en régimen permanente, sean las nominales.

El error de velocidad en régimen permanente debe tender a cero

La excitación del motor es en derivación.

Si al sistema en lazo cerrado se le aplica una referencia en escalón que asegure la velocidad nominal, el transitorio de corriente de armadura deberá ser igual al obtenido al aplicar al motor con carga nominal, un escalón de tensión de armadura igual al nominal.

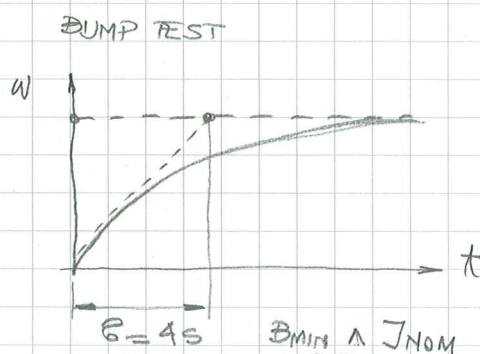
• Variación en tensión de excitación = $\Delta V_s / V_s \leq 5\%$

$$\begin{aligned} V_A &= 48V \\ \omega_N &= 2050 \text{ RPM} \\ P_N &= 1/20 \text{ HP} \end{aligned}$$

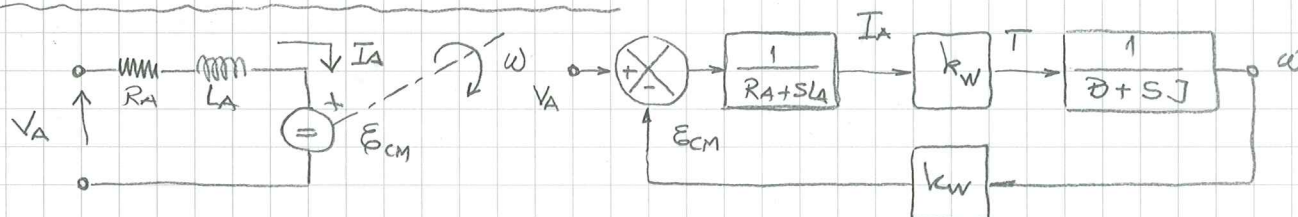
DATOS DE
CHAPA

$$\begin{aligned} R_A &= 7\Omega @ 20^\circ\text{C} \\ L_A &= 44\text{mH} \end{aligned}$$

DATOS MEDIDOS.



MODELO MOTOR DC EXCITADO EN DERIVACION



① - Cálculo de la corriente nominal de armadura:

$$P_N = I_{AN} \cdot E_{CM_N} = I_{AN} \cdot V_{AN} - I_{AN}^2 \cdot R_A \Rightarrow I_{AN}^2 R_A - I_{AN} \cdot V_{AN} + P_N = 0$$

$$\Rightarrow I_{AN} = \frac{V_{AN} \pm \sqrt{V_{AN}^2 - 4R_A \cdot P_N}}{2 \cdot R_A} = \begin{cases} 5.9A \\ 0.91A \end{cases} \Rightarrow \boxed{I_{AN} = 0.91A}$$

② - Cálculo de la constante del motor k_w :

$$P_N = \omega_N \cdot T_m = \omega_N \cdot I_{AN} \cdot k_w \Rightarrow k_w = \frac{P_N}{\omega_N \cdot I_{AN}} = \frac{1/20 \text{ HP} \cdot (746 \text{ W/HP})}{0.91A \cdot \frac{2050}{60} \times 2\pi \left[\frac{1}{s} \right]} = 0.191 \frac{Vs}{\text{rad}}$$

$$\boxed{k_w = 0.19 \left[\frac{V \cdot s}{\text{rad}} \right]}$$

$T_m = \text{cupla motora}$

Nov/12

③ - Cálculo del rozamiento:

$$T_{MSS} = \frac{P_N}{\omega_N} = B \cdot \omega_N \Rightarrow B_N = \frac{P_N}{\omega_N^2} = \frac{1/20 \text{ HP} \cdot 746 \text{ W/HP}}{\left(\frac{2050}{60} \cdot 2\pi \frac{\text{r}}{\text{s}}\right)^2} = \frac{8.09 \text{ Js}}{10^4 \text{ rad}} \rightarrow B_N = 8.1 \times 10^{-4} \frac{\text{Js}}{\text{rad}}$$

rozamiento nominal (máximo)

El rozamiento mínimo durante el test, es decir a rotor libre, vale: $B_T = B_{MIN}$

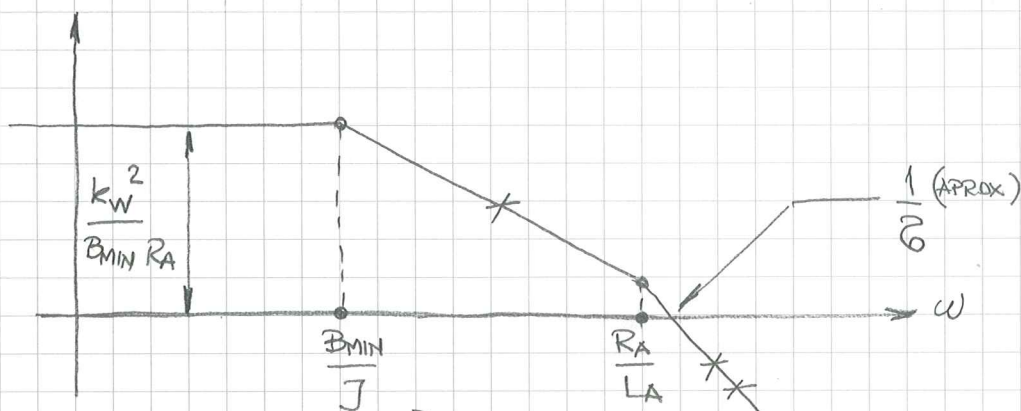
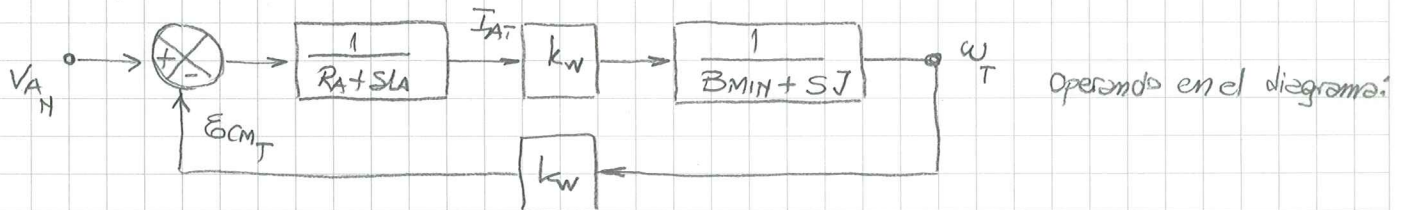
$$B_{MIN}, \omega_T = I_{AT} \cdot k_W \Rightarrow B_{MIN} = \frac{I_{AT} \cdot k_W}{\omega_T} = \frac{I_{AT} \cdot k_W}{(V_{AN} - I_{AT} \cdot R_A)/k_W} = \frac{I_{AT} \cdot k_W^2}{V_{AN} - I_{AT} \cdot R_A}$$

