Diseño de compensadores PID continuos ajustables con A.O.V.

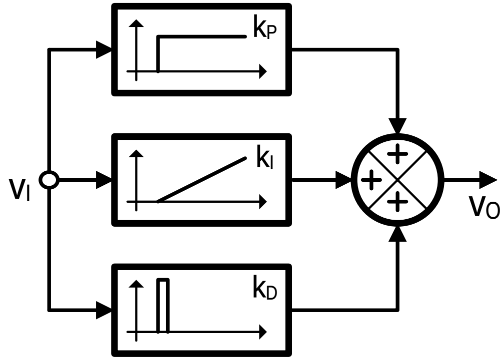
Objetivos

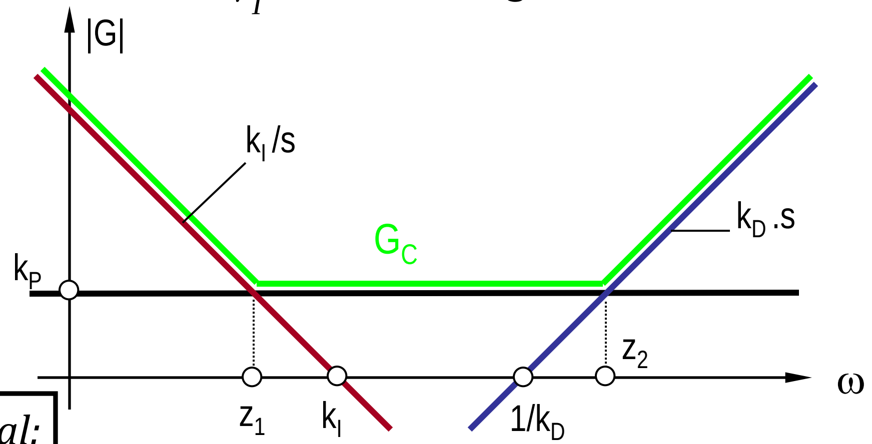
- Proveer estabilidad
- Cancelar el error al escalón en S.S.
- Aumentar la velocidad de respuesta

Forma Canónica basada en la respuesta temporal:

$$v_O(t) = k_P \cdot v_I(t) + k_I \cdot \int v_I(t) \cdot dt + k_D \cdot \frac{\partial v_I}{\partial t}$$

$$G_C(s) = \frac{v_O}{v_I}(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D \cdot s$$

