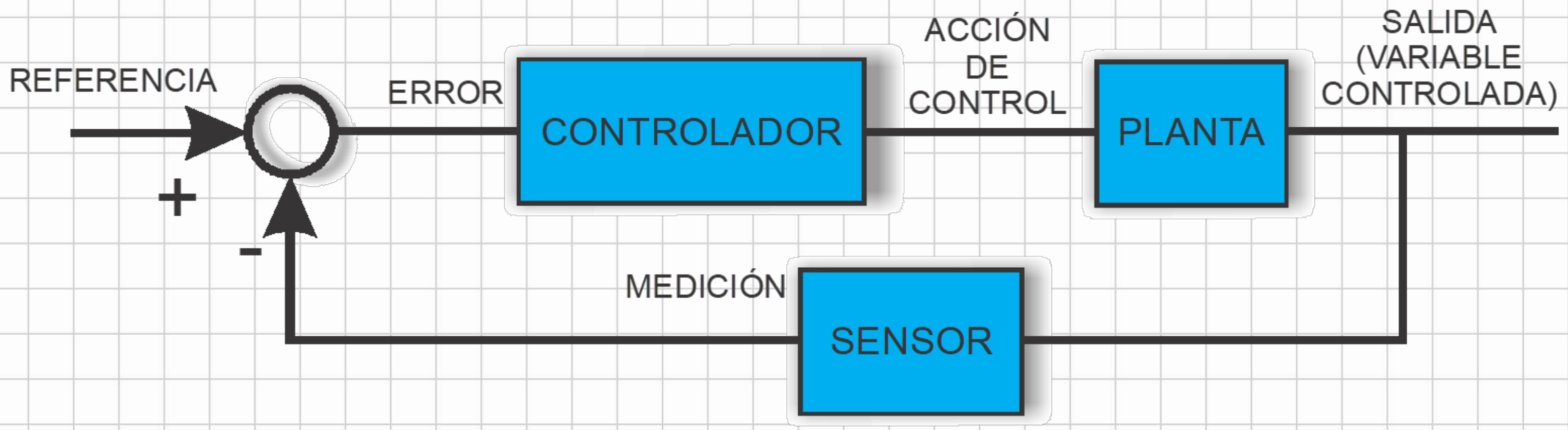
Teoría de Control

CONTROLADORES

INTRODUCCIÓN

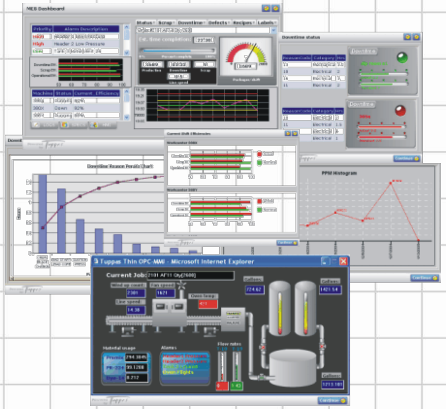
En ciertas ocasiones se requiere que los sistemas se comporten de manera distinta a lo que lo hacen naturalmente.
Una forma de resolver esta situación es utilizar realimentación, este proceso compara la medición de la salida real del sistema con la deseada y, en base a esa diferencia se ejecuta una acción de control que busca minimizar la diferencia entre las dos señales.
El elemento utilizado para llevar adelante este procedimiento se denomina controlador.

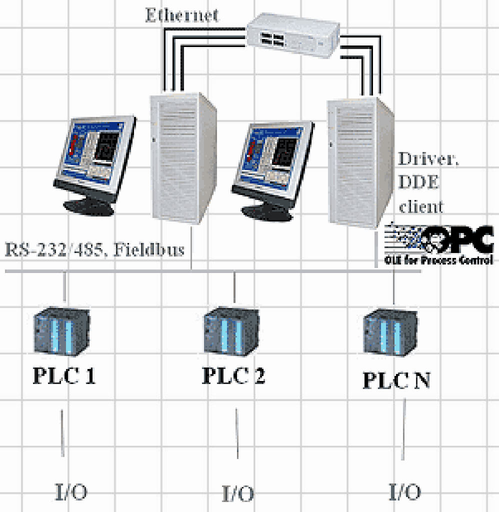


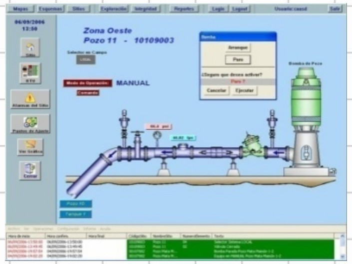
INTRODUCCIÓN

Con la aparición de los micro-procesadores, se vio la gran aplicabilidad de estos al control y aparecieron los sistemas de control digital. Un sistema de control digital utiliza componentes electrónicos digitales para procesar la información y tomar decisiones de control. En un sistema de control digital, la señal de entrada se convierte en una señal digital, que luego es procesada por un microprocesador o un controlador programable para producir una señal de salida

La aplicación de dispositivos digitales en el control de procesos supuso un salto tecnológico enorme, que se tradujo en la implantación de nuevos modelos de control en el entorno industrial.

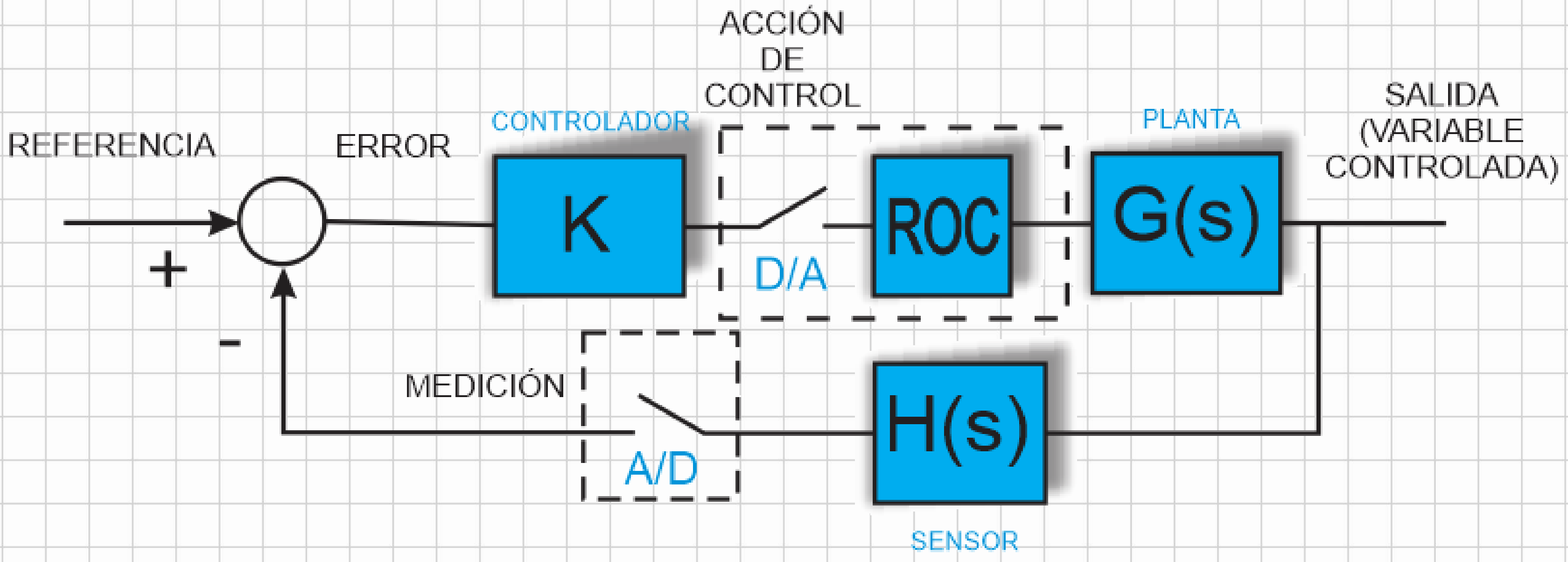






INTRODUCCIÓN

El controlador que se utiliza naturalmente es el denominado proporcional , en el que el error es amplificado y utilizado como acción de control, sin embargo generalmente con este tipo de control, no se logran los resultados deseados.

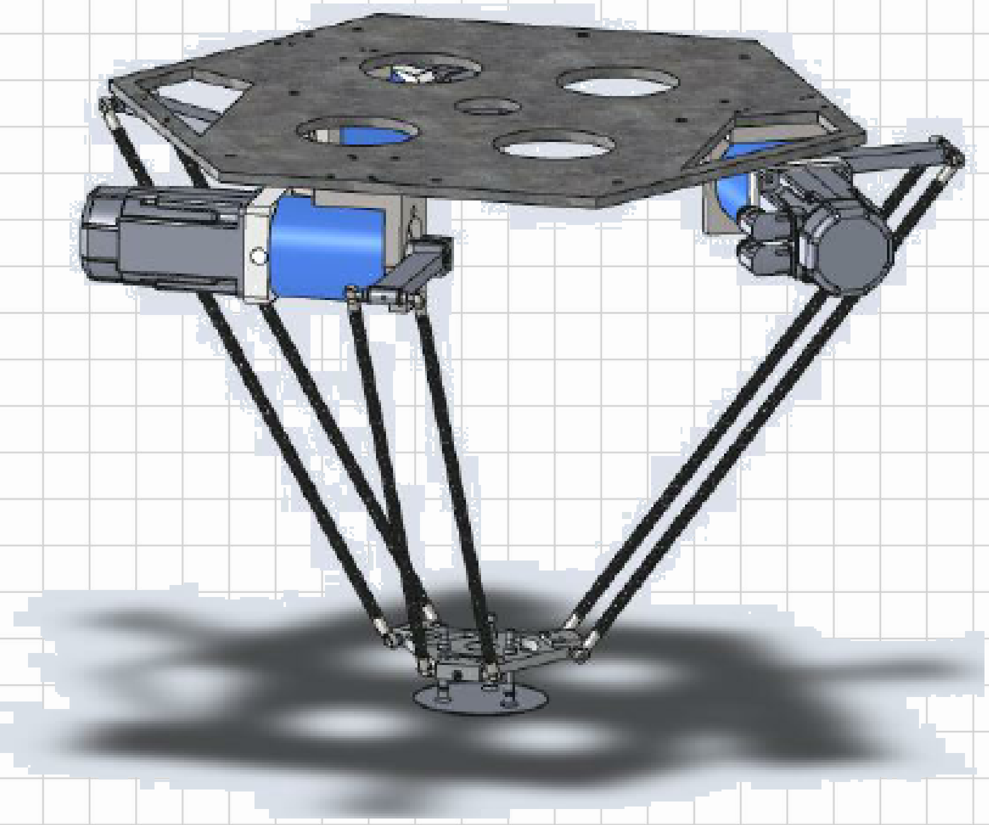


Cuando se requiere un mejor comportamiento que el obtenido por este tipo de acción, se procede a diseñar controladores algo más complejos para lograr el desempeño deseado.

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

CONOCIMIENTO DEL SISTEMA O PROCESO A CONTROLAR.

PLANTA



Estudio del sistema físico.

Hipótesis simplificatorias

Sistema físico simplificado

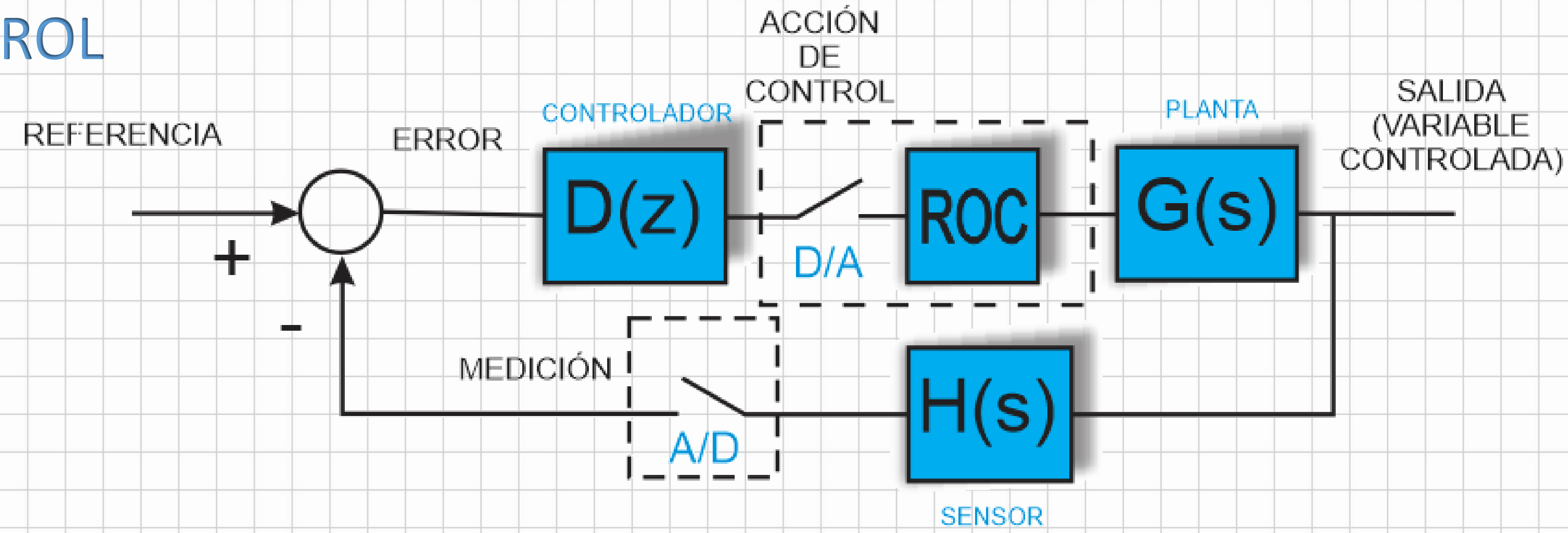
Leyes físicas y/o identificación

Modelo matemático

Función de Transferencia.
Respuesta transitoria.
Respuesta en frecuencia.

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

CONTROL



Comportamiento Deseado → Especificaciones

Tipo de Controlador a utilizar → Técnicas de Diseño

Evaluación de resultados → Simulación y/o Ensayo

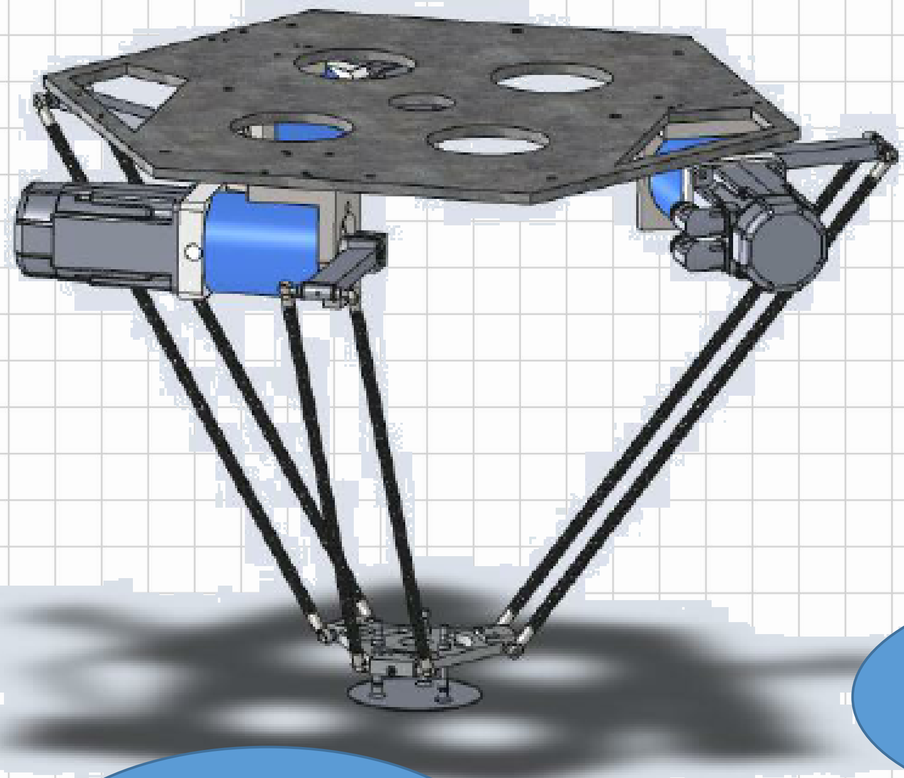
Reajuste

CONTROLADORES

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES

ESTABILIDAD



VELOCIDAD DE RESPUESTA

RESPUESTA TRANSITORIA

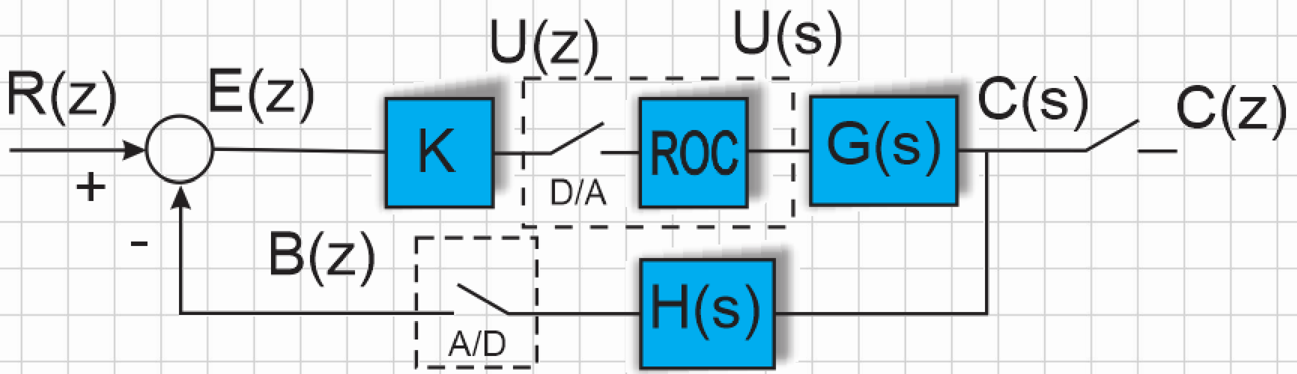
RECHAZO A PERTURBACIONES

PRECISIÓN

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES

ESTABILIDAD
- MARGEN DE FASE
- MARGEN DE GANANCIA



$$G(z)=\frac{C(z)}{U(z)}=\left(1-z^{-1}\right)Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$GH(z)=\frac{B(z)}{U(z)}=\left(1-z^{-1}\right)Z\left\{\frac{G(s)H(s)}{s}\right\}$$