$$B_{MIN} = \frac{0.25A \cdot (0.19 [\text{V.s/rad}])^2}{48V - 0.25A \cdot 7\Omega} = 2 \times 10^{-4} \left[\frac{\text{Js}}{\text{rad}} \right]$$

En consecuencia: $B_{MIN} = 2 \times 10^{-4} [\text{J.s/rad}] \quad B_{MAX} = 8.1 \times 10^{-4} [\text{J.s/rad}]$

④ - Cálculo del momento de inercia del motor:

Se supone constante e igual al obtenido en el test = rotor libre.



$$\frac{k_W^2}{B_{MIN} \cdot R_A} = \frac{(0.19 (\text{Vs/rad}))^2}{2 \times 10^{-4} \text{ Js/rad} \cdot 7\Omega} = 25.8$$

Dado que $\frac{1}{6} = \frac{1}{4s} = 0.25 \frac{\text{s}}{\text{r}} \ll \frac{R_A}{L_A}$
 se puede inferir entonces que:

$$\frac{R_A}{L_A} = \frac{7\Omega}{0.044H} = 159 \text{ r/s}$$

$$\left(\frac{B}{J}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \approx \frac{k_W^2}{B_{MIN} R_A}$$

Con lo cual: $J \approx \frac{k_w^2}{R_A} \cdot G = \frac{(0.19 \text{ [V.s/rad]})^2}{7 \Omega} \cdot 4 \text{ s} = 2 \times 10^{-2} \left[\frac{\text{J.s}^2}{\text{rad}^2} \right]$ NOV/12

$J \approx 2 \times 10^{-2} \left[\frac{\text{J.s}^2}{\text{rad}^2} \right]$ Momento de inercia del rotor

5. Transferencia del motor:

Modelo equivalente



$$\frac{\omega}{V_A}(s) = \frac{(k_w / R_A, B)}{(1 + s L_A / R_A)(1 + s J / B) + \frac{k_w^2}{R_A, B}} = \frac{(k_w / R_A, B)}{(1 + \frac{k_w^2}{R_A, B})} \cdot \frac{1}{1 + s \left[\frac{L_A + J}{R_A B} \right] \left(\frac{R_A B}{k_w^2 + R_A B} \right) + s^2 \frac{L_A J}{R_A B \left(\frac{k_w^2 + R_A B}{k_w^2} \right)}}$$

$$\frac{\omega}{V_A}(s) = \frac{1}{k_w \left(1 + \frac{R_A, B}{k_w^2} \right)} \cdot \frac{1}{1 + s \left(\frac{L_A B + J, R_A}{k_w^2 + R_A, B} \right) + s^2 \left(\frac{L_A, J}{k_w^2 + R_A, B} \right)} *$$

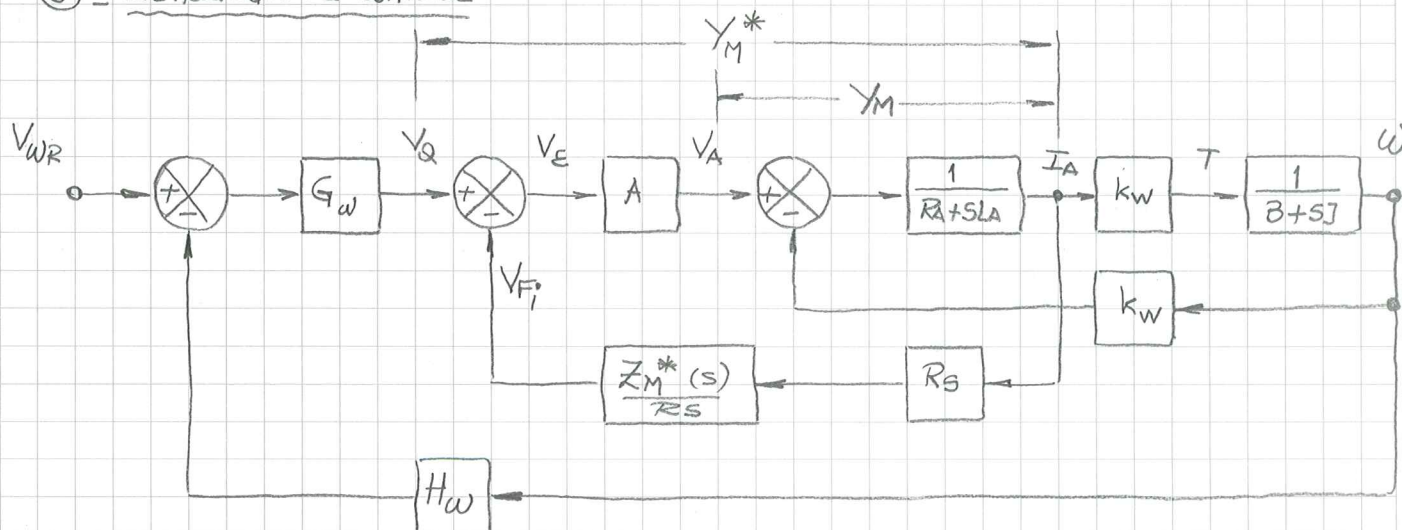
Los polos de la Transferencia del motor en lazo cerrado, resultan:

* Rotor Libre: $1 + s(3.73) + s^2(0.0235) = 0 \Rightarrow p_1 \approx -0.269 \text{ r/s} \quad p_2 \approx -158 \text{ r/s}$

* Plena Carga: $1 + s(3.35) + s^2(0.0211) = 0 \Rightarrow p_1 \approx -0.299 \text{ r/s} \quad p_2 \approx -158 \text{ r/s}$

[Prácticamente el motor tiene un polo en baja frecuencia entre $-0.27 \dots -0.3 \text{ r/s}$ y un polo en alta frecuencia en -158 r/s .