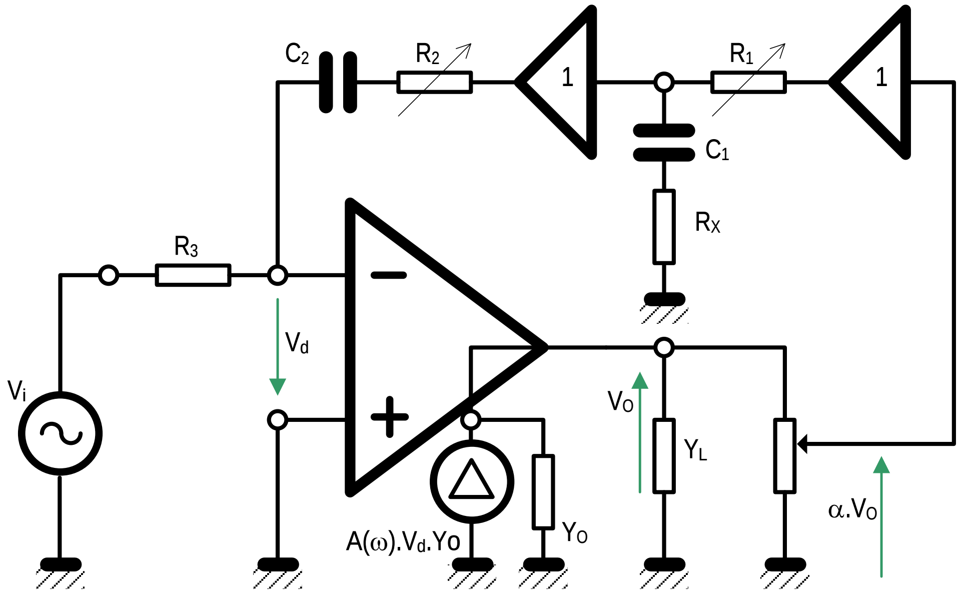




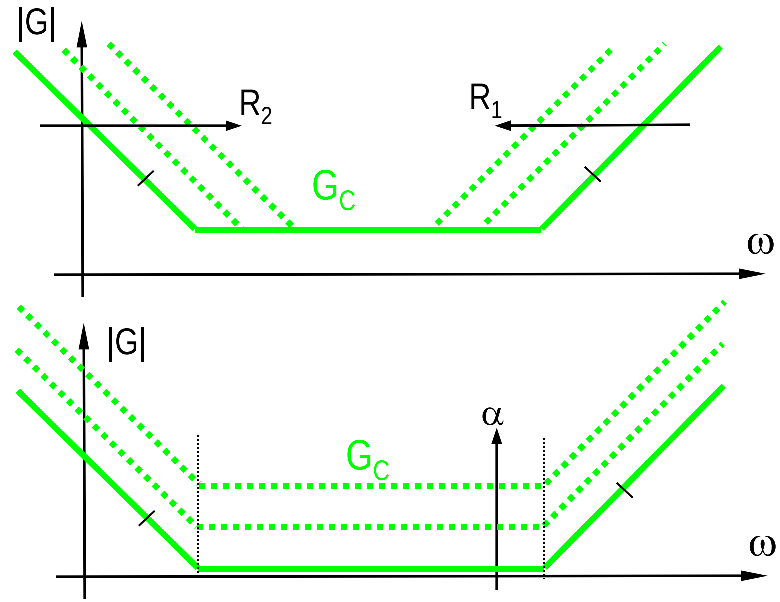
Forma Canónica basada en la respuesta frecuencial:

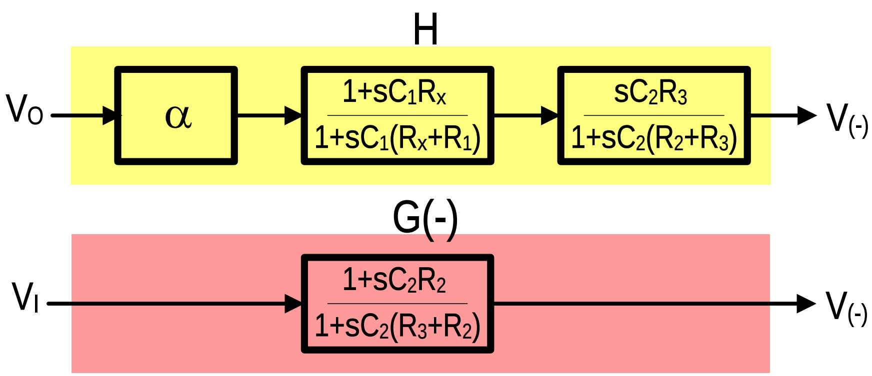
$$G_C(s) = \frac{k_I}{s}(1 + \frac{s}{z_1}) \cdot (1 + \frac{s}{z_2}) = \frac{k_I}{s} + k_I(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}) + \frac{k_I \cdot s}{z_1 \cdot z_2}$$

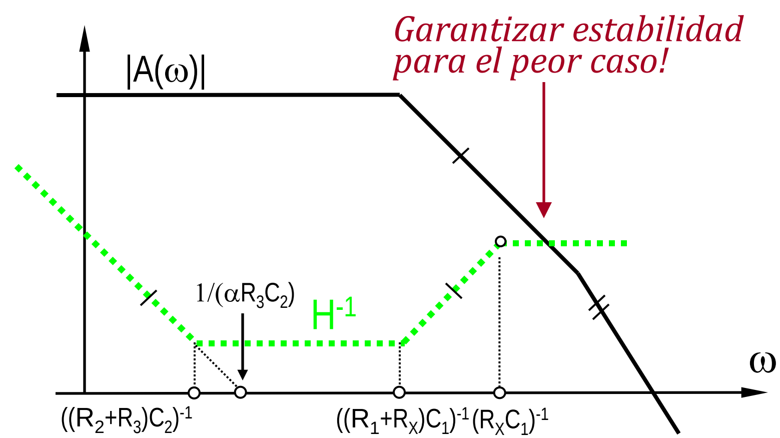
Diseño de compensadores PID continuos ajustables con A.O.V.