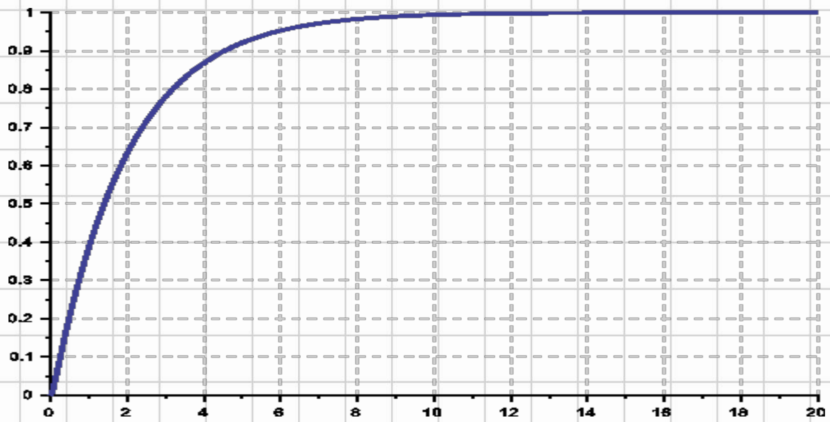
$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{K\cdot G(z)}{\boxed{1+K.GH(z)}}$$

$$K\cdot GH(z)=-1 \quad \xrightarrow[z=\frac{\left(1+\frac{wT}{2}\right)}{\left(1-\frac{wT}{2}\right)}]{} \quad K\cdot GH(w)=-1$$

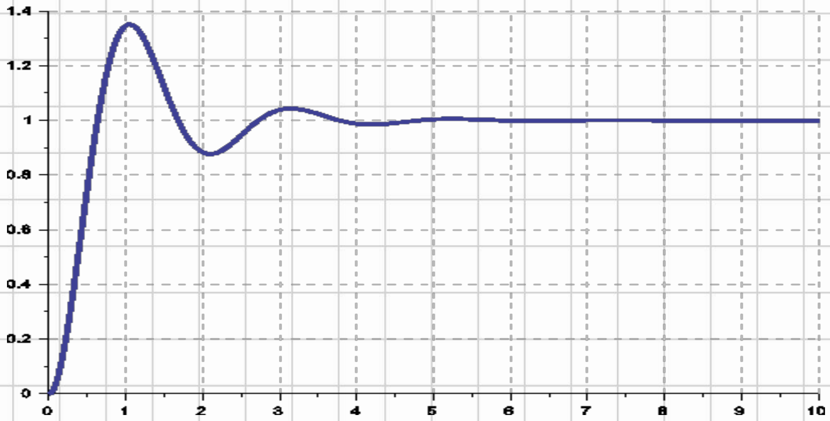
Routh
Bode
Nyquist

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA



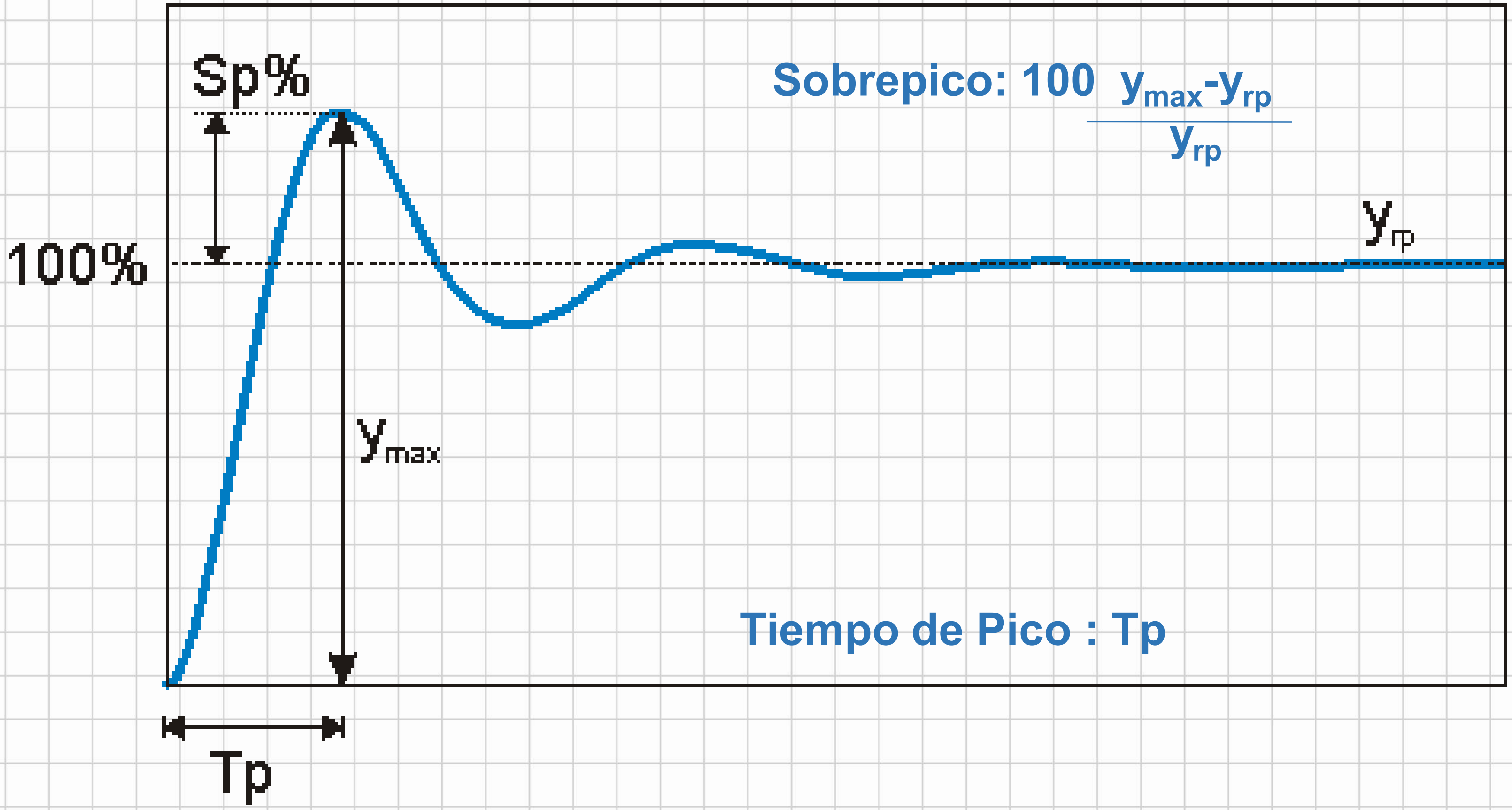
SOBRE-AMORTIGUADA
Sin sobrepico
Polos Reales



SUB-AMORTIGUADA
Con sobrepico
Polos Complejos Conjugados

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA



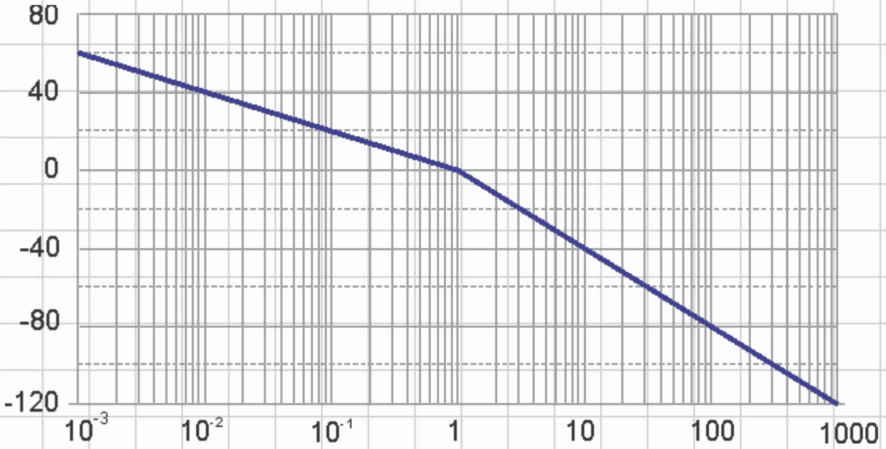
Se puede establecer, en forma aproximada, una relación entre el sobrepico en la respuesta transitoria y el margen de fase. En la práctica, márgenes de fase inferiores a 75° presentan sobrepico en la respuesta transitoria.

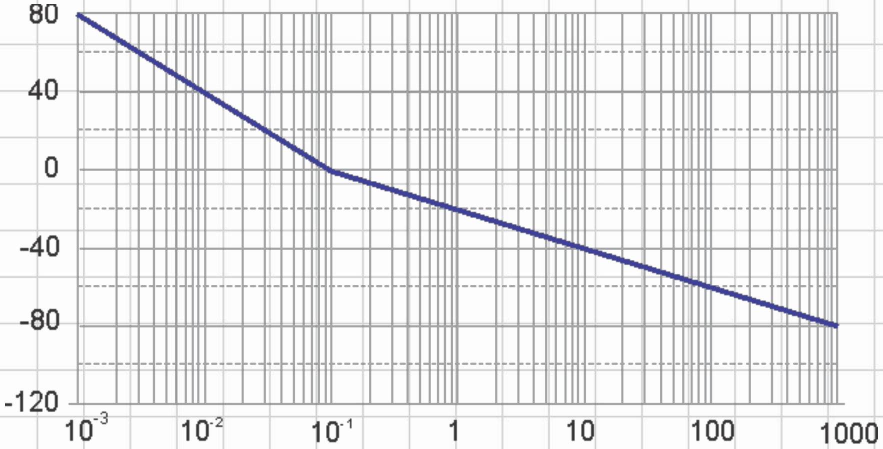
REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

Cuando se utiliza diagrama de Bode para el análisis o diseño de sistemas de lazo cerrado, la condición de MF para valores entre 0º y 90º se da generalmente acompañada de transiciones en la pendiente de la ganancia de -20 dB/dec. a -40 dB/dec. o viceversa. Esta condición que se produce para valores de ganancia cercanos a 1, permite realizar una simplificación de la transferencia de lazo abierto que permite analizar la respuesta transitoria a lazo cerrado.





Referencia: Apunte “Relación entre Margen de Fase y Amortiguamiento” (2018) Walter Kloster.

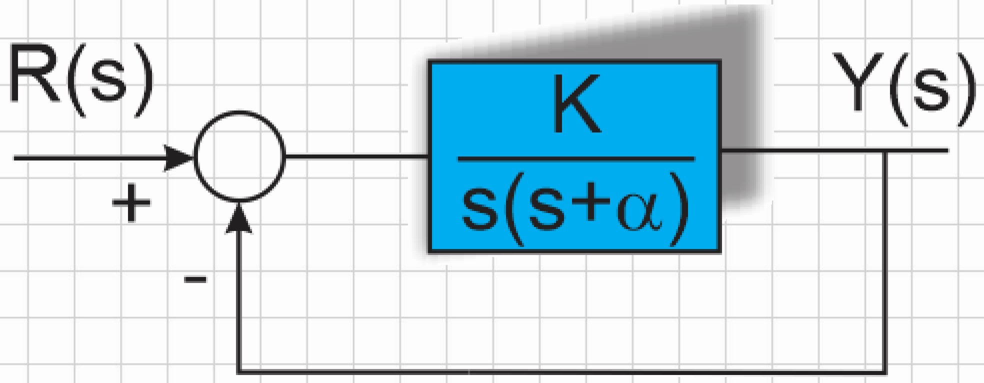
REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

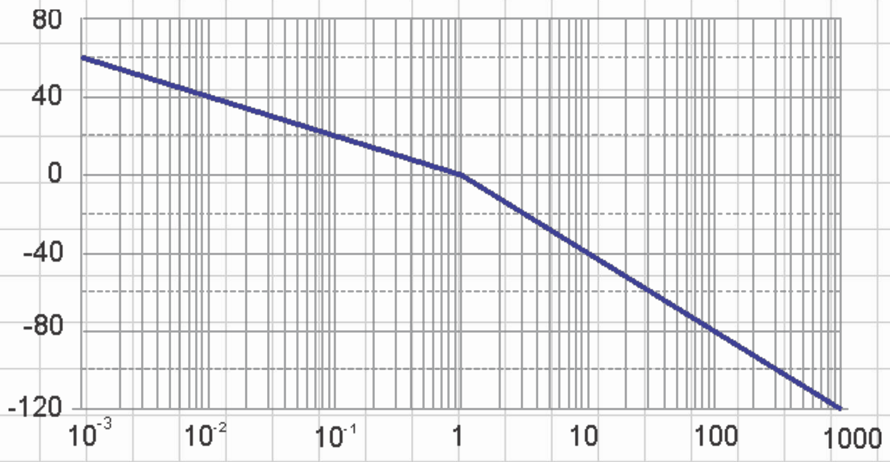
ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

Sistema de Segundo Orden

En la Figura se muestra un sistema de control de segundo orden representativo de aquellos sistemas en los cuales la pendiente de la ganancia para valores cercanos a 0 db pasa de -20 dB/dec. a -40 dB/dec. .





REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

La transferencia a lazo cerrado del sistema mostrado en la Figura está dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K}{s^2+\alpha s+K}$$

si $K=\omega_n^2 \qquad \alpha = 2\xi\omega_n$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

Entonces: $GH(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s\left(s+2\xi\omega_n\right)}$

Si se normaliza la frecuencia queda: $\bar{s} = \dfrac{s}{\omega_n}$

$$GH(\bar{s}) = \frac{1}{\bar{s}\left(\bar{s}+2\xi\right)} \Rightarrow MF = arctg\left[\frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{4\xi^4+1}-2\xi^2}}\right]$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

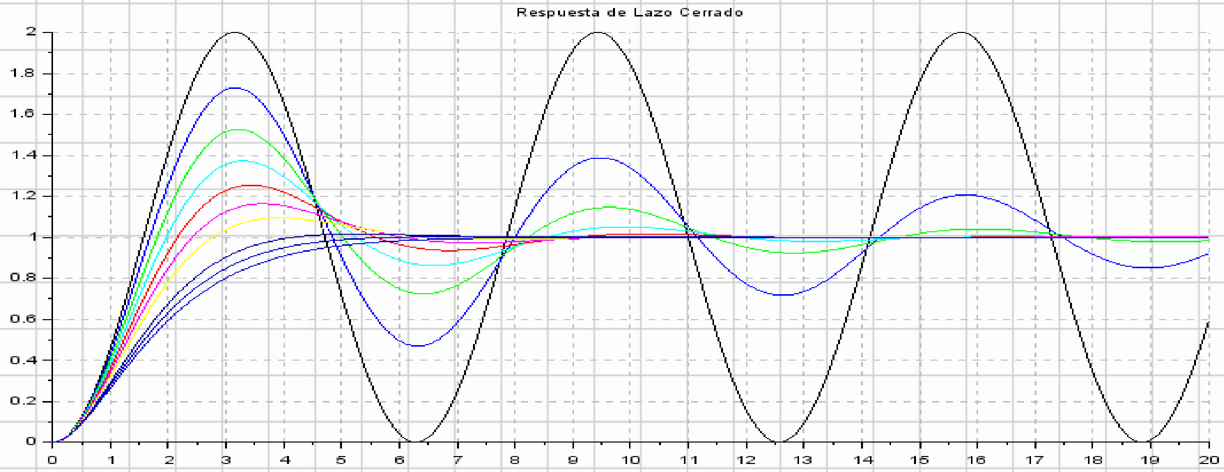
ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

Si se calcula la expresión de la respuesta transitoria de la transferencia de lazo cerrado para una entrada en forma de escalón con ($0 < \xi < 1$), resulta:

$$y(t) = 1 + \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\, sen\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) \qquad (t \geq 0)$$

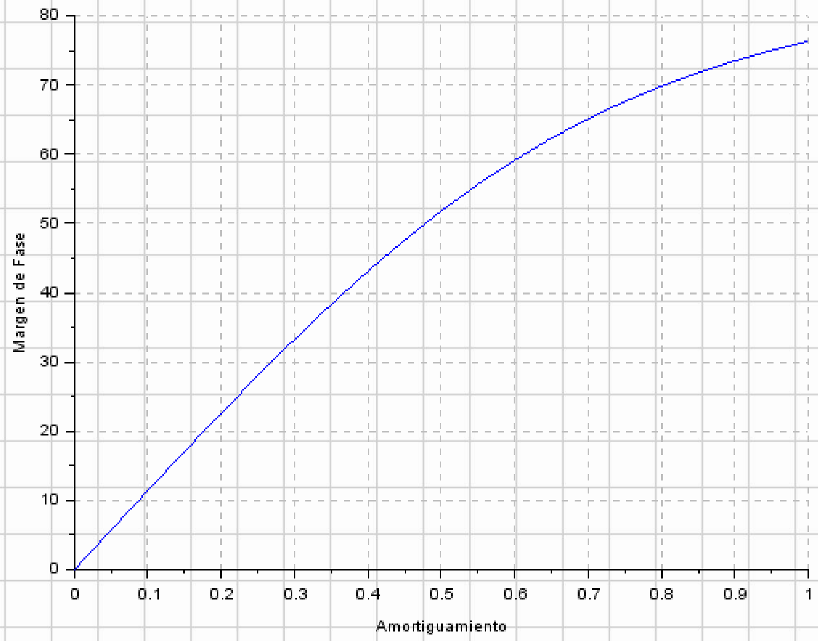
La figura muestra la respuesta para distintos coeficientes de amortiguamiento:

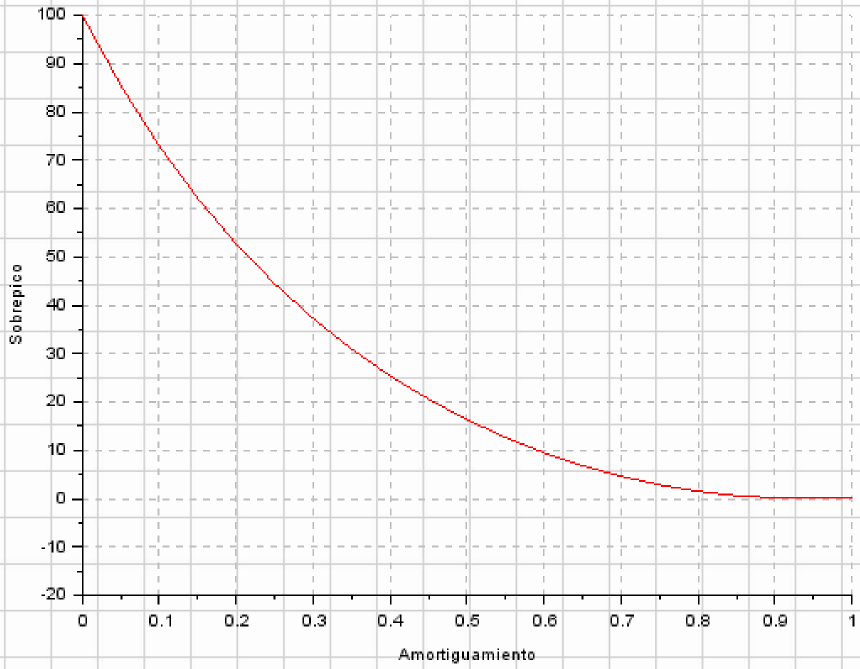


REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

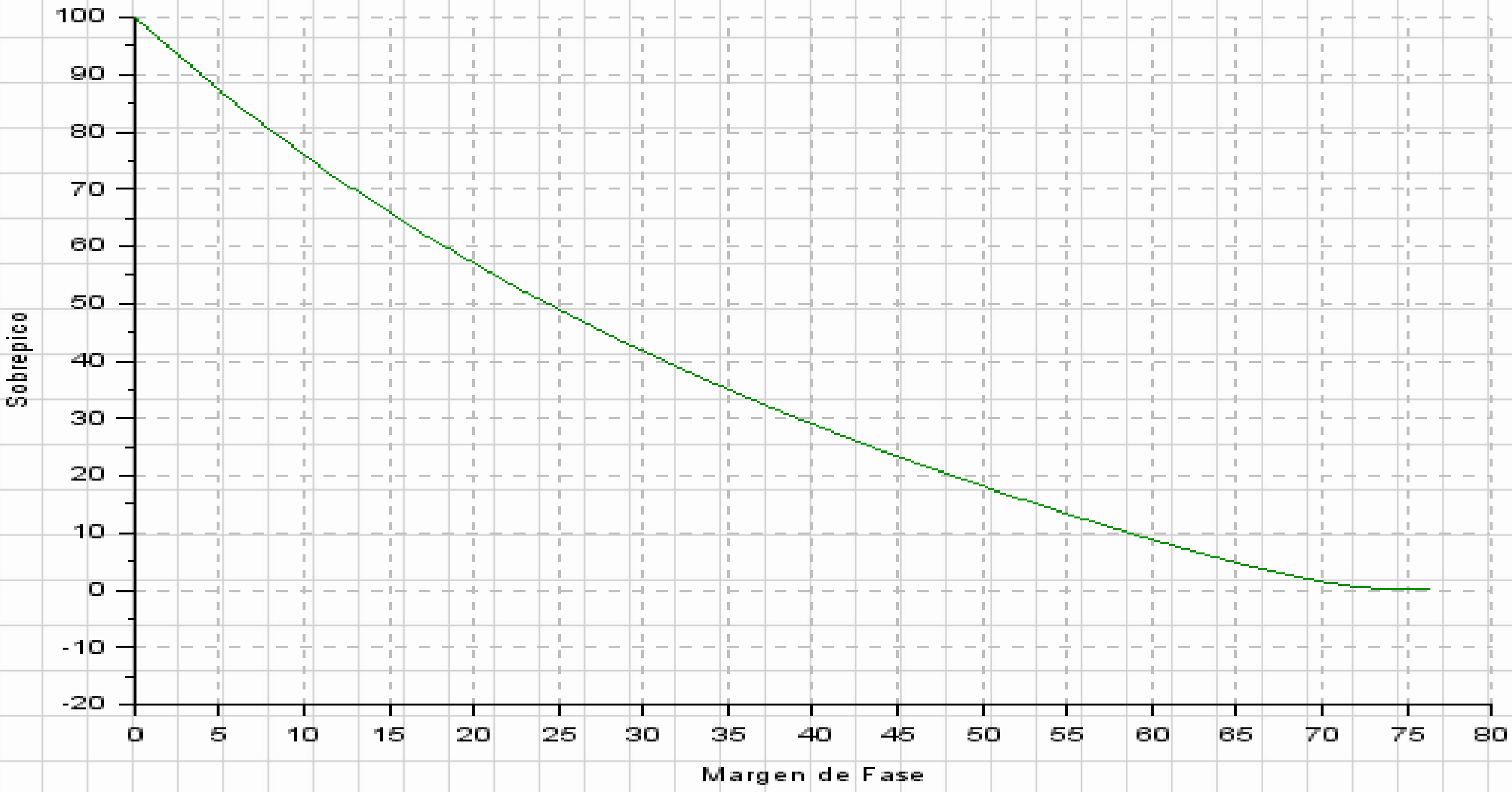




REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.



Psi	Sp	Mf
0.00	100.00	0.00
0.05	85.45	5.72
0.10	72.92	11.42
0.15	62.09	17.06
0.20	52.66	22.60
0.25	44.43	28.02
0.30	37.23	33.27
0.35	30.92	38.32
0.40	25.38	43.12
0.45	20.53	47.63
0.50	16.30	51.83
0.55	12.63	55.68
0.60	9.48	59.19
0.65	6.81	62.34
0.70	4.60	65.16
0.75	2.84	67.65
0.80	1.52	69.86
0.85	0.63	71.80
0.90	0.15	73.51
0.95	0.01	75.02
1.00	0.00	76.35

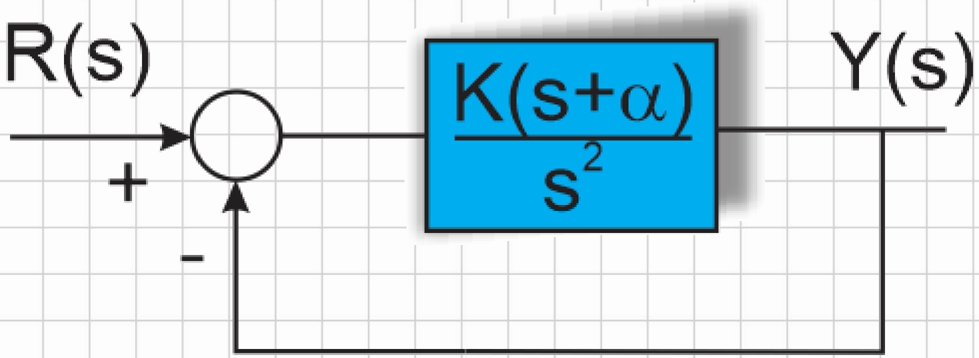
REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

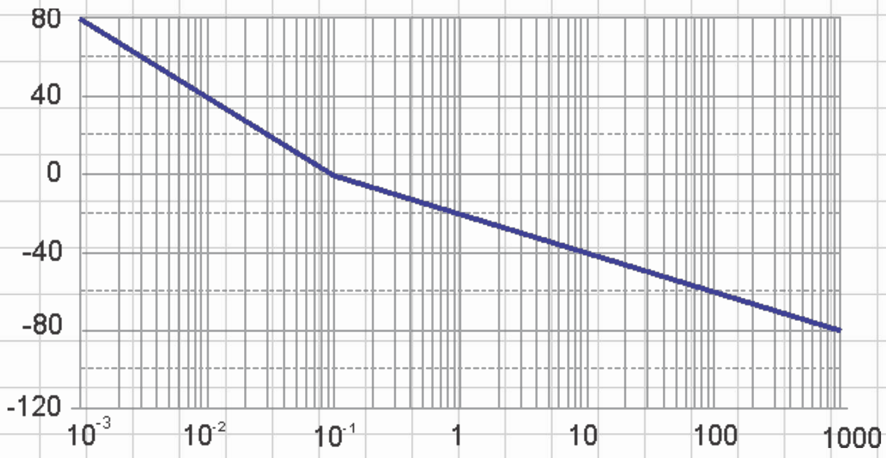
ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

Sistema de Segundo Orden con Cero

En la Figura se muestra un sistema de control de segundo orden representativo de aquellos sistemas en los cuales la pendiente de la ganancia para valores cercanos a 0 db pasa de -40dB/dec. a -20 dB/dec.





REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

La transferencia a lazo cerrado del sistema mostrado en la Figura está dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K(s+\alpha)}{s^2+Ks+K\alpha} \quad \text{si} \quad K = 2\xi\omega_n \qquad K\alpha = \omega_n^2$$

Reemplazando queda:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2\xi\omega_n s+\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \quad \text{Entonces:} \quad GH(s) = \frac{2\xi\omega_n s+\omega_n^2}{s^2}$$

Si se normaliza la frecuencia queda:

$$GH(\overline{s}) = \frac{2\xi\overline{s}+1}{\overline{s}^2} \Rightarrow MF = arctg\left[2\xi\sqrt{\sqrt{4\xi^4+1}-2\xi^2}\right]$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

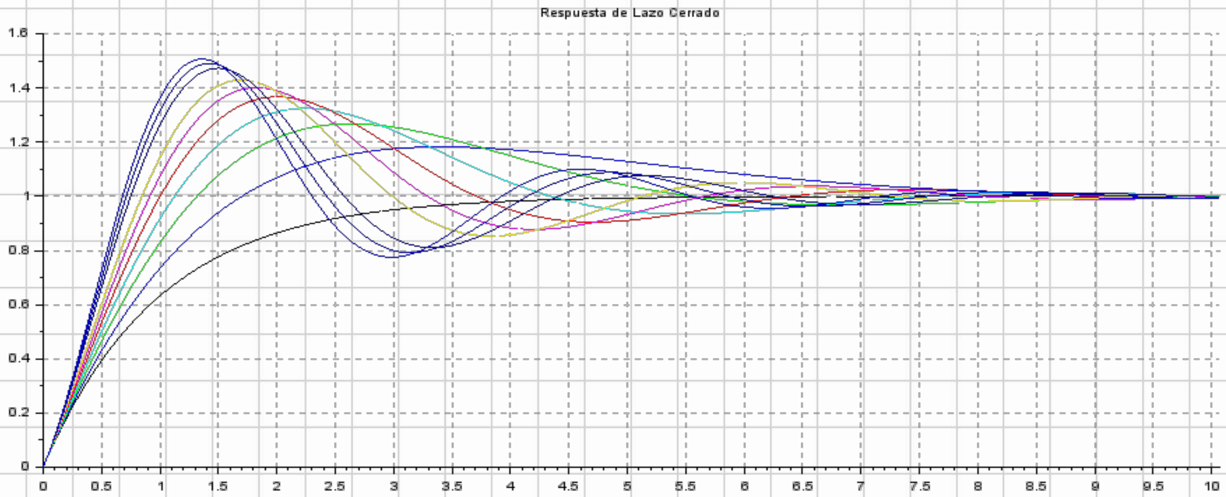
Analizando la salida del sistema:

$$Y(s)=\frac{2\xi\omega_n s+\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=\underbrace{\frac{\omega_n^2\cdot R(s)}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}}_{V(s)}+\frac{2\xi s}{\omega_n}\underbrace{\left(\frac{\omega_n^2\cdot R(s)}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}\right)}_{V(s)}$$

Respuesta transitoria

Si se calcula la expresión de la respuesta transitoria de la transferencia de lazo cerrado para una entrada en forma de escalón con ($0<\xi<1$), resulta:

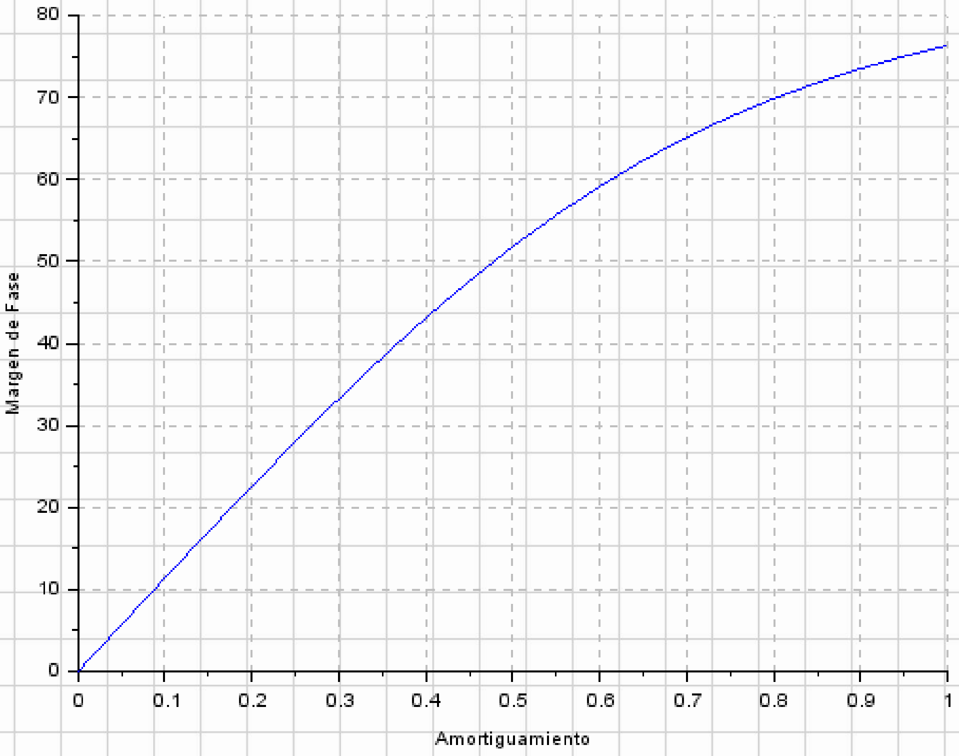
$$y(t)=v(t)+\frac{2\xi}{\omega_n}\cdot\frac{dv(t)}{dt}\qquad (t\geq 0)$$

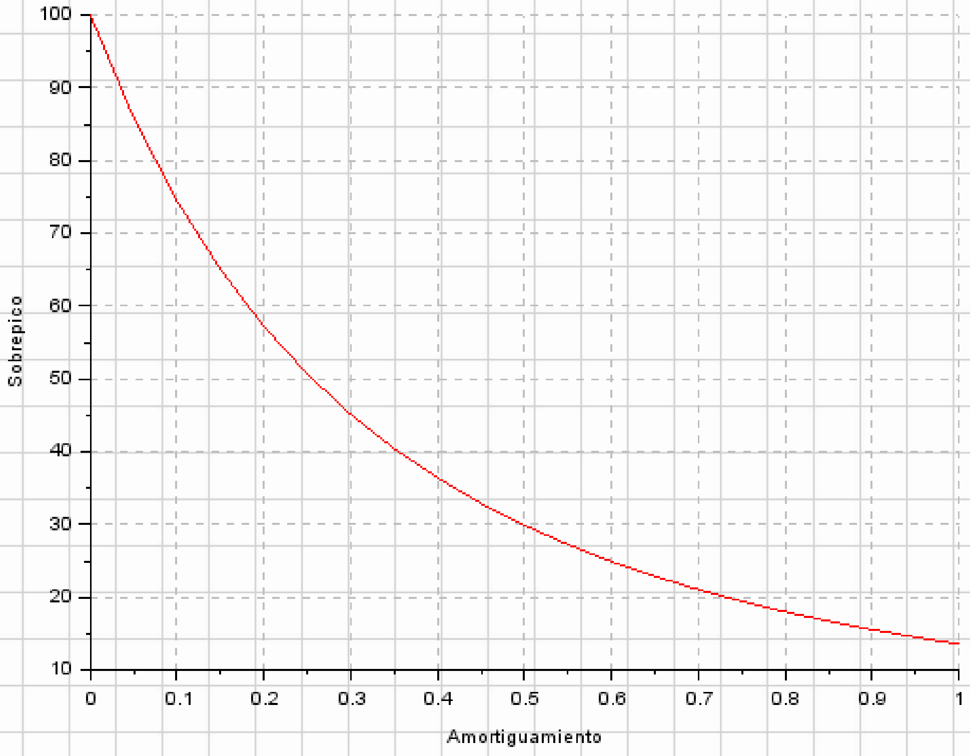


REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.