6. ESTRATEGIA DE CONTROL



Admitancia del motor: $Y_M = \frac{I_A}{V_A}(s) = \frac{1}{1 + k_w^2} \cdot \frac{1}{(B + sJ)(R_A + sL_A)}$

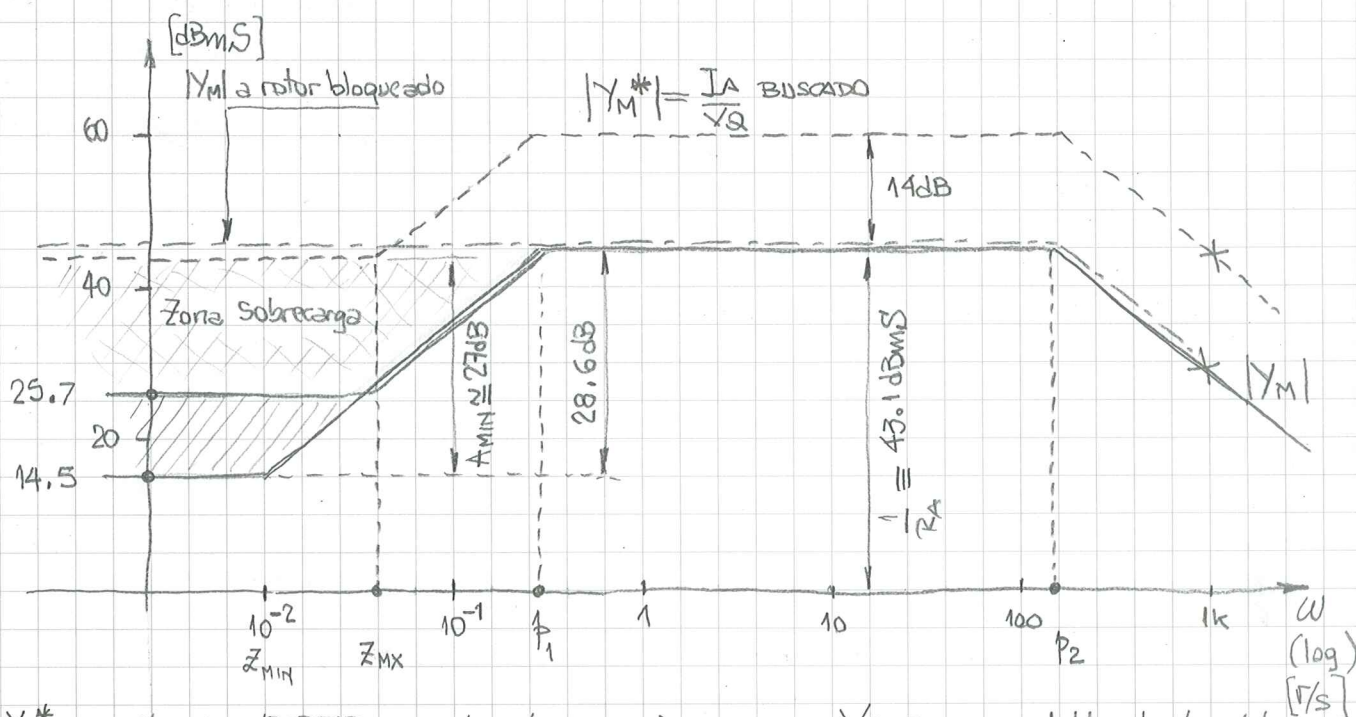
NOV /12

$$Y_M(s) = \frac{B + sJ}{(B + sJ)(R_A + sL_A) + k_w^2} = \frac{B + sJ}{k_w^2 + B \cdot R_A + s(J \cdot R_A + B \cdot L_A) + s^2 J \cdot L_A}$$

$$Y_M(s) = \left[\frac{B}{k_w^2 + B \cdot R_A} \right] \cdot \frac{(1 + sJ/B)}{1 + s \cdot \left(\frac{J \cdot R_A + B \cdot L_A}{k_w^2 + B \cdot R_A} \right) + s^2 \left(\frac{J \cdot L_A}{k_w^2 + B \cdot R_A} \right)} = \frac{B}{k_w^2 + B \cdot R_A} \frac{(1 + s/z)}{p_1(1 + s/p_2)}$$

La admitancia del motor tiene los mismos polos que la transferencia $W/V_A(s)$ más un cero. Considerando los casos extremos de funcionamiento, siendo $z = B/J$

	$\frac{B}{k_w^2 + B \cdot R_A}$	z [rad/s]	ϕ_1 [rad/s]	ϕ_2 [rad/s]	
B_{MIN}	5.3 mS (14.5 dBmS)	$\sim 10^{-2} \text{ r/s}$	-0.27 r/s	-158 r/s	ROTOR LIBRE
B_{MAX}	19.2 mS (25.7 dBmS)	$\sim 4.05 \times 10^{-2} \text{ r/s}$	-0.30 r/s	-158 r/s	PLENA CARGA



* Y_M^* resulta de ADOPTAR un valor de ganancia para que V_Q sea manejable dentro del circuito de control. Adopto:

$$|Y_M^*| \triangleq 5 |Y_M|_{MAX}$$

En estas condiciones, con $V_Q = 10 \text{ V} = V_A = 50 \text{ V}$ el efecto de 10 V en V_Q es equivalente a un escalón de 50 V en la armadura.