Topología general

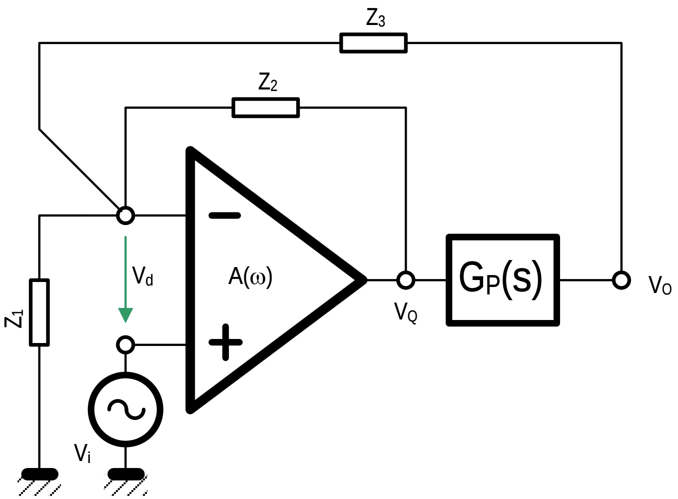


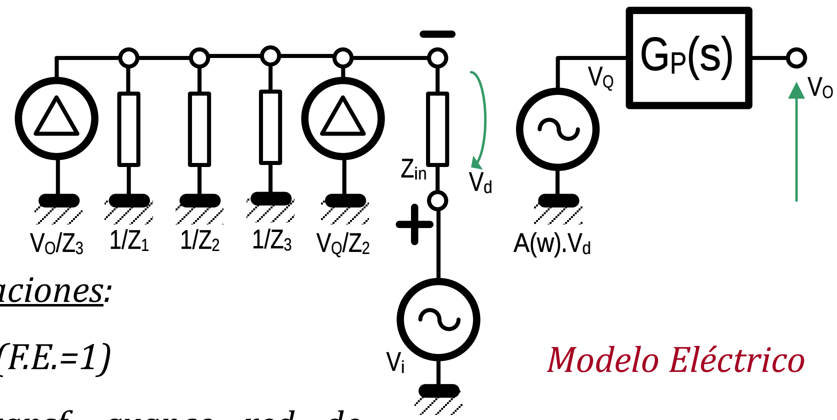




Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.

Ejemplo: Modelización de un caso de control de planta





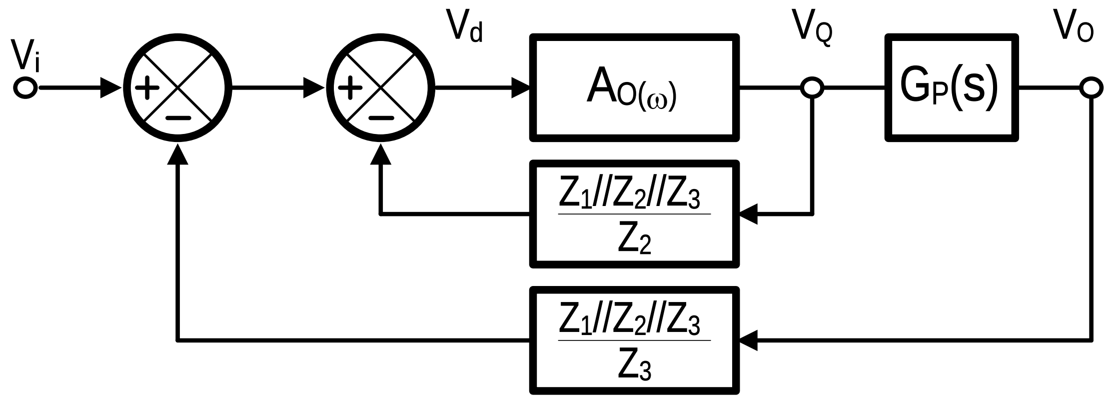
Modelo Eléctrico

Consideraciones:

Zin → oo (F.E.=1)

Zo=0 (transf. avance red de realimentación despreciable)

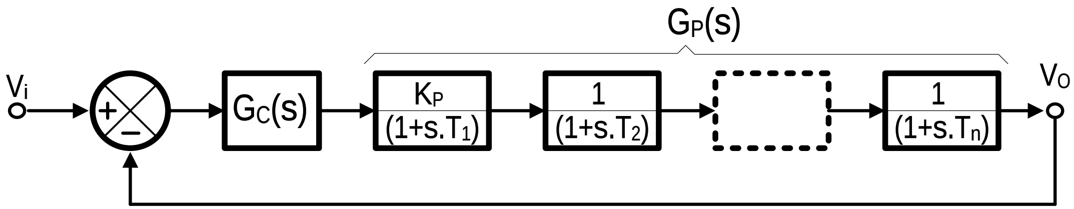
Diagrama de Bloques



Cómo hubiera resuelto el problema sin hacer uso del método general (cuadripolos) ? Cómo hubiera resultado H ?

Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.

Criterio de optimización por módulo



Suposiciones:

- Realimentación unitaria H=1
- Diferente clase de fenómenos físicos
- $T_1 >> T_2 >> ... T_n$
- Planta sólo polos

Objetivo: Extender la planicidad de la respuesta en frecuencia en el mayor intervalo posible de ω

Formato gral. del compensador: $$G_C(s) = \frac{k_C \cdot (1 + s \cdot T_n) \cdot (1 + s \cdot T_v)}{s}$$

Condición de cancelación: $$T_n = T_1 \wedge T_v = T_2$$

Formato de planta: $$G_P(s) = \frac{K_P}{\prod_{i=1}^{n} (1 + s \cdot T_i)} \approx \frac{K_P}{(1 + s \cdot \sigma)}$$ donde: $$\sigma = \sum_{i=1}^{n} T_i$$

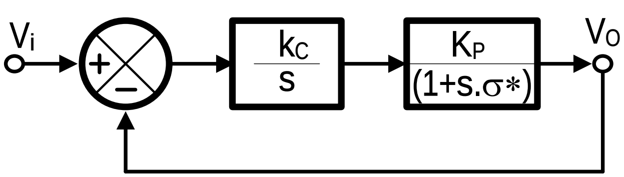
Con la cancelación efectuada la ganancia de avance resulta:

$$\boxed{G_C \cdot G_P(s) \approx \frac{k_C \cdot K_P}{s \cdot (1 + s \cdot \sigma^*)}}$$

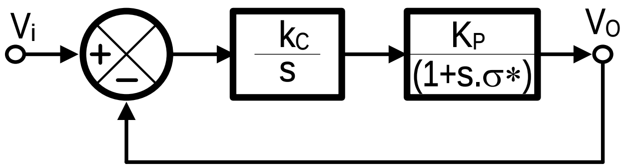
siendo:

$$\boxed{\sigma^* = \sum_{i=3}^{n} T_i}$$

Sistema resultante



Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.



Sistema resultante

$$T_{LC}(s) \approx \frac{k_C \cdot K_P}{(k_C \cdot K_P + s + s^2 \cdot \sigma^*)}$$

siendo:

$$\sigma^* = \sum_{i=3}^{n} T_i$$

calculando el módulo de la T_{LC}:

$$\left|T_{LC}(\omega)\right| = \frac{k_C \cdot K_P}{\sqrt{(k_C \cdot K_P - \omega^2 \cdot \sigma^*)^2 + \omega^2}} = \frac{k_C \cdot K_P}{\sqrt{(k_C \cdot K_P)^2 + \omega^2(1 - 2 \cdot k_C \cdot K_P \cdot \sigma^*) + \omega^4 \cdot \sigma^{*2}}}$$

Notar que:

- ❑Asíntota de $|T_{LC}|$ de -40dB/dec
- ❑$|T_{LC}|$~1 en baja frecuencia
- ❑Cancelación posible de dependencia con ω^2

Obteniéndose:

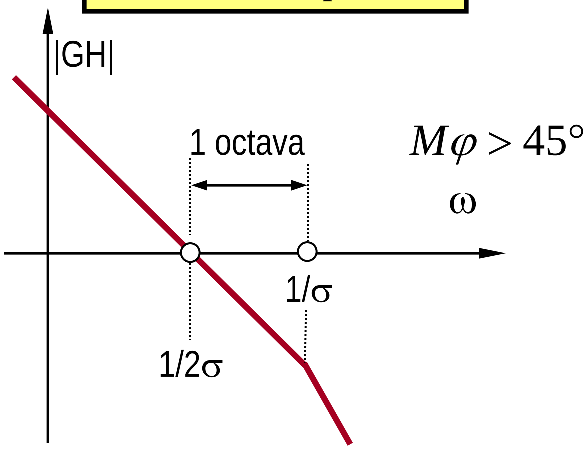
$$\boxed{k_C = \frac{1}{2 \cdot K_P \cdot \sigma^*}}$$

con lo cual:

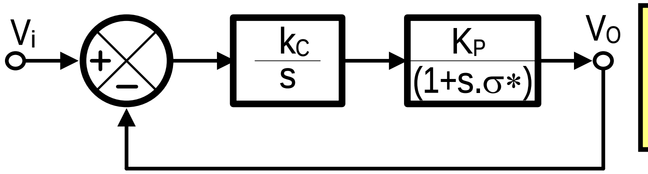
$$\boxed{T_{LC}(s) \approx \frac{1}{(1 + 2 \cdot \sigma^* \cdot s + 2 \cdot \sigma^{*2} \cdot s^2)}}$$

y además:

$$\boxed{G.H(s) = \frac{1}{2 \cdot \sigma^* \cdot s \cdot (1 + \sigma^* \cdot s)}}$$



Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.



$$T_{LC}(s) \approx \frac{1}{(1+2\cdot\sigma^{*}\cdot s+2\cdot\sigma^{*2}\cdot s^{2})}$$

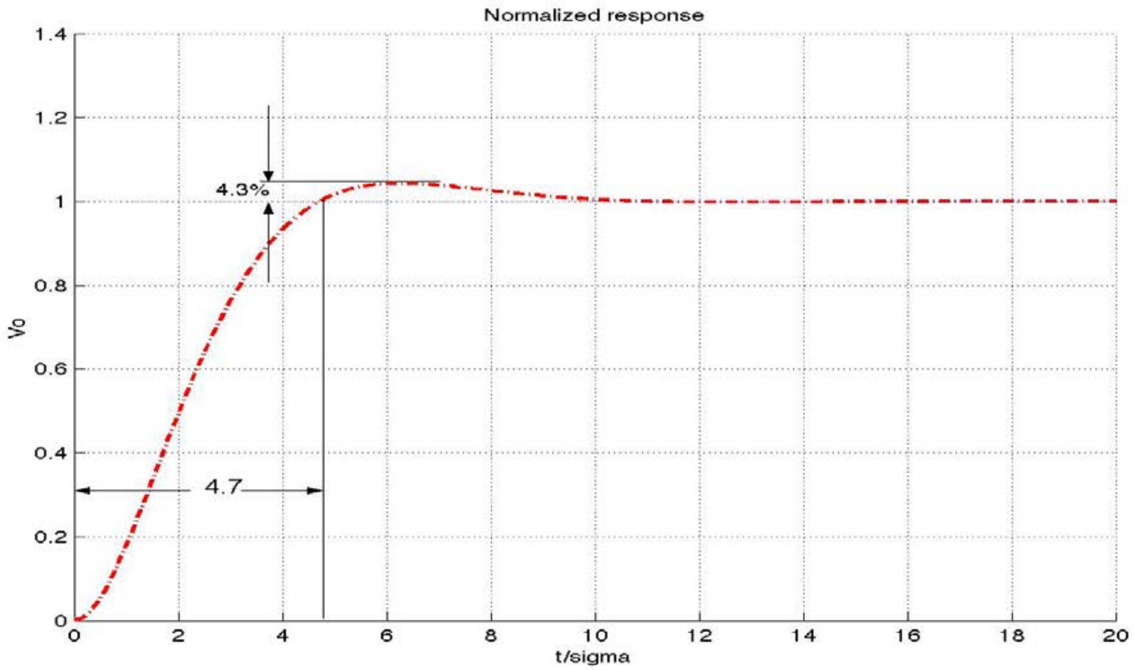
$$k_C = \frac{1}{2\cdot K_P\cdot\sigma^{*}}$$

siendo:

$$\sigma^{*} = \sum_{i=3}^{n} T_i$$

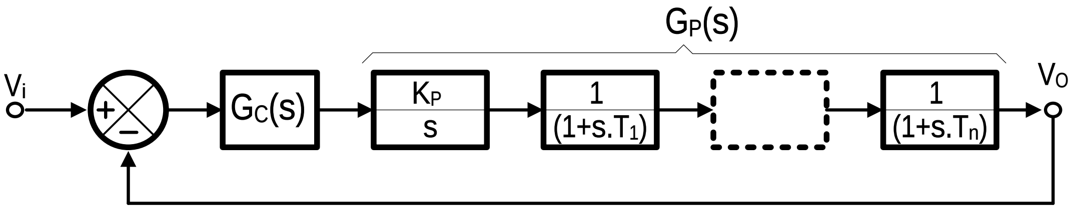
Sistema resultante

Respuesta al escalón normalizada: $V_i(t) = u(t) \Rightarrow V_O(t) \approx 1 - e^{-t/2\sigma}\cdot\left(\cos\frac{t}{2\sigma}+\sin\frac{t}{2\sigma}\right)$



Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.