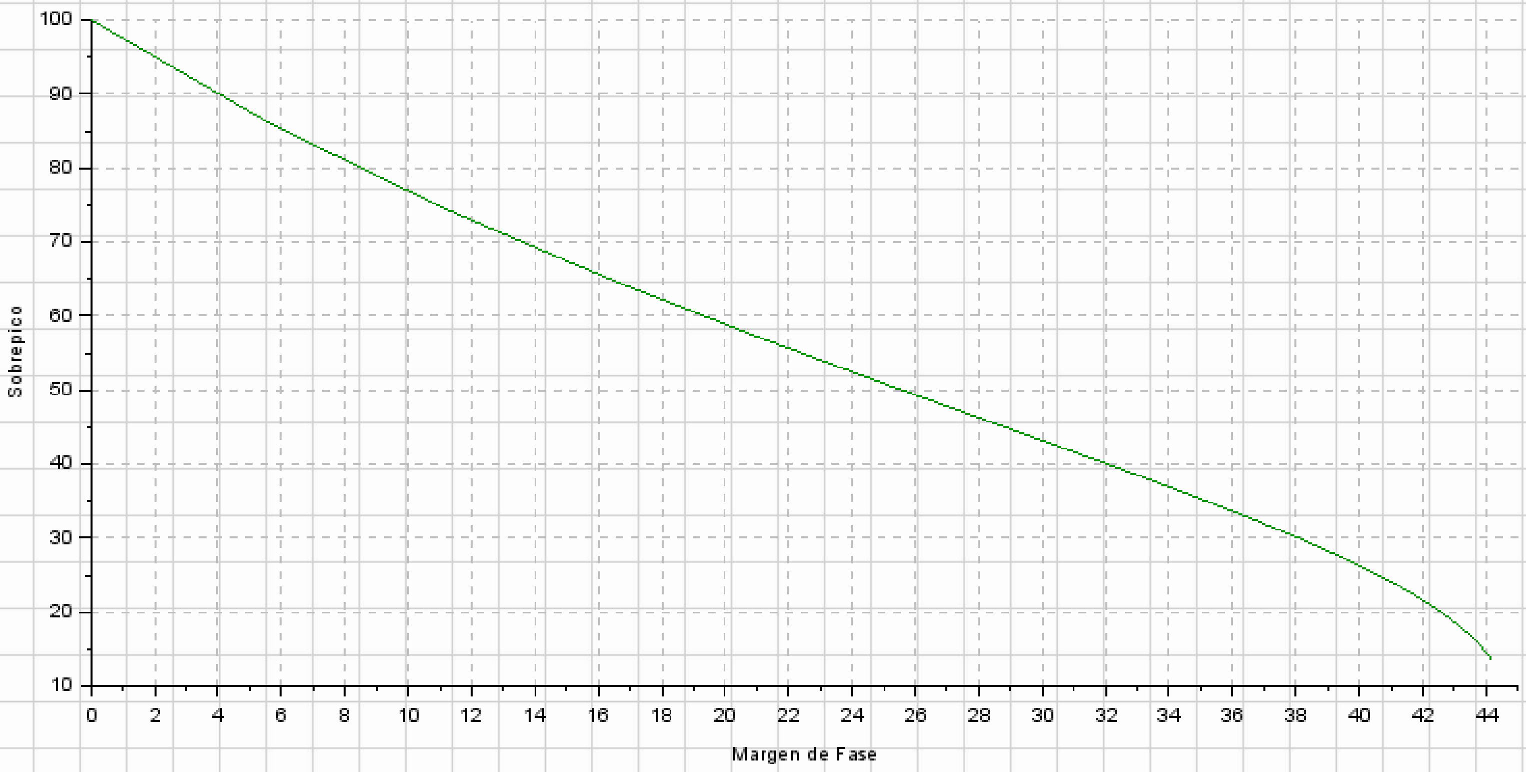




REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RESPUESTA TRANSITORIA

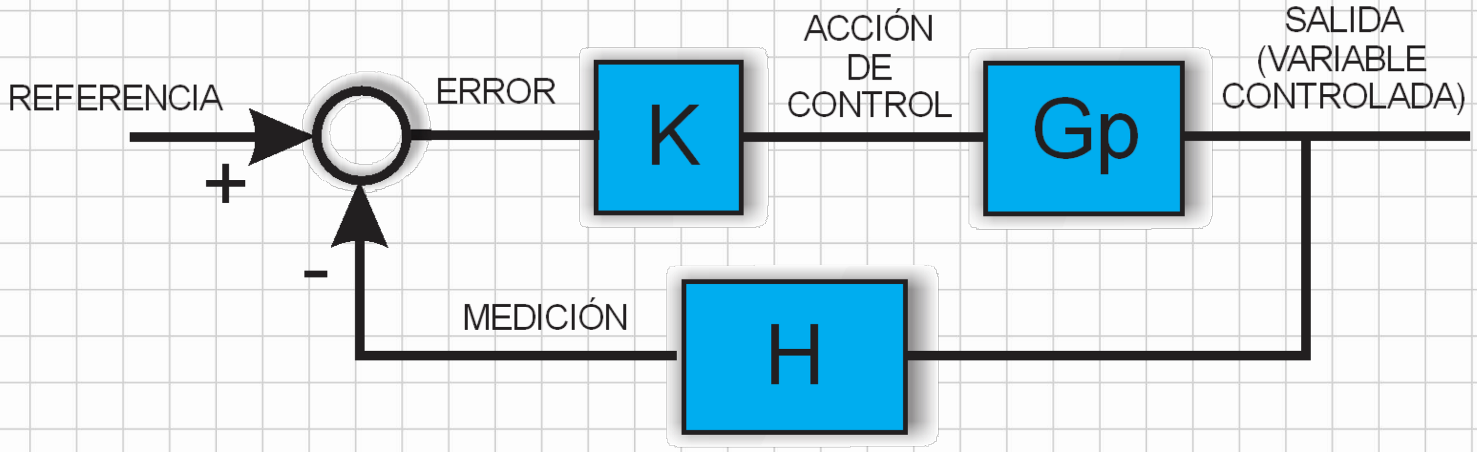
RELACIÓN ENTRE EL MARGEN DE FASE Y EL SOBREPICO.



Psi	Sp	Mf
0.00	100.00	0.00
0.05	85.88	5.70
0.10	74.41	11.20
0.15	64.99	16.35
0.20	57.17	21.02
0.25	50.63	25.16
0.30	45.10	28.75
0.35	40.39	31.80
0.40	36.35	34.35
0.45	32.87	36.46
0.50	29.84	38.17
0.55	27.20	39.55
0.60	24.88	40.66
0.65	22.84	41.53
0.70	21.03	42.22
0.75	19.42	42.77
0.80	17.98	43.19
0.85	16.69	43.53
0.90	15.53	43.80
0.95	14.48	44.01
1.00	13.53	44.18

EJEMPLO 1:

Considere el sistema de control de la figura, se desea encontrar los valores de la ganancia del controlador K para obtener los siguientes márgenes de fase: 30°, 45°, 60° y 75°.
Analice la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado y analice el sobrepico obtenido.



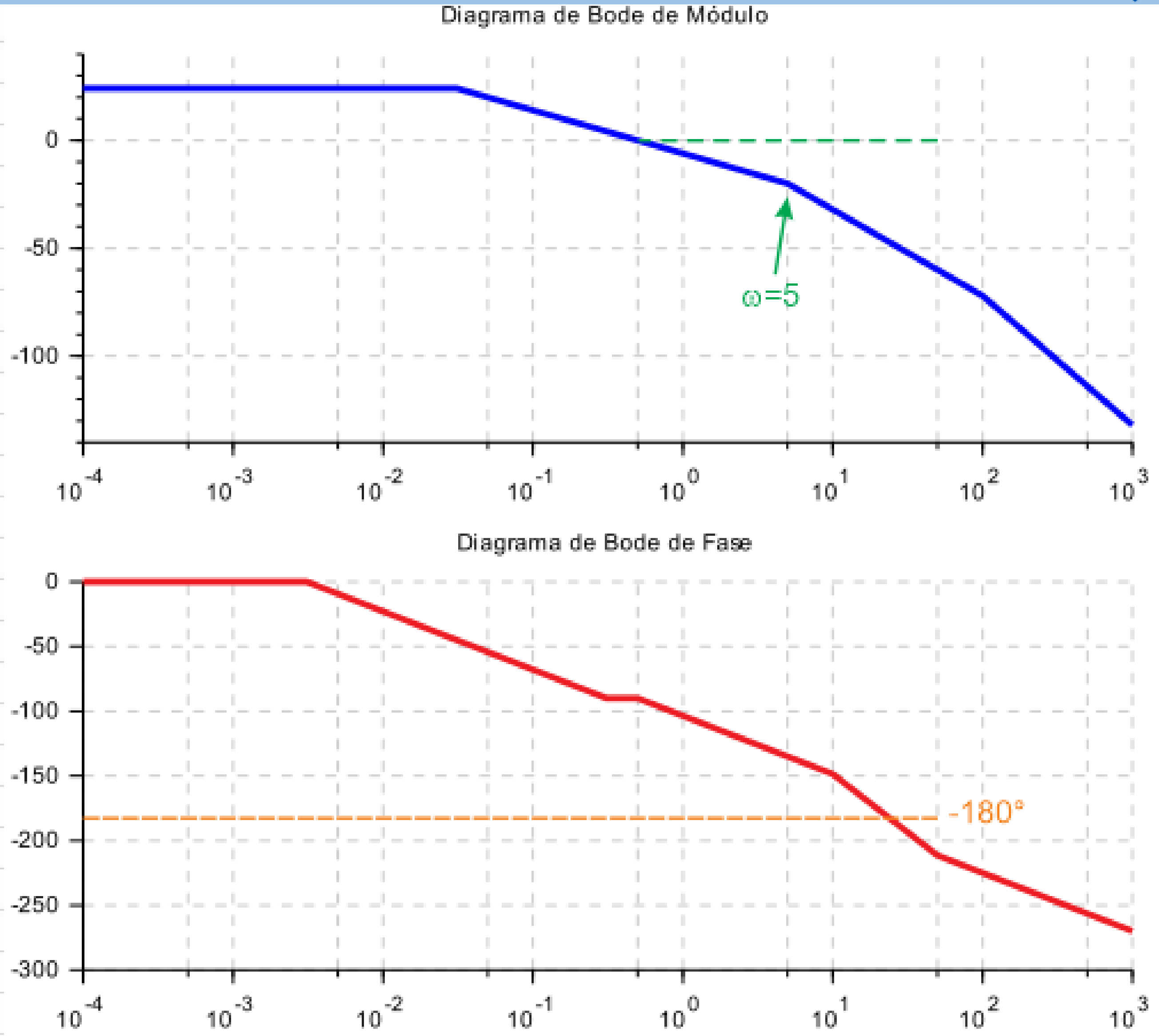
$$Gp(s) = \frac{25}{(s+0.031)(s+5)(s+100)}$$

$$H(s) = 10$$

Para la realización de los cálculos, simulaciones y gráficos se utiliza el programa ***SCILAB***, que es un software gratuito y de código abierto para ingenieros y científicos.

EJEMPLO 1:

$$KGp(s)H(s) = \frac{16.129 \cdot K}{\left(1+\frac{s}{0.031}\right)\left(1+\frac{s}{5}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$



EJEMPLO 1:

$$KGp(s)H(s) = \frac{16.129 \cdot K}{\left(1+\frac{s}{0.031}\right)\left(1+\frac{s}{5}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$

Margen de Fase = 45°

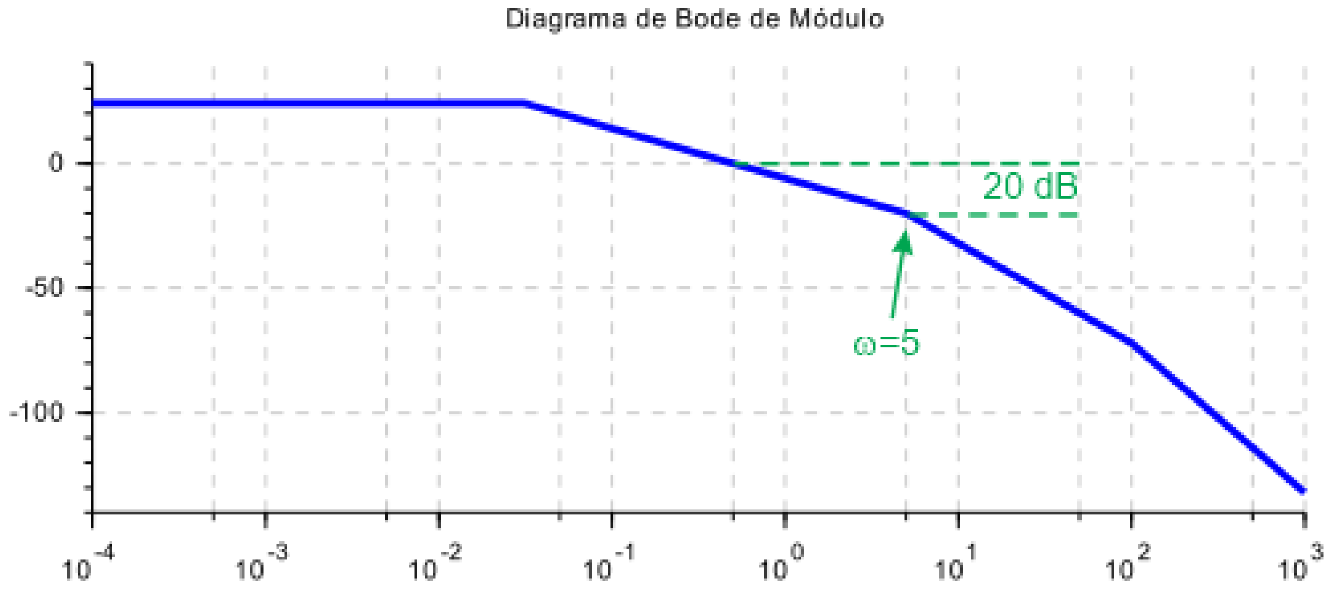
Frecuencia de quiebre ω=5 r/s

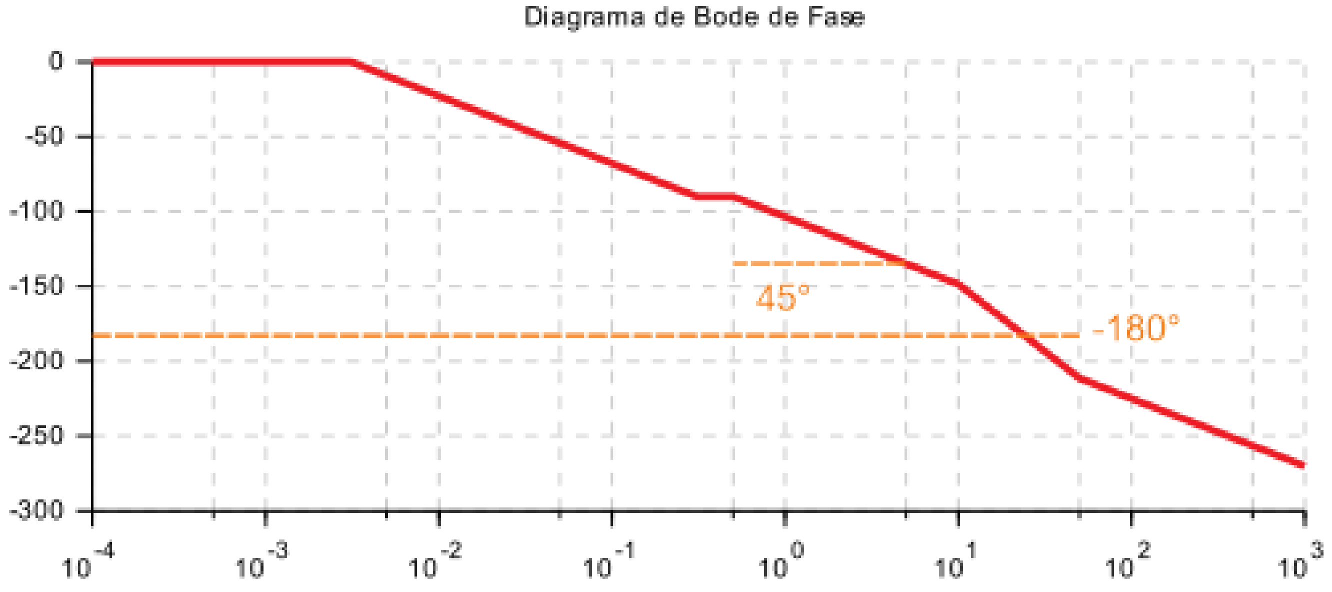
Ganancia= -20 dB

K=10

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1+K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{250}{(s+100)\left[(s+2.385)^2+4.405^2\right]}$$





EJEMPLO 1:

$$KGp(s)H(s)=\frac{16.129\cdot K}{\left(1+\frac{s}{0.031}\right)\left(1+\frac{s}{5}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$