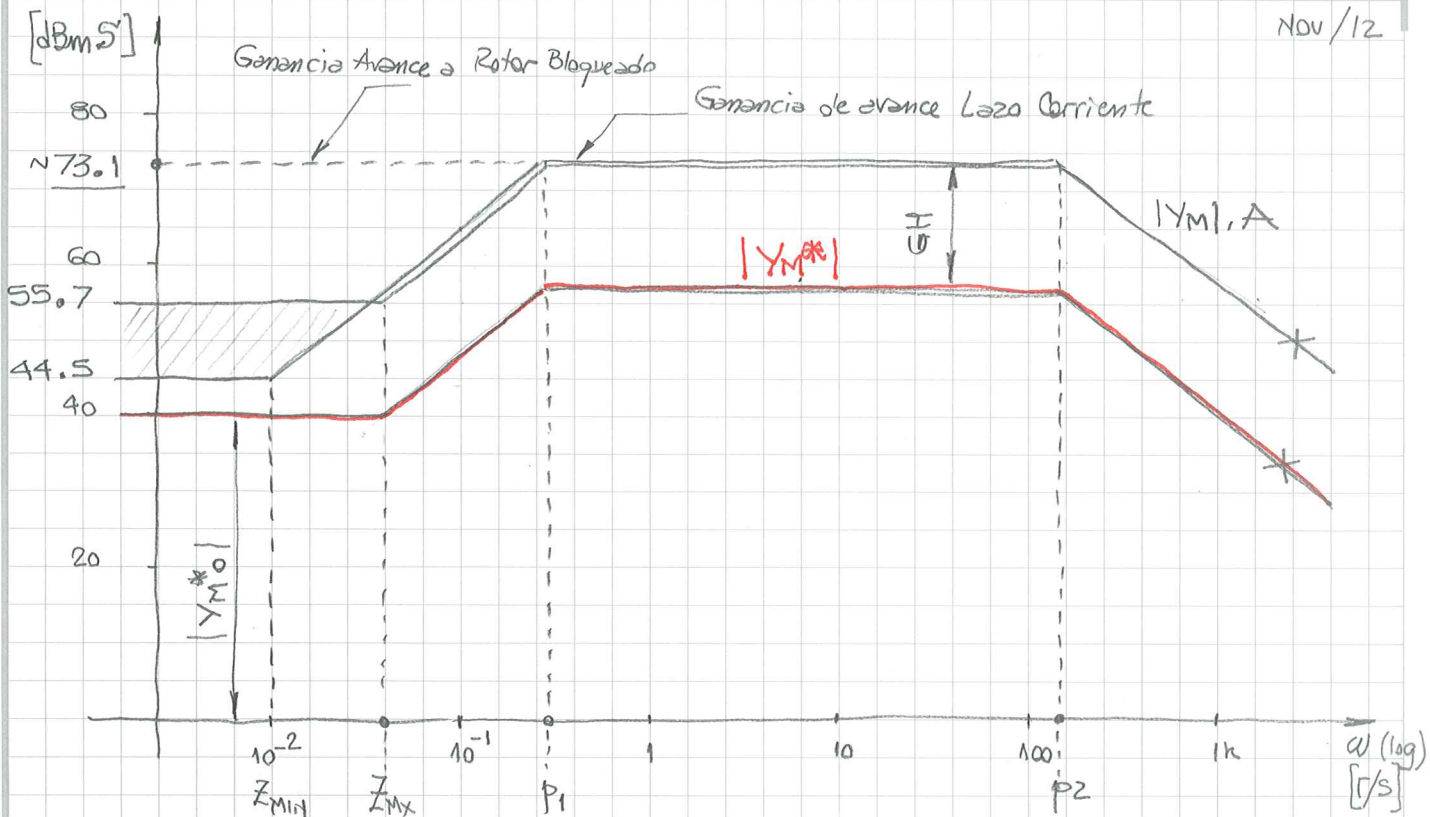
Por otra parte, la ganancia MINIMA que se requiere para que $G.H \geq 0$ es $A_{MIN} \approx 27 \text{ dB}$

Luego ADOPTO

$$A = 30 \approx 30 \text{ dB}$$

razonable para un amplificador de potencia cuyos polos no afecten $Y_M(s)$.

Nov/12



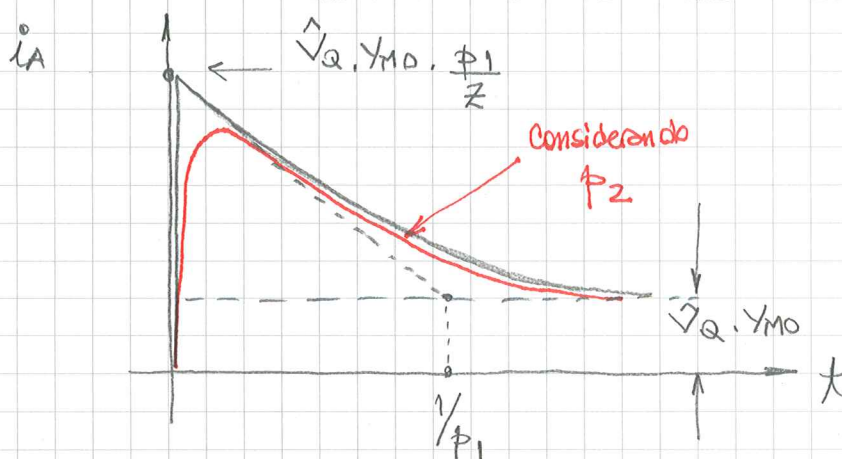
Cuando el rotor se bloquea el sistema AUMENTA EL G.H EN BAJA FRECUENCIA $\Rightarrow$ Mejora la precisión en el transitorio de corriente. El lazo de corriente es obviamente estable. Despreciando el pdo en alta frecuencia se tiene, para entrada en escalón:

$$I_A(s) = V_Q(s) \cdot Y_M^*(s) \approx \frac{\hat{V}_Q}{s} Y_{M0} \cdot \frac{(1+s/z)}{(1+s/p_1)} = \frac{\hat{V}_Q \cdot Y_{M0}}{s(1+s/p_1)} + \frac{\hat{V}_Q Y_{M0}}{z(1+s/p_1)}$$

$$= \hat{V}_Q \cdot Y_{M0} \left\{ \frac{1}{s(1+s/p_1)} + \frac{(p_1/z)}{p_1(1+s/p_1)} \right\} = Y_{M0} \cdot \hat{V}_Q \cdot \left\{ \frac{1}{s} - \frac{(1/p_1)}{(1+s/p_1)} + \frac{(p_1/z)}{p_1(1+s/p_1)} \right\}$$

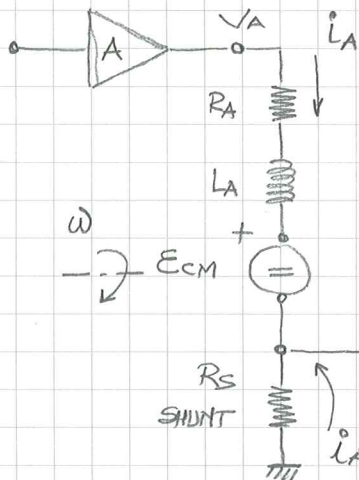
$$\Rightarrow i_A(t) = \mathcal{L}^{-1}\{I_A(s)\} = Y_{M0} \cdot \hat{V}_Q \cdot u(t) \left\{ 1 - e^{-p_1 t} + \frac{p_1}{z} \cdot e^{-p_1 t} \right\}$$

$$i_A(t) = Y_{M0} \cdot \hat{V}_Q \cdot u(t) \cdot \left\{ 1 + \frac{p_1}{z} e^{-p_1 t} - e^{-p_1 t} \right\}$$



Al agregar el polo de alta frecuencia se espera suavizar la forma del pulso de corriente.