Caso de una planta integradora:



Notar que para obtener estabilidad se debe disponer libremente de un cero!

Objetivo: Extender la planicidad de la respuesta en frecuencia en el mayor intervalo posible de ω

Formato gral. del compensador: $$G_C(s) = \frac{k_C \cdot (1+s\cdot T_n)\cdot(1+s\cdot T_v)}{s}$$

Condición de cancelación: $$T_v = T_1$$

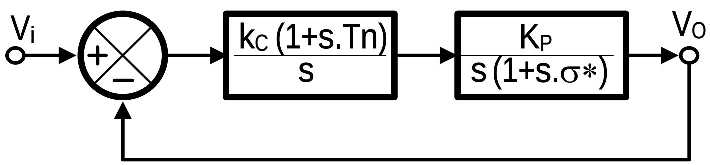
Formato de planta: $$G_P(s) = \frac{K_P}{s\cdot\prod_{i=1}^{n}(1+s\cdot T_i)} \approx \frac{K_P}{s\cdot(1+s\cdot\sigma)}$$ donde: $$\sigma = \sum_{i=1}^{n} T_i$$

Con la cancelación efectuada la ganancia de avance resulta:

$$\boxed{G_C \cdot G_P(s) \approx \frac{k_C \cdot K_P \cdot (1+s\cdot T_n)}{s^2\cdot(1+s\cdot\sigma^*)}}$$

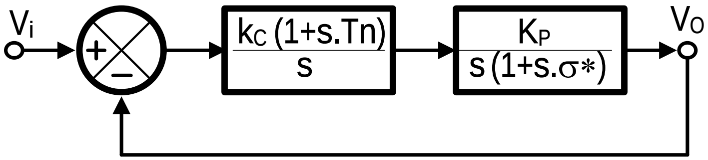
siendo: $$\boxed{\sigma^* = \sum_{i=2}^{n} T_i}$$

Sistema resultante



Diseño de compensadores PID continuos con A.O.V.

Caso de una planta integradora:



$$G_C \cdot G_P(s) \approx \frac{k_C \cdot K_P \cdot (1+s\cdot T_n)}{s^2 \cdot (1+s\cdot\sigma^*)}$$

siendo:

$$\sigma^* = \sum_{i=2}^{n} T_i$$

$$T_{LC}(s) \approx \frac{k_C \cdot K_P \cdot (1+s\cdot T_n)}{[k_C \cdot K_P \cdot (1+s\cdot T_n) + s^2 + s^3 \cdot \sigma^*]}$$

Hallando el módulo:

$$\Rightarrow |T_{LC}(\omega)| = \frac{k_C \cdot K_P \sqrt{(1+\omega^2 \cdot T_n^{\,2})}}{\sqrt{(k_C K_P)^2 - 2\omega^2 k_C K_P + \omega^4 + (k_C K_P \omega T_n)^2 - 2\omega^4 \sigma^* k_C K_P T_n + \omega^6 \sigma^{*2}}}$$

Obteniéndose:

$$k_C = \frac{1}{8\cdot K_P \cdot \sigma^{*2}}$$

$$T_n = 4\cdot\sigma^*$$

- Asíntota de $|T_{LC}|$ a -60dB/dec
- $|T_{LC}|$~1 en baja frecuencia
- Cancelación posible de dependencia con ω^2 y ω^4

Reemplazando:

$$G.H(s) = \frac{(1+4\cdot\sigma^*\cdot s)}{8\cdot\sigma^{*2}\cdot s^2 \cdot (1+\sigma^*\cdot s)}$$

y además:

$$T_{LC}(s) \approx \frac{(1+4\sigma^* s)}{1+4\sigma^* s + 8\sigma^{*2} s^2 + 8\sigma^{*3} s^3}$$