Margen de Fase = 45°

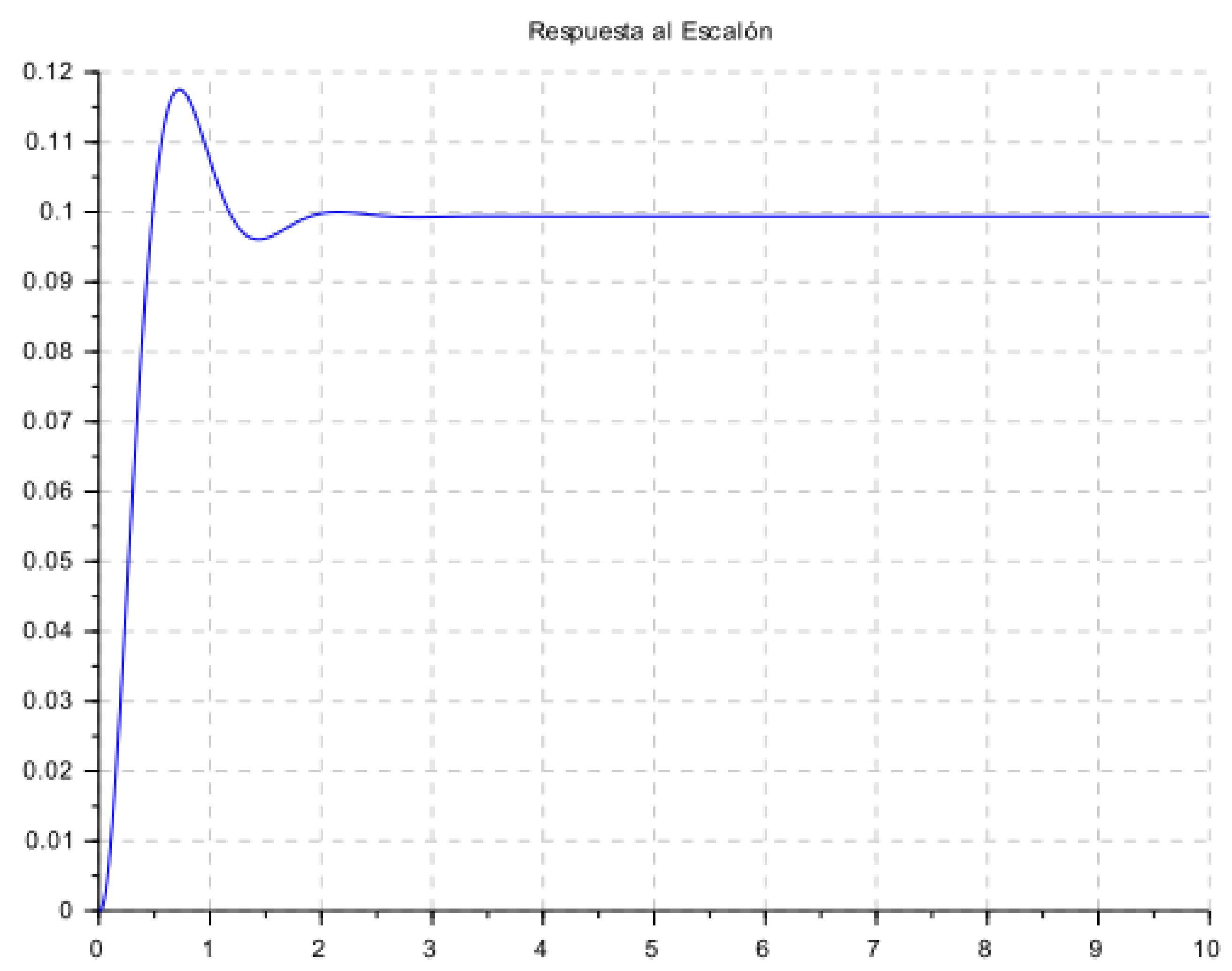
Frecuencia de quiebre ω=5 r/s

Ganancia= -20 dB

K=10

$$T_{lc}(s)=\frac{K\cdot Gp(s)}{1+K\cdot Gp(s)\cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s)=\frac{250}{(s+100)\left[(s+2.385)^2+4.405^2\right]}$$



EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 75°

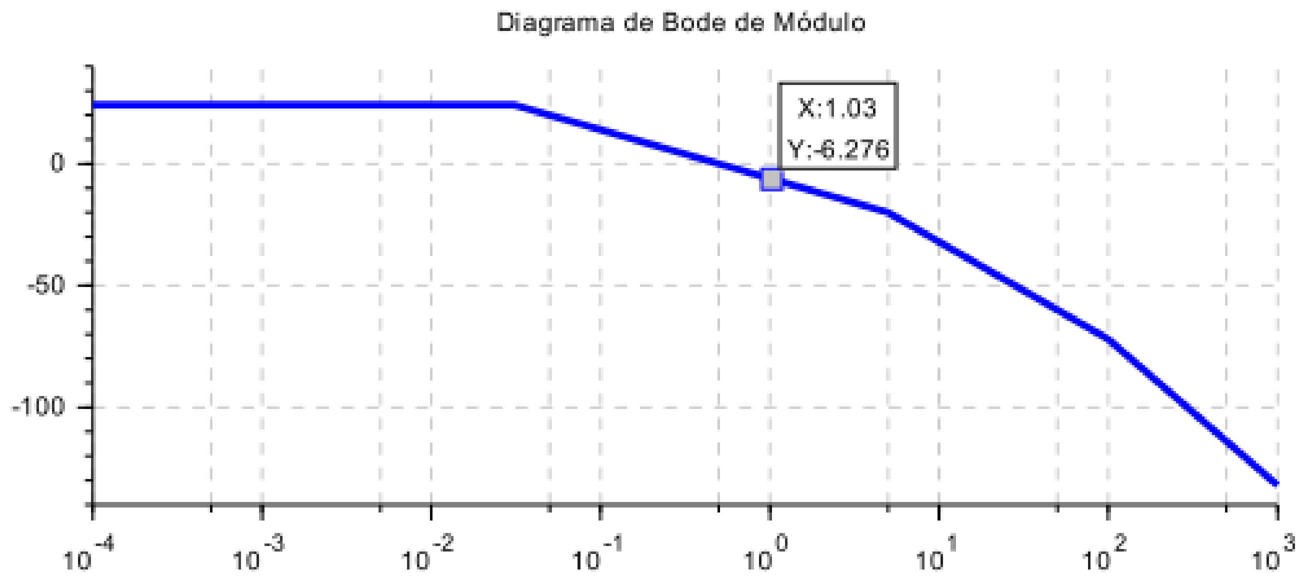
ω_{0dB}= 0.2 $\omega_{quiebre}$= 1 r/s

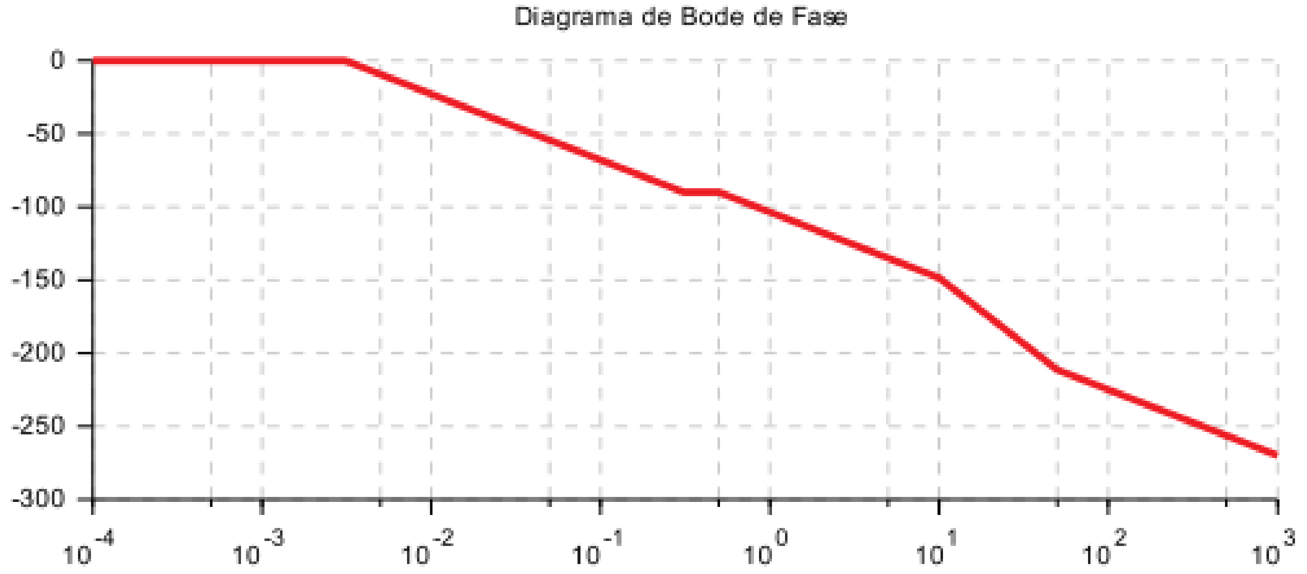
Ganancia= -6.28 dB

K=2

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{(s+100)(s+3.51)(s+1.47)}$$





EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 75°

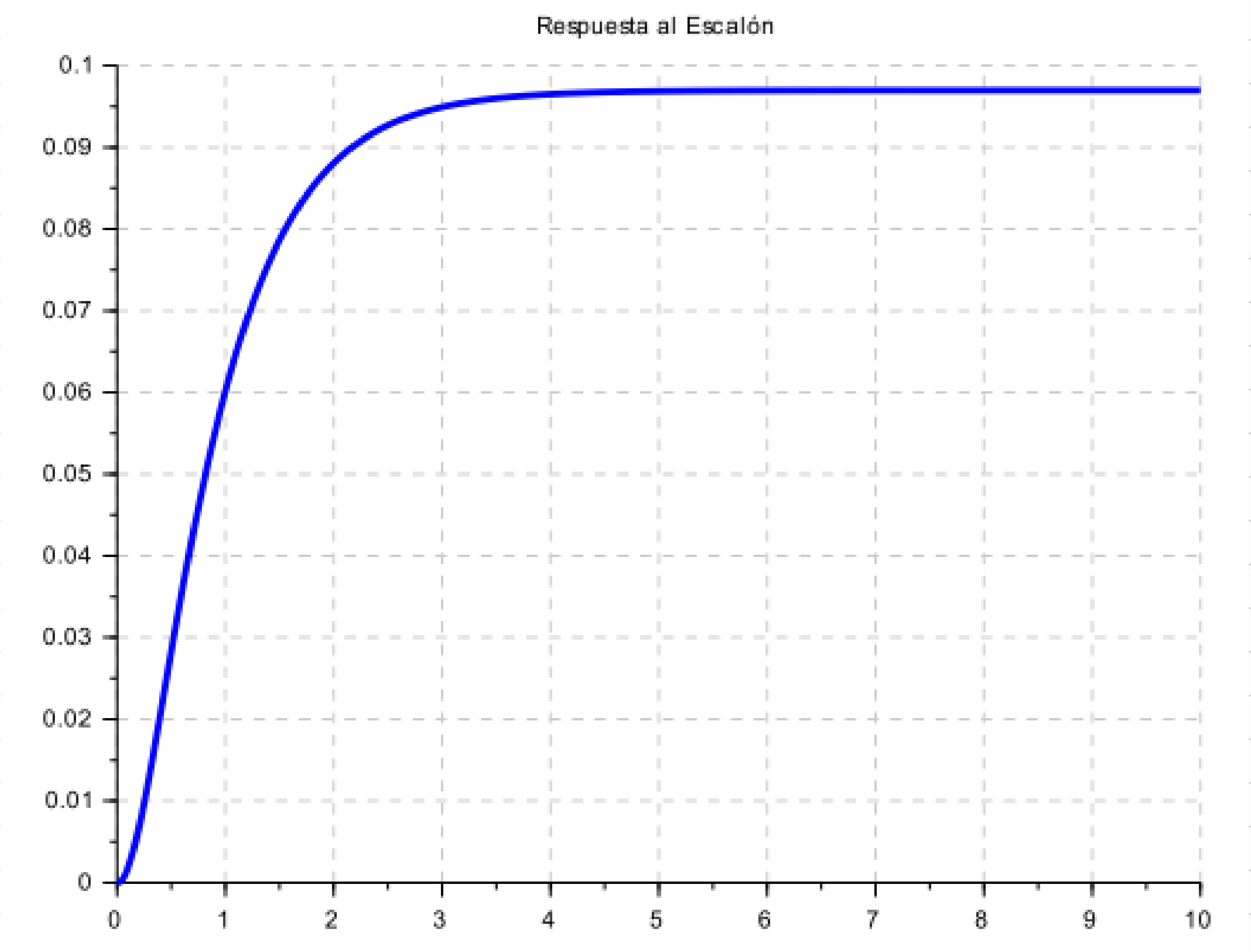
ω_{0dB}= 0.2 $\omega_{quiebre}$= 1 r/s

Ganancia= -6.28 dB

K=2

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{(s+100)(s+3.51)(s+1.47)}$$



EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 60°

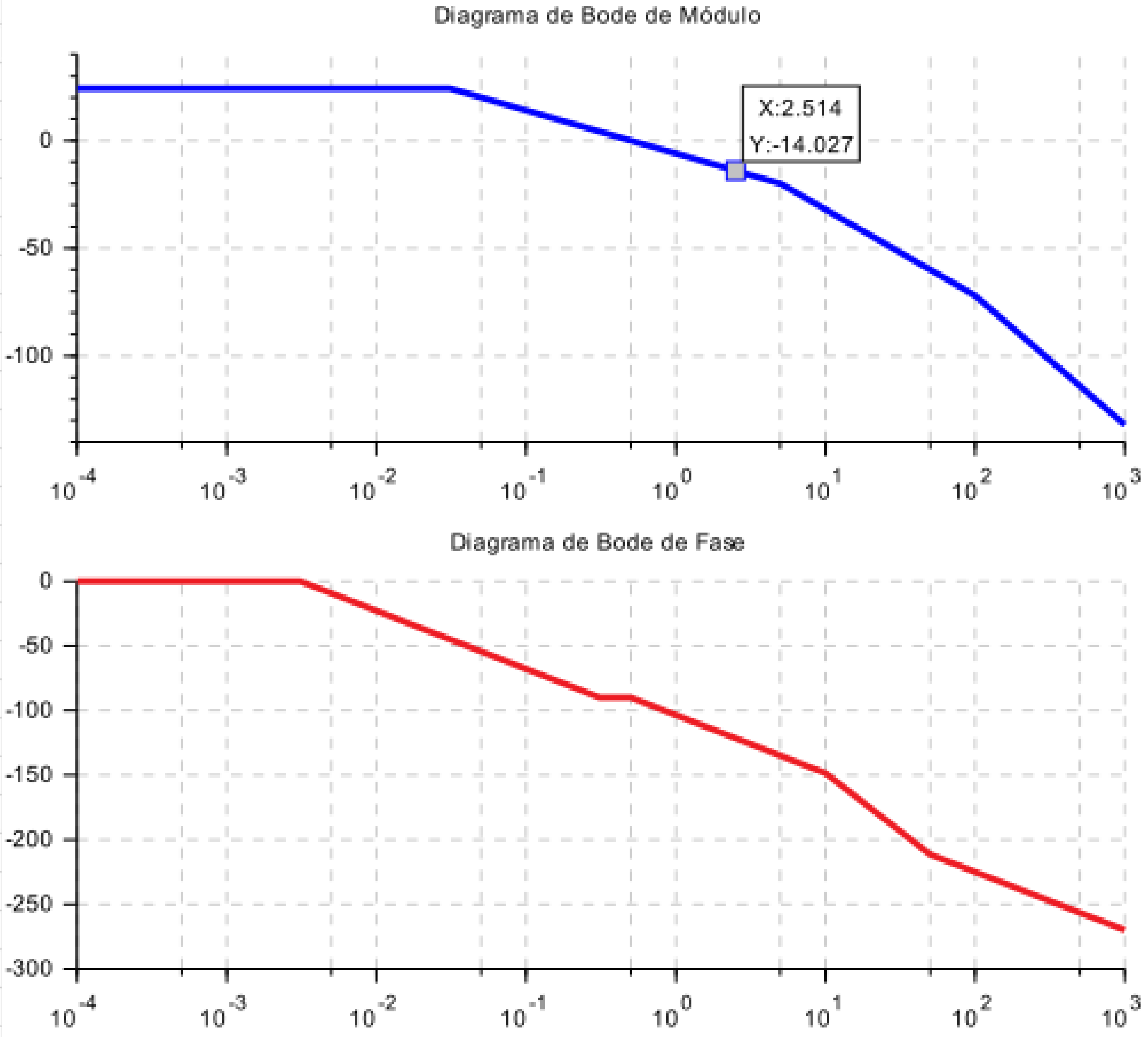
ω_{0dB}= 0.5 $\omega_{quiebre}$= 2.5 r/s

Ganancia= -14 dB

K=5

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{125}{(s+100)\left[(s+2.45)^2 + 2.576^2\right]}$$



EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 60°

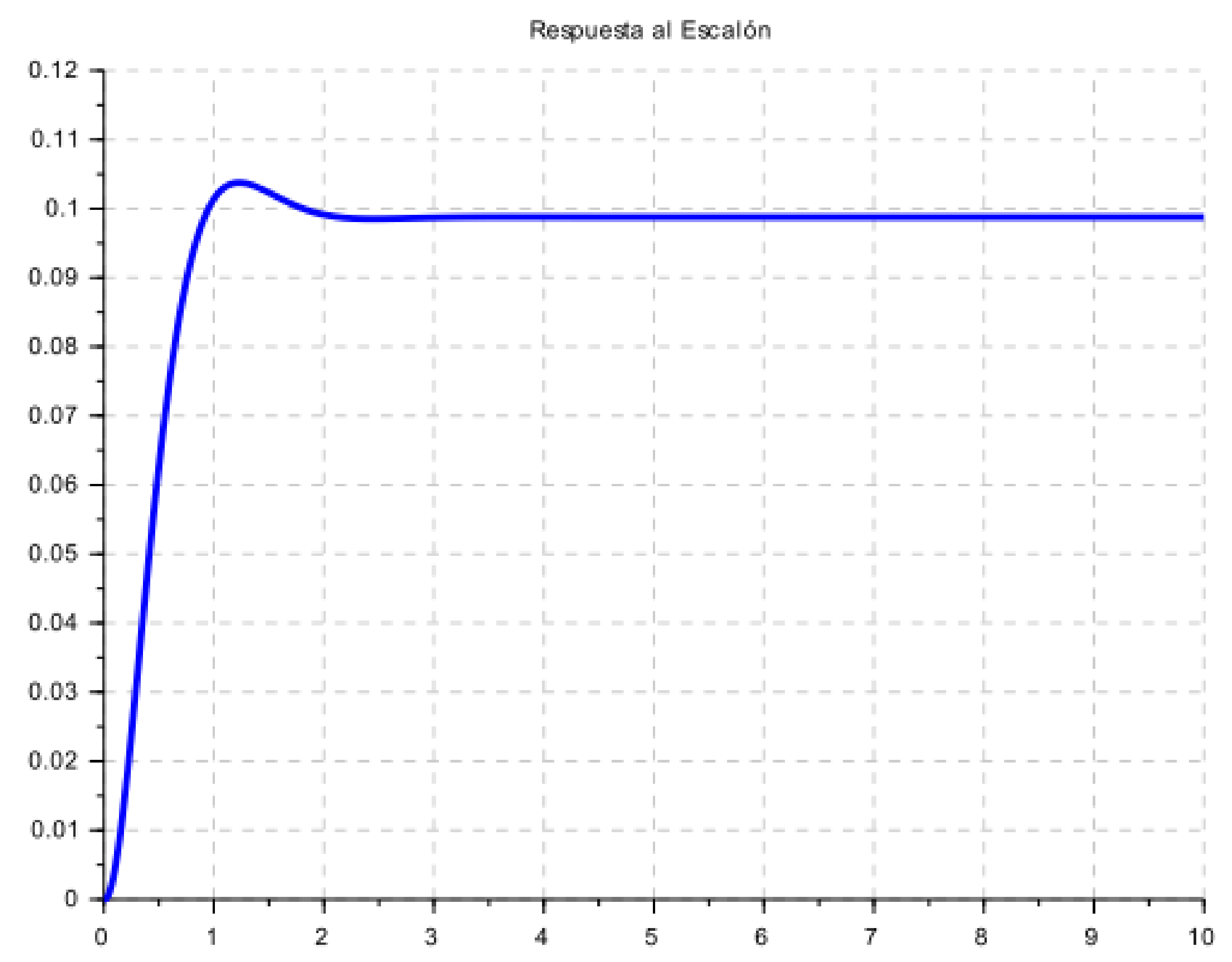
ω_{0dB}= 0.5 $\omega_{quiebre}$= 2.5 r/s

Ganancia= -14 dB

K=5

$$T_{lc}(s)=\frac{K\cdot Gp(s)}{1+K\cdot Gp(s)\cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s)=\frac{125}{(s+100)\left[(s+2.45)^2+2.576^2\right]}$$



CONTROLADORES

EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 30°

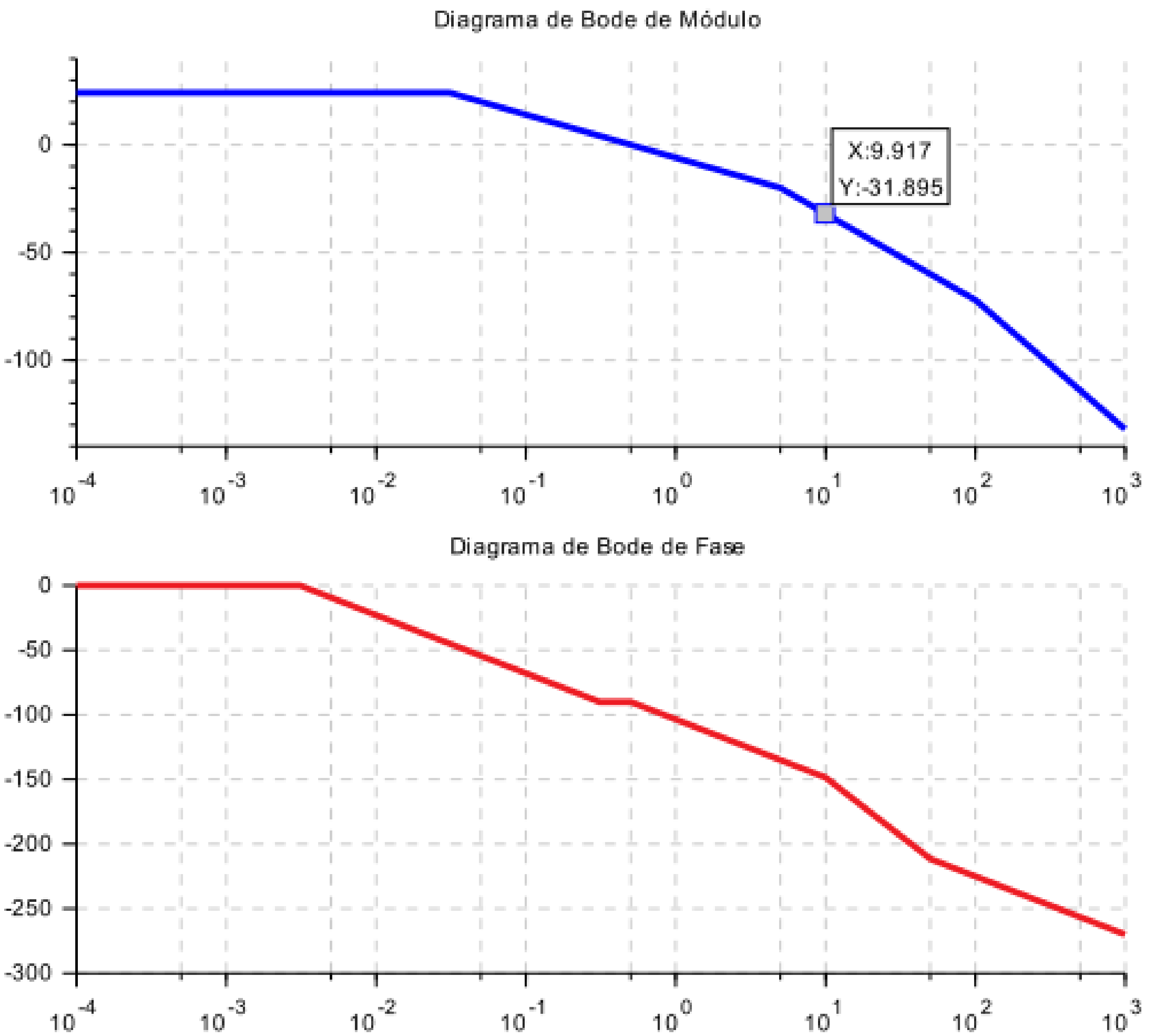
ω_{0dB}= 2 $\omega_{quiebre}$= 10 r/s

Ganancia= -32 dB

K=40

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{1000}{(s+101)\left[(s+2.0)^2 + 9.75^2\right]}$$



EJEMPLO 1:

Margen de Fase = 30°

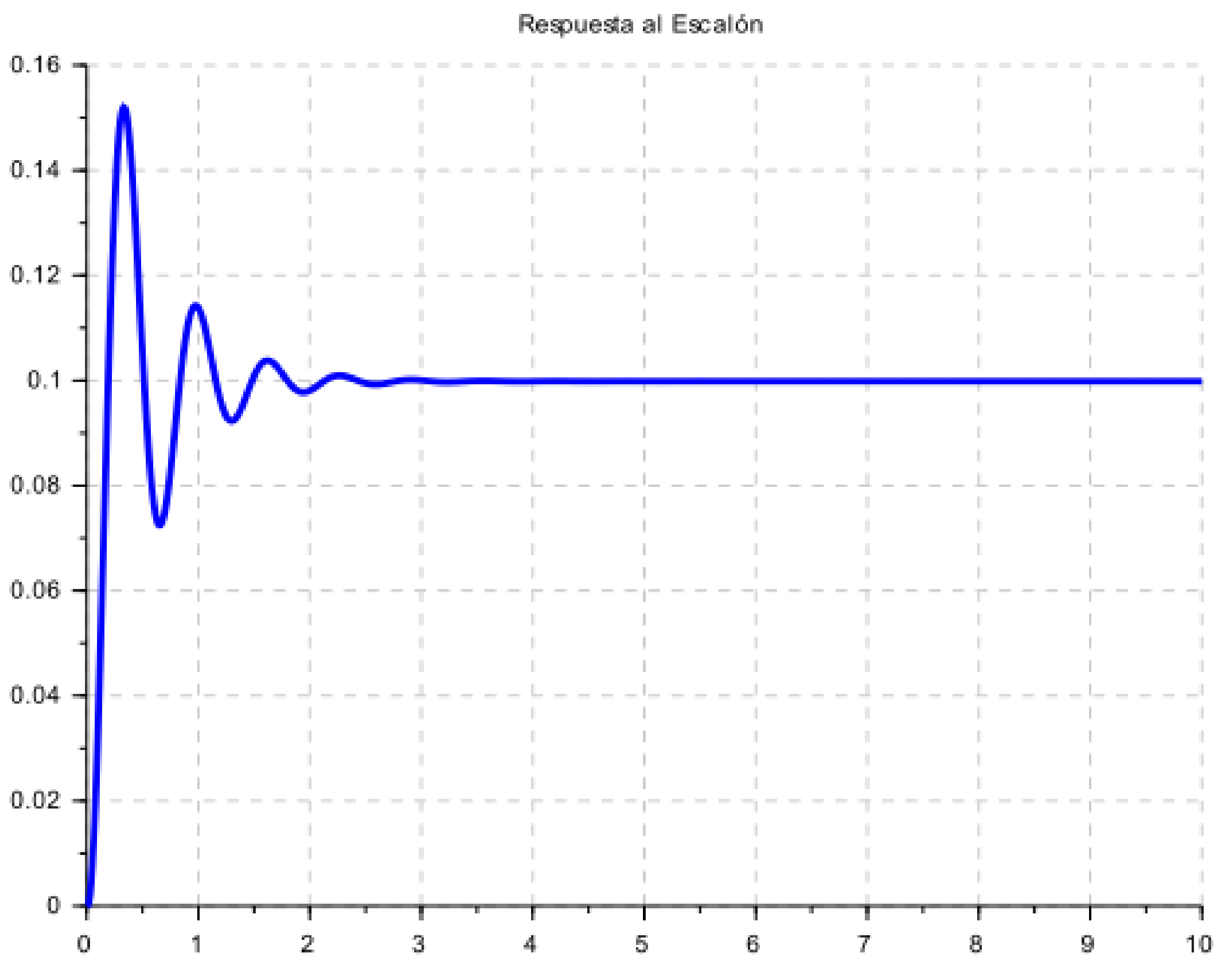
ω_{0dB}= 2 $\omega_{quiebre}$= 10 r/s

Ganancia= -32 dB

K=40

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

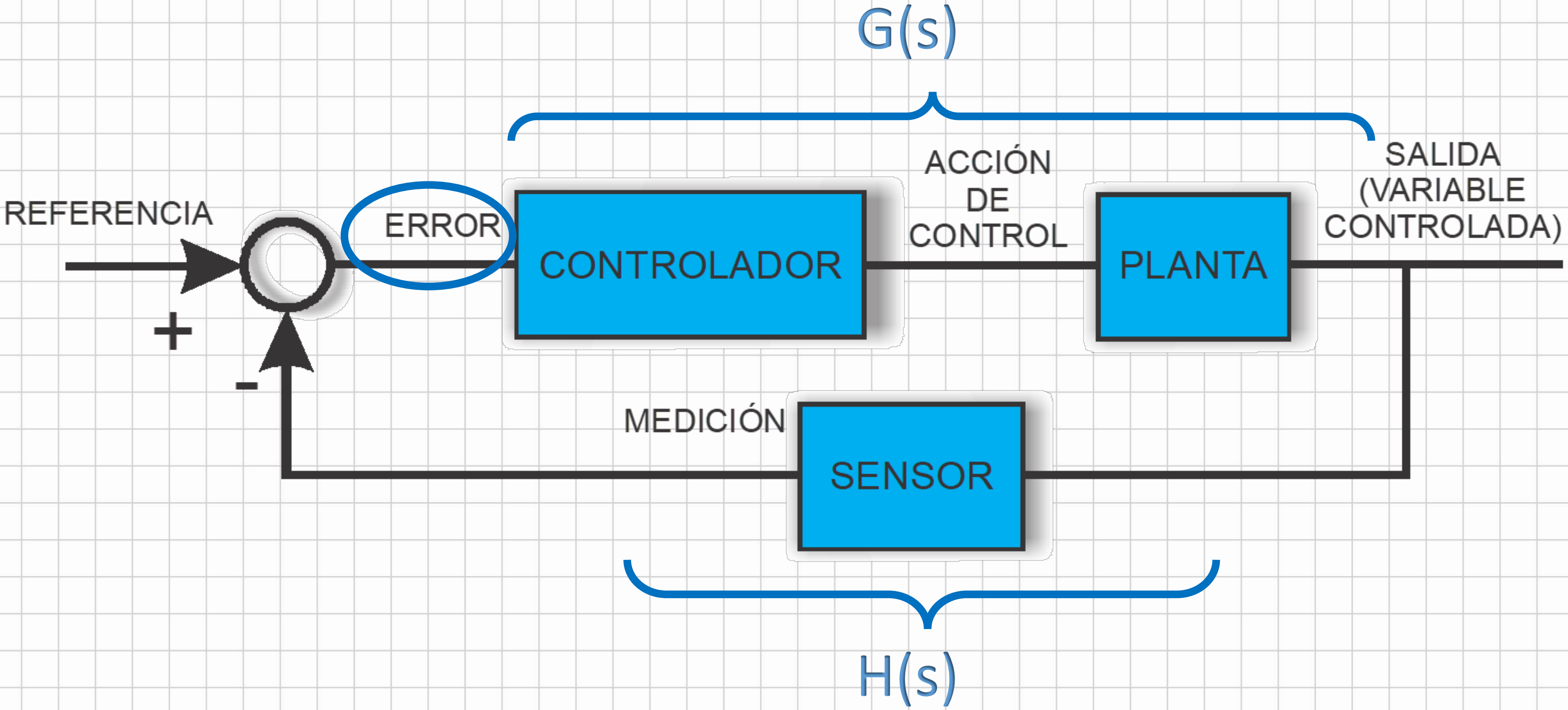
$$T_{lc}(s) = \frac{1000}{(s+101)\left[(s+2.0)^2 + 9.75^2\right]}$$



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

La precisión de un sistema de control se determina a partir del error, obtenido de la diferencia entre la referencia y la señal medida, en régimen permanente, es decir luego de extinguido el transitorio.



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

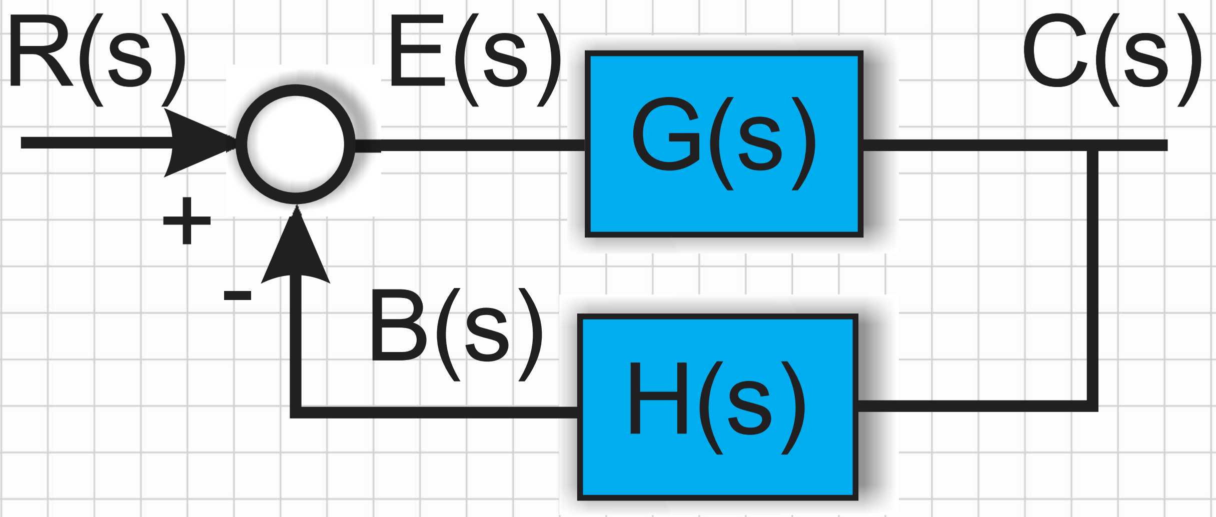
ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

ERROR EN RÉGIMEN PERMANENTE

$$E(s) = R(s) - B(s)$$

$$E(s) = R(s) - \frac{R(s)G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$E(s) = R(s)\left(\frac{1}{1+G(s)H(s)}\right)$$



Teorema del valor final

$$e_{rp} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

ANÁLISIS DEL ERROR PARA DISTINTAS ENTRADAS

Escalón unitario : $R(s) = \frac{1}{s}$

$$e_{rp} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} G(s)H(s)}$$

$$Kp = \lim_{s \to 0} G(s)H(s)$$ Kp : constante de error a la posición

por lo tanto

$$e_{rp} = \frac{1}{1 + Kp}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

ANÁLISIS DEL ERROR PARA DISTINTAS ENTRADAS

Rampa unitaria : $R(s)=\frac{1}{s^2}$

$$e_{rp}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s\left(1+G(s)H(s)\right)}=\frac{1}{\lim_{s\to 0} sG(s)H(s)}$$

$$Kv=\lim_{s\to 0} sG(s)H(s)$$ Kv : constante de error a la velocidad

por lo tanto

$$e_{rp}=\frac{1}{Kv}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

ANÁLISIS DEL ERROR PARA DISTINTAS ENTRADAS

Parábola unitaria : $R(s) = \dfrac{1}{s^3}$

$$e_{rp} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2\left(1 + G(s)H(s)\right)} = \frac{1}{\lim\limits_{s \to 0} s^2 G(s)H(s)}$$

$Ka = \lim\limits_{s \to 0} s^2 G(s)H(s)$ Ka : constante de error a la aceleración

por lo tanto

$$e_{rp} = \frac{1}{Ka}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

TIPO DE SISTEMA

Clasificación

$$G(s)=\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{s^p\,(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots}$$