Nov/12

* Síntesis de $\frac{Y_M^*}{R_S}$ 

Adopto R_S para sensar la corriente I_A tal que $R_S \ll R_A$ para evitar pérdidas por efecto Joule

$$R_S \cong 0.7 \Omega$$

* Notar que se requiere realimentación activa.

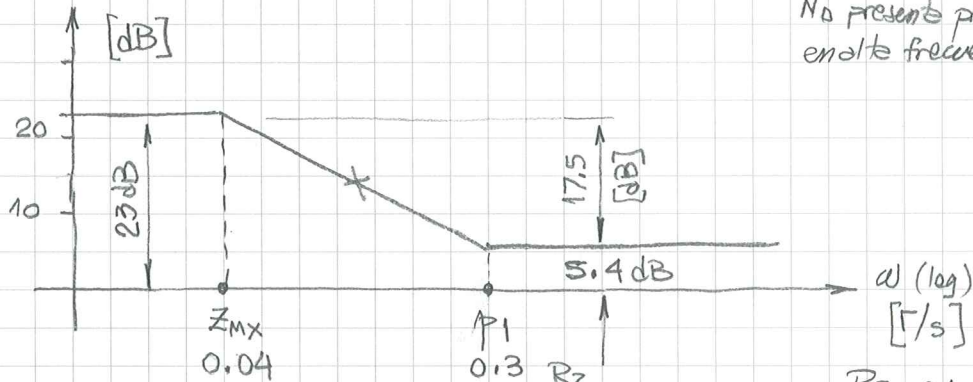
$$H_i = R_S \cdot \frac{1}{Y_M^* \cdot R_S}$$

Elijo sintetizar el cero Z y el polo dominante p_1 de Y_M^*
DESPRECIO EL EFECTO DE p_2

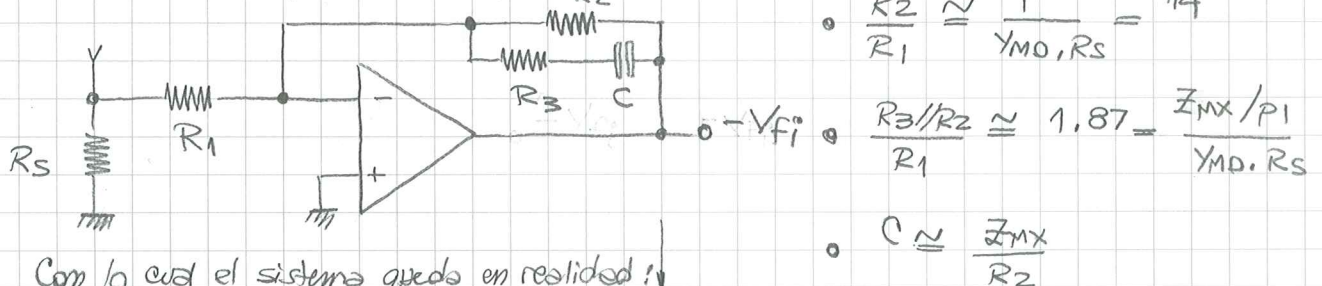
$$Y_M^* \cdot R_S \cong 0.15 \cdot 0.7 \Omega \cdot \left(1 + \frac{s}{Z_{MX}}\right) \left(1 + \frac{s}{p_1}\right)^{-1} = 0.07 \frac{(1 + s/4 \times 10^{-2} \text{ r/s})}{(1 + s/0.3 \text{ r/s})}$$

$$\frac{1}{Y_M^* \cdot R_S} \cong 14.3 \frac{(1 + s/0.3 \text{ r/s})}{(1 + s/4 \times 10^{-2} \text{ r/s})} \rightarrow \frac{1}{Y_M^* \cdot R_S} = \frac{1}{Y_{M0} \cdot R_S} \frac{(1 + s/p_1)}{(1 + s/Z)}$$

Diagrama de Bode:



No presenté problemas de estabilidad en esta frecuencia para el A. O.



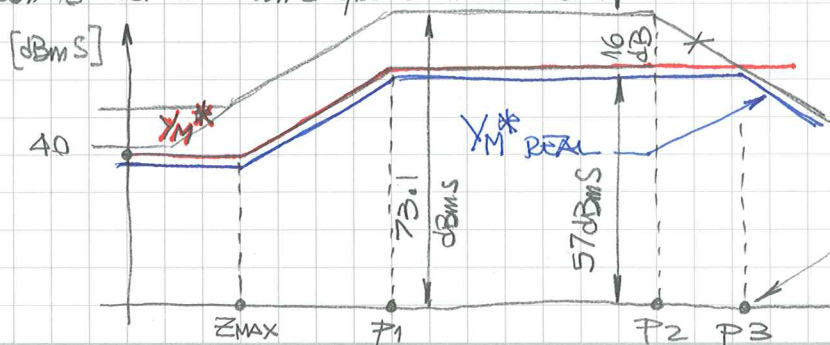
DISEÑO APROX

$$\frac{R_2}{R_1} \cong \frac{1}{Y_{M0} \cdot R_S} = 14$$

$$\frac{R_3/R_2}{R_1} \cong 1.87 = \frac{Z_{MX}/p_1}{Y_{M0} \cdot R_S}$$

$$C \cong \frac{Z_{MX}}{R_2}$$

Con lo cual el sistema queda en realidad:



* El amplificador A puede tener polos por encima de p_3 sin afectar estabilidad

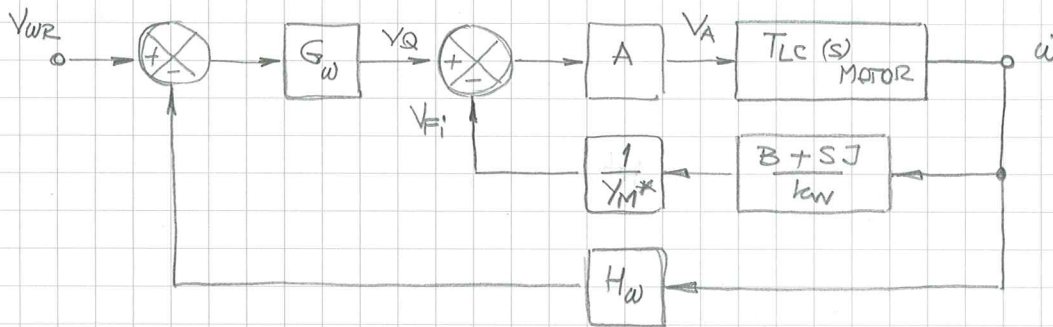
$$\frac{P_3}{P_2} \cong 16 \text{ dB}$$

$$\frac{P_3}{P_2} \Rightarrow p_3 \cong 997 \frac{\text{r}}{\text{s}}$$

NOV/12

LAZO DE CONTROL DE VELOCIDAD

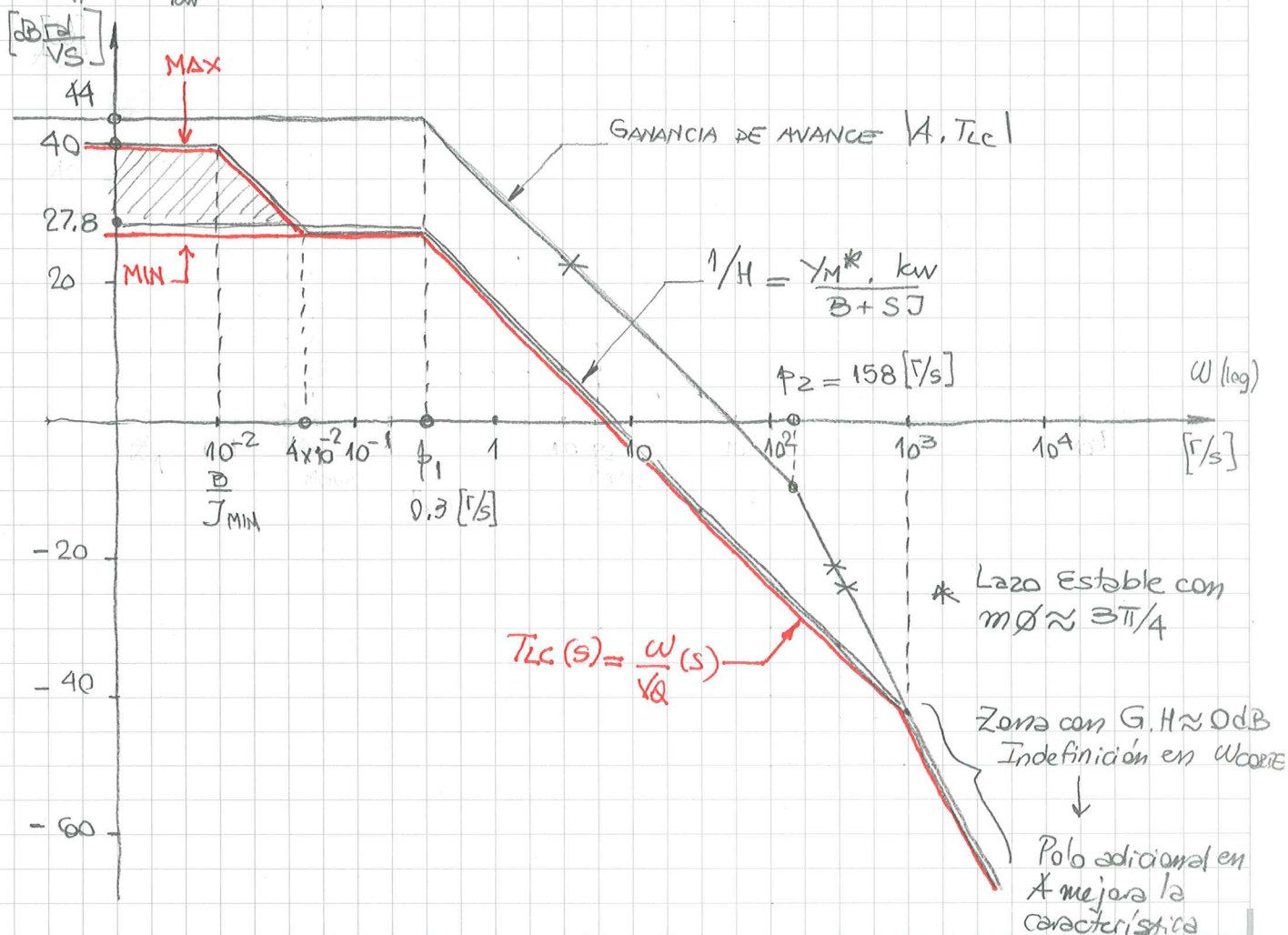
Operando con el diagrama en bloques se puede trasladar la salida de I_A al punto ω , multiplicando por $(B + sJ) / k_\omega$



$$\frac{\omega}{V_A}(s) = \frac{1}{k_\omega} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1+sR_A B}{k_\omega^2}\right)} \cdot \frac{1}{(1+s/p_1)(1+s/p_2)} = \frac{5.3 \text{ (rad/V.s)}}{(1+s/0.3 \text{ r/s})(1+s/158 \text{ r/s})} ; A = 30$$

$$Y_M^* = Y_{MO} \cdot \frac{(1+s/z)}{(1+s/p_1)(1+s/p_3)} = 0.13 \frac{(1+s/4 \times 10^{-2} \text{ r/s})}{(1+s/0.3 \text{ r/s})(1+s/997 \text{ r/s})}$$

$$\frac{B+sJ}{k_\omega} = \frac{B}{k_\omega} \frac{(1+sJ/B)}{(1+sJ/B)} = 10^{-3} [A.s] (1+s \cdot 100s) \dots 4 \times 10^{-3} [A.s] (1+s \cdot 25)$$



NOV/12

$$* \frac{\omega}{V_Q}(s) \approx 100 \left[\frac{\text{rad}}{\text{V.s}} \right] \cdot \frac{(1+s/0.04 \text{ r/s})}{\left(1+s/0.01 \text{ r/s}\right) \left(1+\frac{s}{0.3 \text{ r/s}}\right) \left(1+\frac{s}{1 \text{ kr/s}}\right)} \quad \text{MAXIMO}$$

$$* \frac{\omega}{V_Q}(s) \approx 25 \left[\frac{\text{rad}}{\text{Vs}} \right] \frac{1}{\left(1+\frac{s}{0.3 \text{ r/s}}\right) \left(1+\frac{s}{1 \text{ kr/s}}\right)} \quad \text{MINIMO}$$

$\omega/V_Q(s)$ es la ganancia de avance del lazo de velocidad.