Tipo de sistema = cantidad de polos en cero

Sistema tipo 0

$$G(s)=\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots}$$

Sistema tipo 1

$$G(s)=\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{s\,(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots}$$

Sistema tipo 2

$$G(s)=\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{s^2\,(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

SISTEMA TIPO 0

$$Kp = \lim_{s \to 0} \frac{K \cdot (1 + sT_1) \cdot (1 + sT_2)\ldots}{(1 + sT_a) \cdot (1 + sT_b)\ldots} = K$$

$$e_{rp} = \frac{1}{1 + K}$$

Error constante

$$Kv = \lim_{s \to 0} \ s \cdot \frac{K \cdot (1 + sT_1) \cdot (1 + sT_2)\ldots}{(1 + sT_a) \cdot (1 + sT_b)\ldots} = 0$$

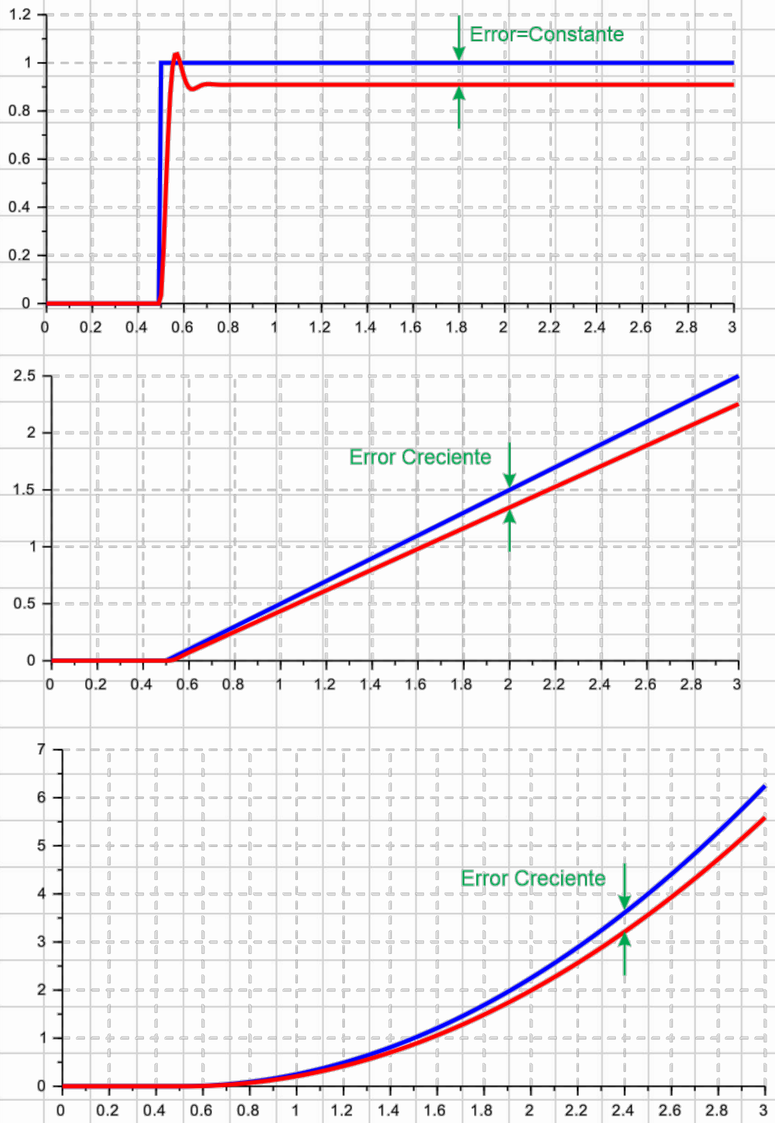
$$e_{rp} = \frac{1}{0} = \infty$$

Error infinito

$$Ka = \lim_{s \to 0} \ s^2 \cdot \frac{K \cdot (1 + sT_1) \cdot (1 + sT_2)\ldots}{(1 + sT_a) \cdot (1 + sT_b)\ldots} = 0$$

$$e_{rp} = \frac{1}{0} = \infty$$

Error infinito



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

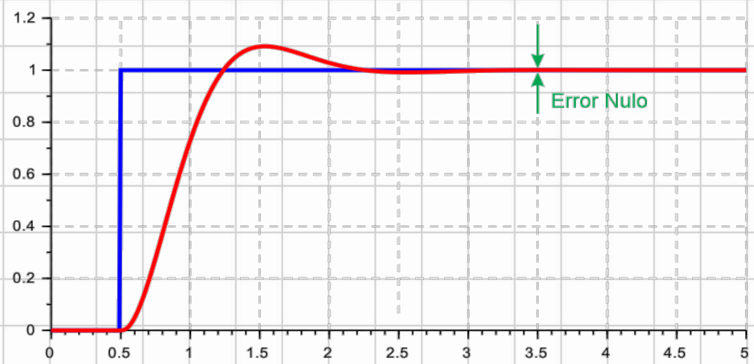
ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

SISTEMA TIPO 1

$$Kp = \lim_{s\to 0} \frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\dots}{s\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\dots} = \infty$$

$$e_{rp} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

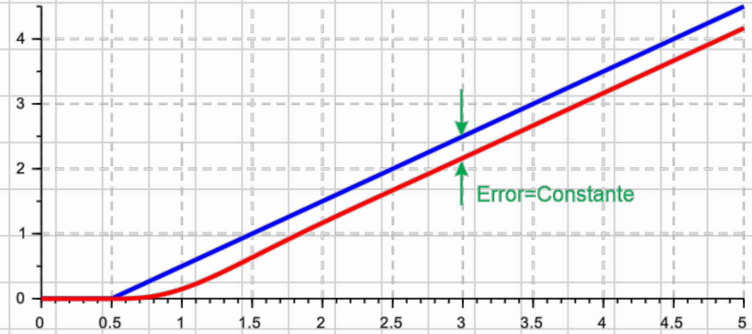
Error Nulo



$$Kv = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\dots}{\cancel{s}\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\dots} = K$$

$$e_{rp} = \frac{1}{K}$$

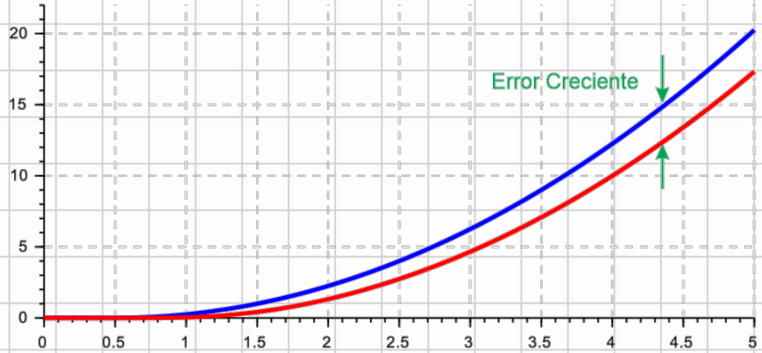
Error Constante



$$Ka = \lim_{s\to 0} s^{\cancel{2}}\cdot\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\dots}{\cancel{s}\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\dots} = 0$$

$$e_{rp} = \frac{1}{0} = \infty$$

Error infinito



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

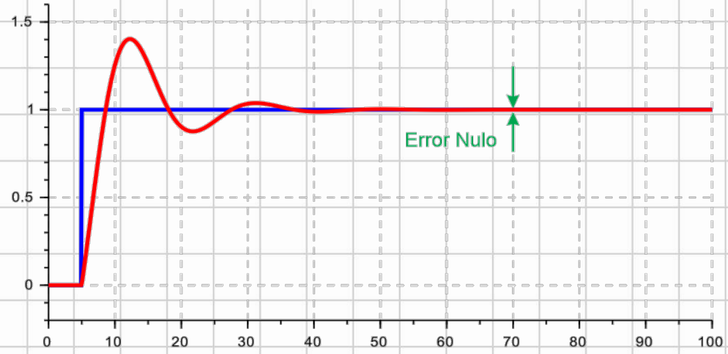
ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

SISTEMA TIPO 2

$$Kp = \lim_{s\to 0} \frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{s^2\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots} = \infty$$

$$e_{rp} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

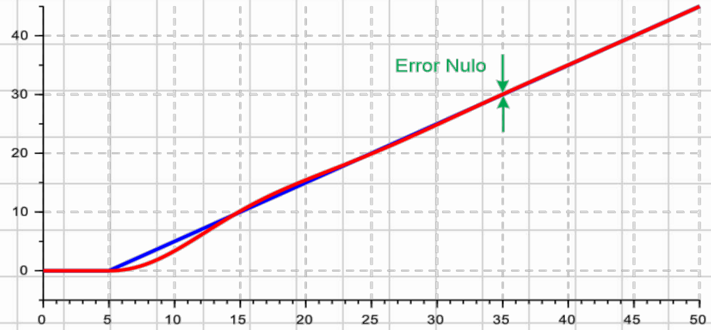
Error Nulo



$$Kv = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{s^{\cancel{2}}\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots} = \infty$$

$$e_{rp} = \frac{1}{\infty} = 0$$

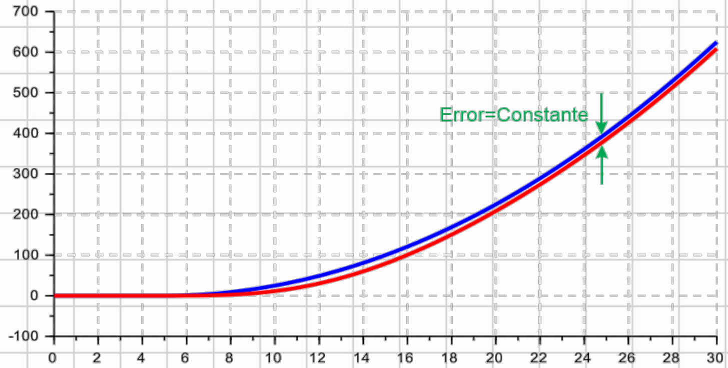
Error Nulo



$$Ka = \lim_{s\to 0} \cancel{s}^{\cancel{2}}\cdot\frac{K\cdot(1+sT_1)\cdot(1+sT_2)\ldots}{\cancel{s}^{\cancel{2}}\cdot(1+sT_a)\cdot(1+sT_b)\ldots} = K$$

$$e_{rp} = \frac{1}{K}$$

Error Constante



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

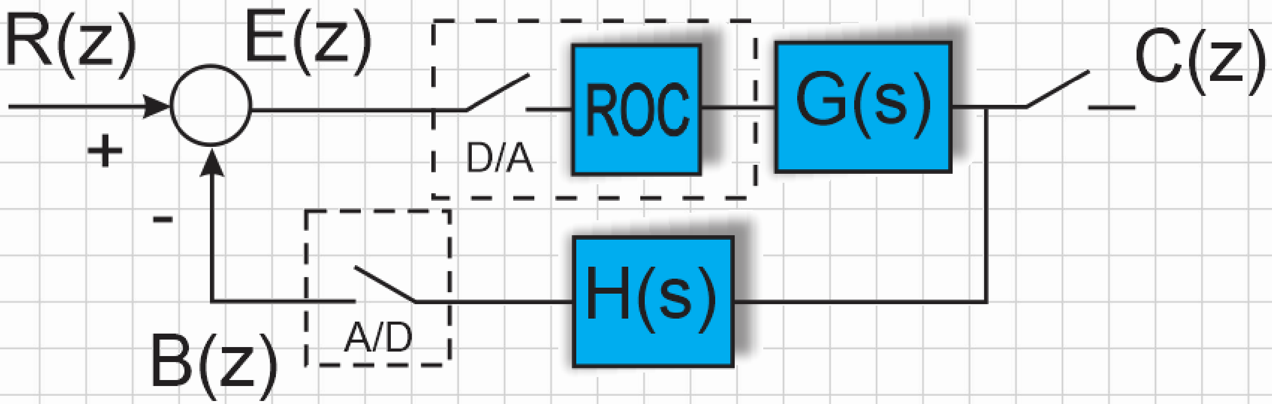
RESUMEN

Tipo de sistema	Kp	Kv	Ka	ERROR POSICIÓN	ERROR VELOCIDAD	ERROR ACELERACIÓN
	$Kp = \lim_{s\to 0} G(s)$	$Kv = \lim_{s\to 0} sG(s)$	$Ka = \lim_{s\to 0} s^2G(s)$	$e_{rp} = \frac{1}{1+Kp}$	$e_{rp} = \frac{1}{Kv}$	$e_{rp} = \frac{1}{Ka}$
0	K	0	0	$\frac{1}{1+K} = cte$	∞	∞
1	∞	K	0	0	$\frac{1}{K} = cte$	∞
2	∞	∞	K	0	0	$\frac{1}{K} = cte$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

Sistemas Discretos



$$GH(z) = Z\{ROC \ \ GH(s)\} = \left(1 - z^{-1}\right) Z\left\{\frac{GH(s)}{s}\right\}$$

$$E(z) = \frac{R(z)}{1 + GH(z)}$$

$$e_{rp} = \lim_{z \to 1} (z\text{-}1)E(z) = \lim_{z \to 1} \frac{(z\text{-}1)R(z)}{1 + GH(z)}$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: PRECISIÓN

Sistemas Discretos

Escalón unitario :

$$R(z)=\frac{z}{z-1} \qquad e_{rp}=\frac{1}{1+\lim\limits_{z\to 1} GH(z)} \qquad Kp=\lim_{z\to 1} GH(z)$$

Rampa unitaria :

$$R(z)=\frac{Tz}{(z-1)^2} \qquad e_{rp}=\frac{1}{\frac{1}{T}\lim\limits_{z\to 1}(z-1)GH(z)} \qquad Kv=\lim_{z\to 1}\frac{1}{T}(z-1)GH(z)$$

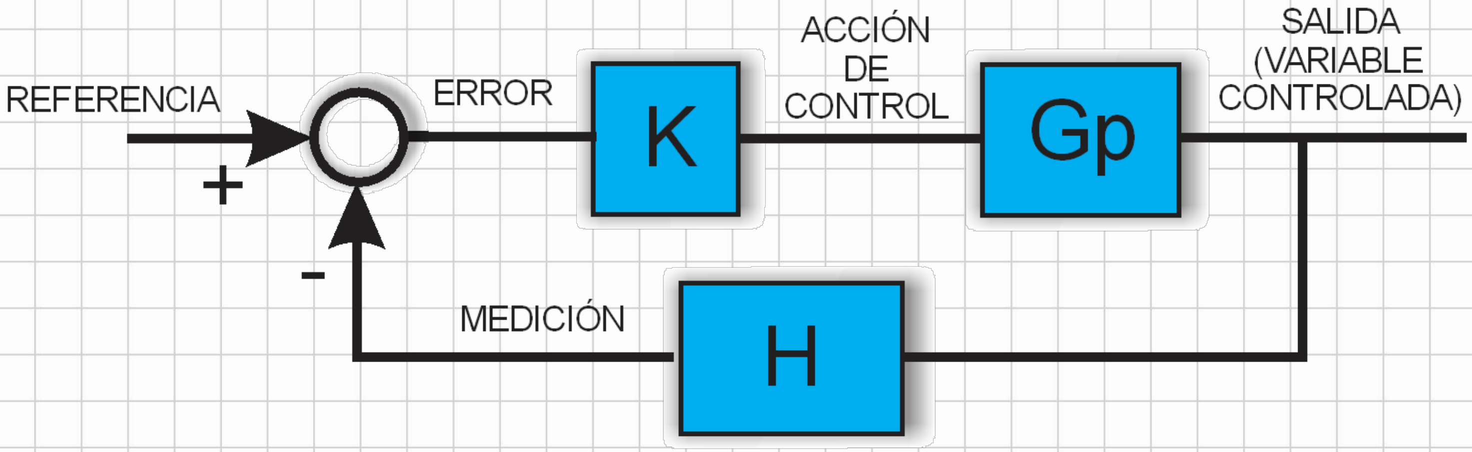
Parábola unitaria :

$$R(z)=\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \qquad e_{rp}=\frac{1}{\frac{1}{T^2}\lim\limits_{z\to 1}(z-1)^2 GH(z)} \qquad Ka=\lim_{z\to 1}\frac{1}{T^2}(z-1)^2 GH(z)$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

EJEMPLO 2 :

Considere el sistema de control de la figura, se desea encontrar los valores de la ganancia del controlador K para que el error en régimen permanente para una entrada en rampa de pendiente 3 [1/seg.], tome los siguientes valores: 1, 0.5 y 0.1.
Analice la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado



$$Gp(s) = \frac{25}{s(s+5)(s+100)}$$

$$H(s) = 10$$

Para la realización de los cálculos, simulaciones y gráficos se utiliza el programa ***SCILAB***, que es un software gratuito y de código abierto para ingenieros y científicos.