Adopto como referencia: $\begin{cases} V_{WR} = 10\text{V} \Rightarrow \omega = \omega_N = 215 [\text{rad/s}] \\ V_{WR} = -10\text{V} \Rightarrow \omega = -\omega_N = -215 [\text{rad/s}] \end{cases}$

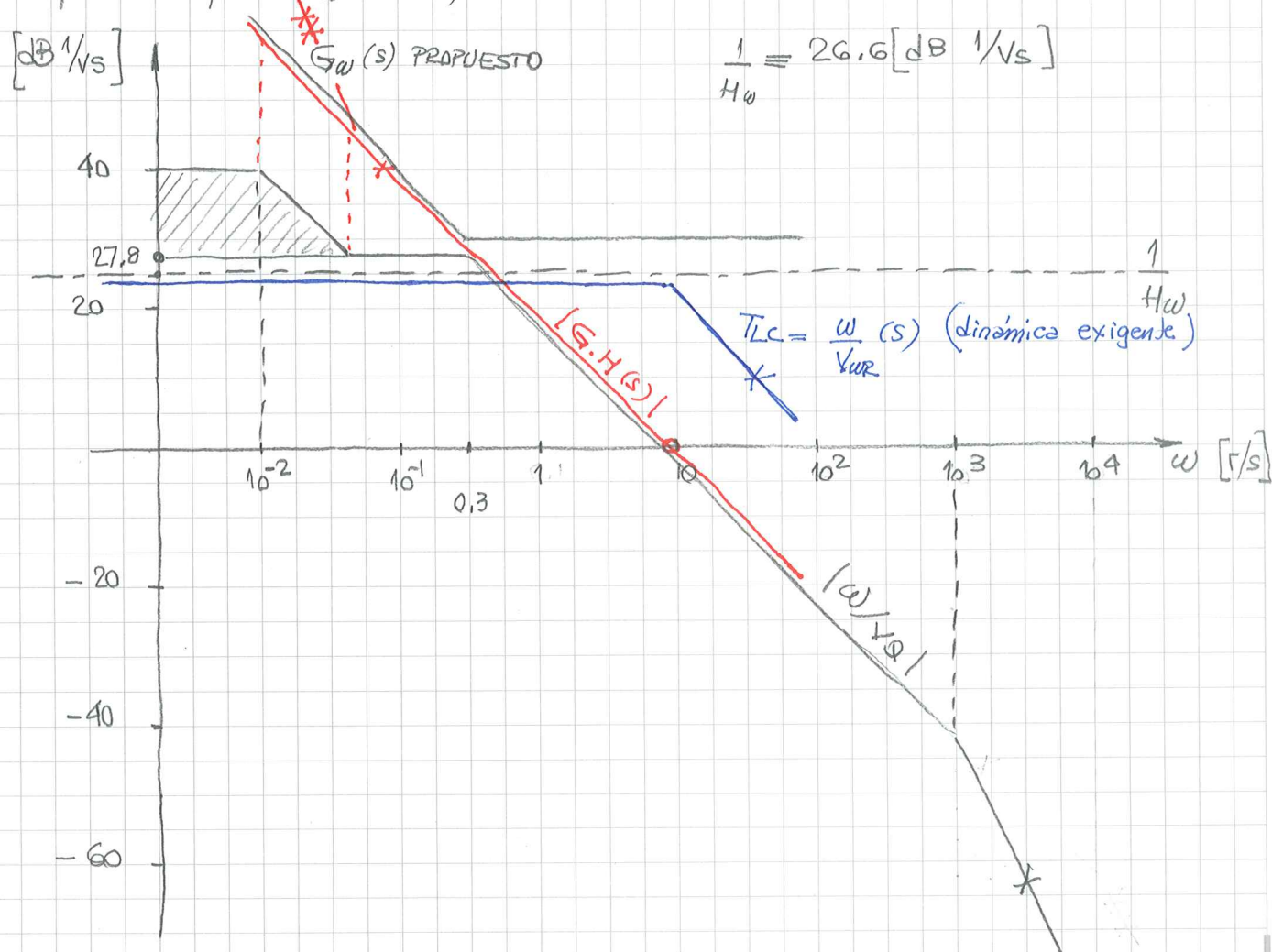
con lo cual: $H\omega = \frac{10\text{V}}{215 \text{ r/s}} \Rightarrow H\omega = 4.7 \times 10^{-2} [\text{V.s/rad}] \rightarrow$

$G\omega$ deberá tener un polo al origen para anular el error en SS.

$H\omega$ puede implementarse con: 1) -Taqüigenerador; 2) -Sistema de pulsos; 3) Resolver El método 3) permite medir FASE del eje con una variable continua.

El método 2) - introduce un muestreo $\Rightarrow$ ZOH en la realimentación de fase del eje.

Suponiendo que $H\omega = \text{CTE}$, sin dinámica asociada:



Realimentación de velocidad

Adopto como referencia : $\begin{cases} V_{wR} = 10V \Rightarrow \omega = \omega_N \cong 215 \text{ r/s} \\ V_{wR} = -10V \Rightarrow \omega = -\omega_N \cong -215 \text{ r/s} \end{cases}$

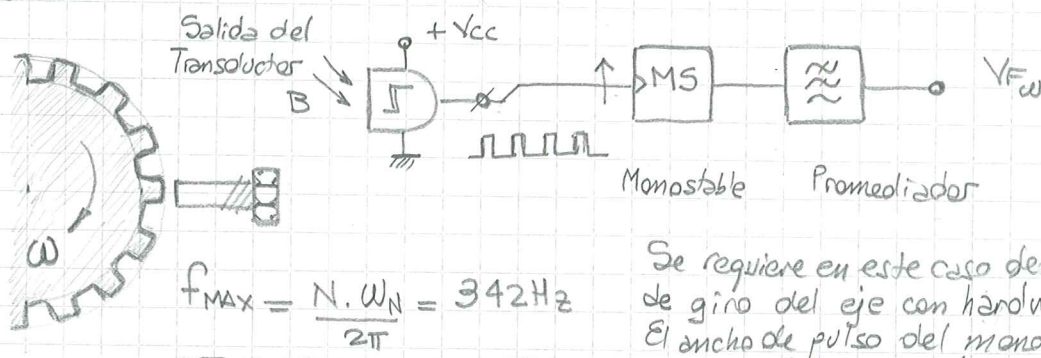
$-10V \leq V_{wR} \leq +10V$ con lo cual se puede fijar H_w .

$$\frac{1}{H_w} = \frac{215 \text{ r/s}}{10V} = 21.5 \frac{\text{r}}{\text{Vs}} \Rightarrow \boxed{H_w \cong 4.7 \times 10^{-2} \text{ Vs/r}}$$

A fin de tener error nulo de velocidad, G_w tendrá un polo al origen.

H_w puede implementarse por ejemplo con un tequigenerador o bien con algún sistema de acondicionamiento por pulsos.

Asumiendo que se emplea un transductor de reluctancia variable y que el eje del motor tiene asociado un engranaje de 100 dientes, la frecuencia máxima de pulsos será:



Se requiere en este caso detectar el sentido de giro del eje con hardware adicional. El ancho de pulso del monoestable tiene que ser inferior al mínimo periodo de la medición: $T_{\text{MIN}} \cong 2.9 \text{ ms}$ y tiene que

prever la posibilidad de que exista algún overshoot en el controlador de velocidad que lleve el eje a $\omega > \omega_N = 215 \text{ r/s}$ de manera que la señal de realimentación no sature durante el transitorio. El valor promedio de la tensión de salida es proporcional a la frecuencia angular:

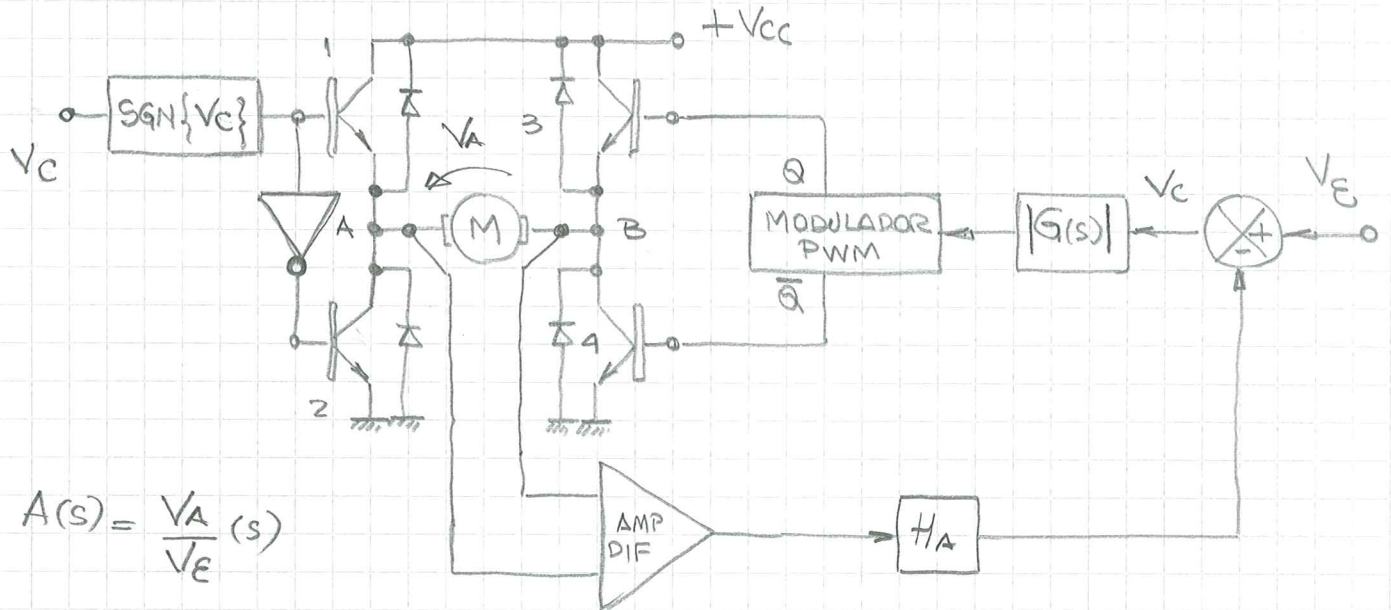
$$\langle V_{fw} \rangle = \frac{T_{\text{MS}}}{T} = \text{Periodo del monoestable} \times \text{frecuencia del eje}$$

En caso de emplear un transductor de este tipo, la promediación necesaria empeora las condiciones de estabilidad del lazo de velocidad. Otro problema es que el peor caso de filtrado ocurre cuando la frecuencia del eje es mínima, resultando necesario definir una velocidad mínima de control o bien cambiar de tipo de transductor.

En los sistemas que cuentan con capacidad de cálculo (microcontroladores) es usual medir el tiempo transcurrido entre "marcas" asociadas al eje. En el ejemplo del dibujo, esto consiste en medir el tiempo transcurrido entre flancos de la señal de salida del transductor (óptico o por reluctancia variable), calcular la inversa para hallar ω del eje y luego entregar un valor proporcional. El problema fundamental de este método es que la información de velocidad se obtiene únicamente cuando aparece una "marca" (flanco provocado por el diente del engranaje).

Amplificador de potencia

El amplificador $A(s)$ que comanda el motor puede construirse con un convertidor de conmutación de modo de obtener bajas pérdidas.



$$A(s) = \frac{V_A}{V_E}(s)$$

La rama del puente conectada al nodo (A) enciende la llave 1 por ejemplo si el signo de V_c es positivo y enciende la llave 2 en caso opuesto. La rama conectada al nodo (B) opera en modo PWM por lo cual el valor promedio en la armadura del motor es controlado por el ciclo de trabajo.

No es necesario el agregado de filtro de salida porque la impedancia serie del rotor (R_A, L_A) ya cumple con esta función.

Si la frecuencia de conmutación es suficientemente alta, puede lograrse un ancho de banda de lazo cerrado como el especificado (10 kr/s)