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

$$KGp(s)H(s) = \frac{250K}{s(s+5)(s+100)}$$

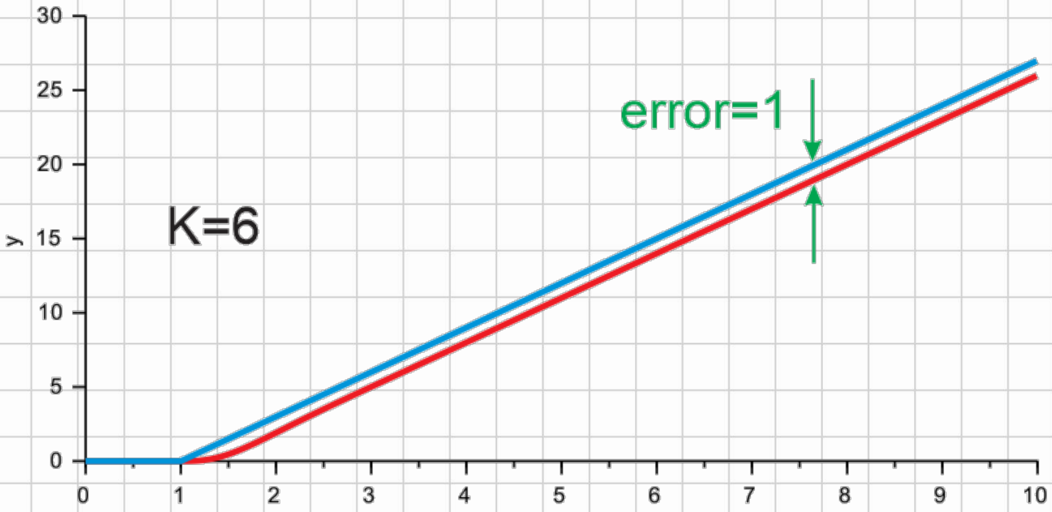
Error a la rampla

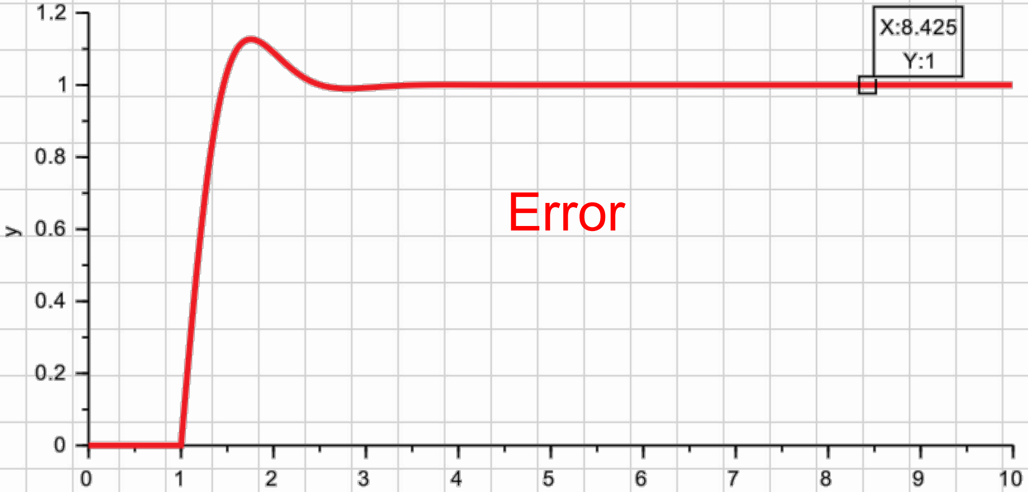
$$Kv = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{250K}{\cancel{s}(s+5)(s+100)} = 0.5K$$

$$e_{rp}[\%] = \frac{1}{Kv} = \frac{1}{0.5K}$$

$$e_{rp} = \frac{A}{Kv} = \frac{3}{0.5K}$$

$$K = \frac{3}{0.5 \cdot e_{rp}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{e_{rp} = 1 \quad K = 6} \\ e_{rp} = 0.5 \quad K = 12 \\ e_{rp} = 0.1 \quad K = 60 \end{cases}$$





REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

$$KGp(s)H(s) = \frac{250K}{s(s+5)(s+100)}$$

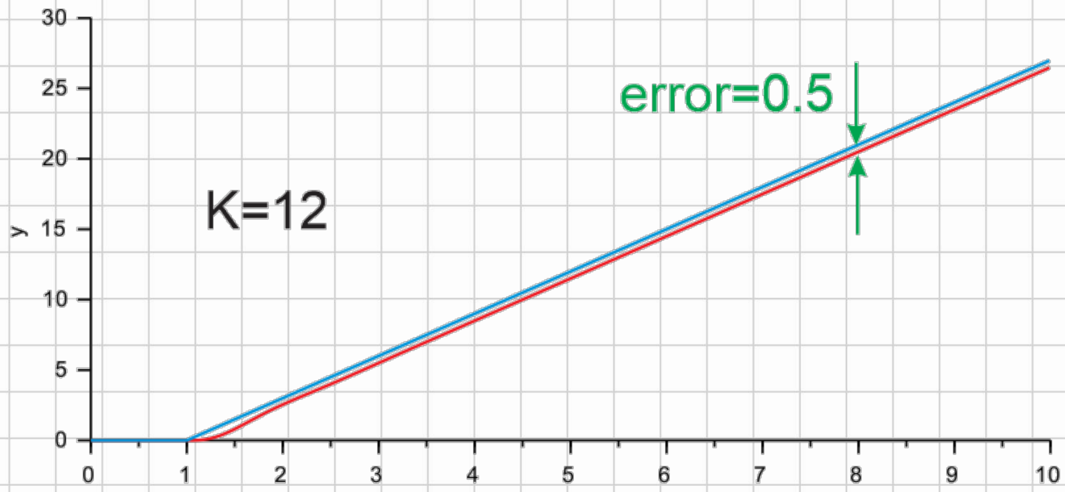
Error a la rampla

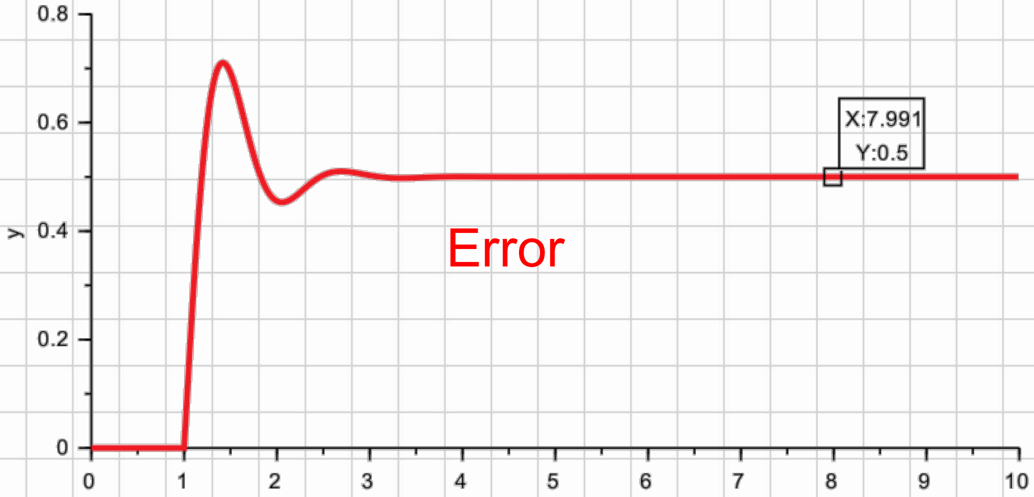
$$Kv = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{250K}{\cancel{s}(s+5)(s+100)} = 0.5K$$

$$e_{rp}[\%] = \frac{1}{Kv} = \frac{1}{0.5K}$$

$$e_{rp} = \frac{A}{Kv} = \frac{3}{0.5K}$$

$$K = \frac{3}{0.5 \cdot e_{rp}} \Rightarrow \begin{cases} e_{rp} = 1 & K = 6 \\ \boxed{e_{rp} = 0.5 \quad K = 12} \\ e_{rp} = 0.1 & K = 60 \end{cases}$$





REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

$$KGp(s)H(s)=\frac{250K}{s(s+5)(s+100)}$$

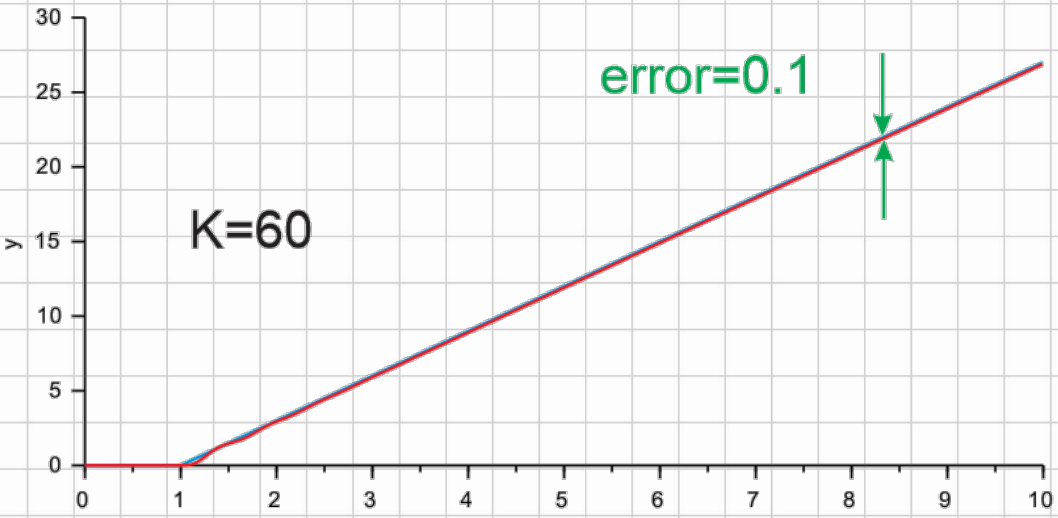
Error a la rampla

$$Kv=\lim_{s\to 0}\cancel{s}\frac{250K}{\cancel{s}(s+5)(s+100)}=0.5K$$

$$e_{rp}[\%]=\frac{1}{Kv}=\frac{1}{0.5K}$$

$$e_{rp}=\frac{A}{Kv}=\frac{3}{0.5K}$$

$$K=\frac{3}{0.5\cdot e_{rp}}\Rightarrow\begin{cases} e_{rp}=1 & K=6 \\ e_{rp}=0.5 & K=12 \\ \boxed{e_{rp}=0.1 \quad K=60} \end{cases}$$



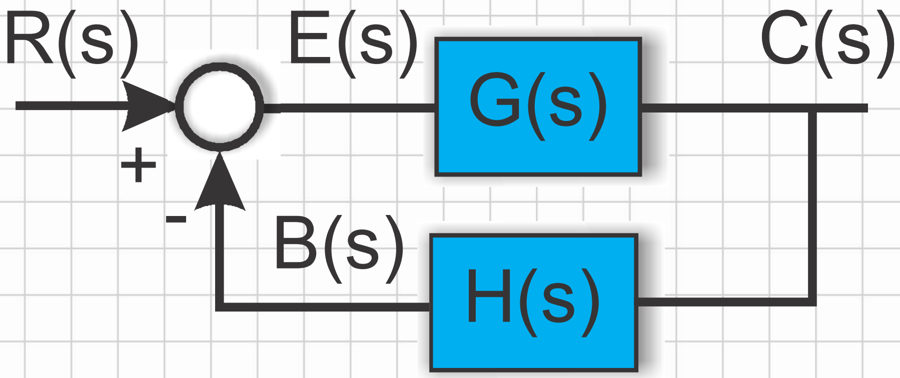
REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

La velocidad de respuesta depende directamente del Ancho de Banda que tenga el sistema a lazo cerrado. Cuanto mas grande sea el ancho de banda, menor será el tiempo de respuesta.

RESPUESTA A LAZO CERRADO

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$



Para el caso de : $|G(s)H(s)| >> 1$ $\qquad \frac{C(s)}{R(s)} \approx \frac{1}{H(s)}$

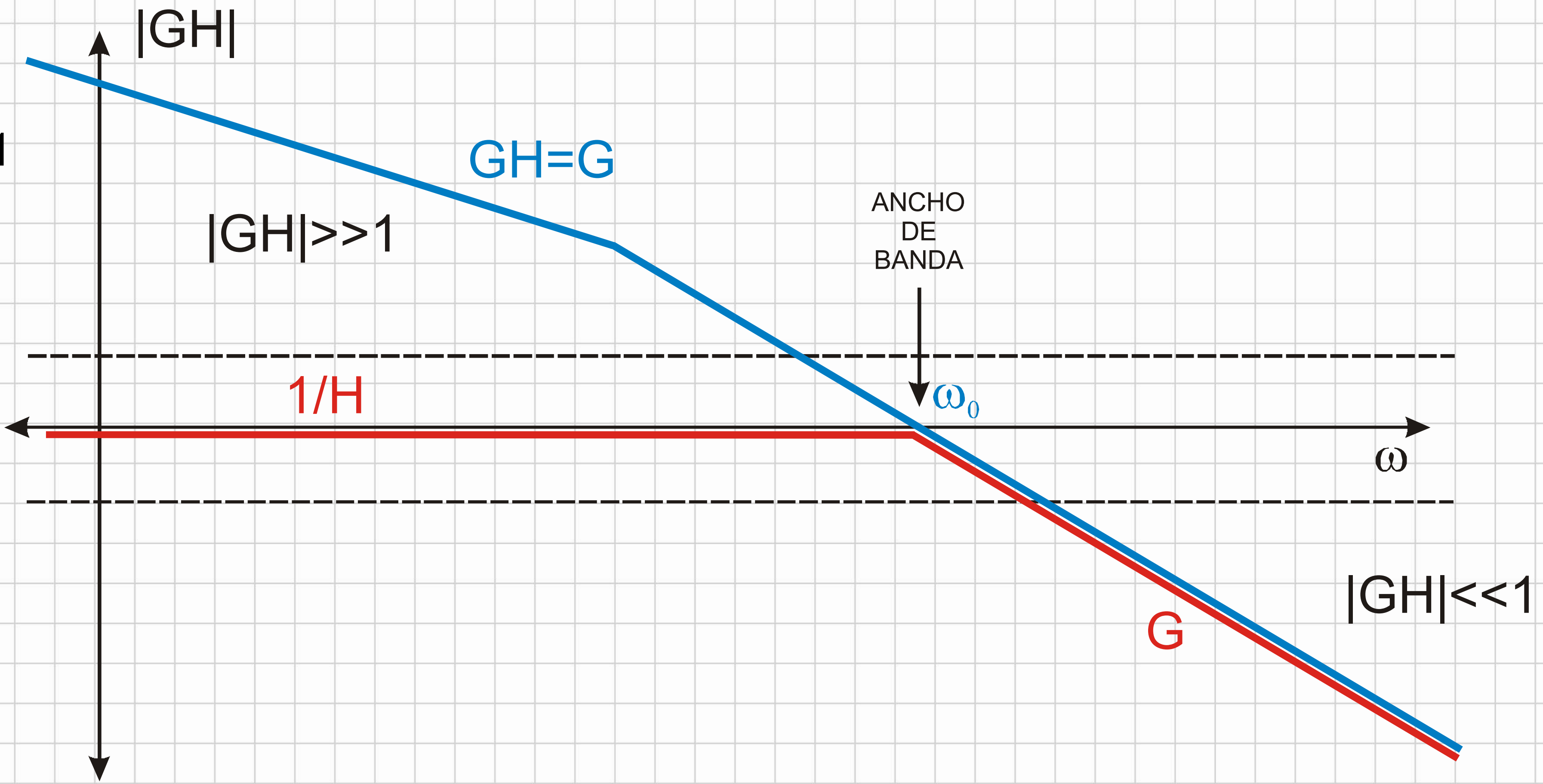
Para el caso de : $|G(s)H(s)| << 1$ $\qquad \frac{C(s)}{R(s)} \approx G(s)$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

RESPUESTA A LAZO CERRADO

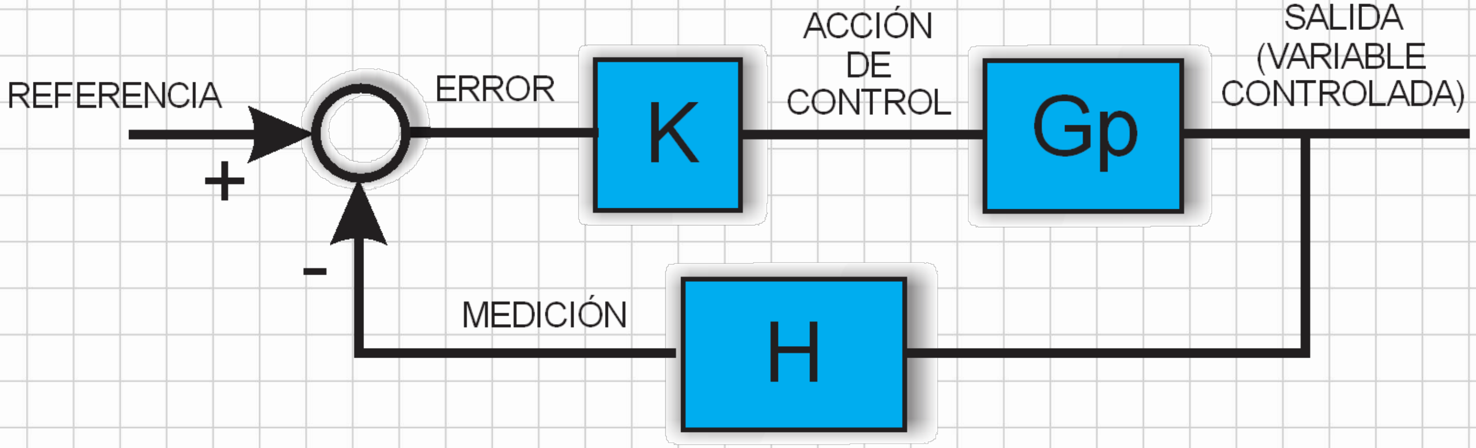
Para el caso de H=1



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

EJEMPLO 3:

Considere el sistema de control de la figura, se desea encontrar los valores de la ganancia del controlador K para que el ancho de banda del sistema a lazo cerrado tenga, aproximadamente, los siguientes valores 1 r/s. y 10 r/s.
Encuentre la transferencia de lazo cerrado y grafique la respuesta en frecuencia.
Analice la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado para ambos casos.



$$Gp(s) = \frac{25}{s(s+5)(s+100)}$$

$$H(s) = 10$$

Para la realización de los cálculos, simulaciones y gráficos se utiliza el programa ***SCILAB***, que es un software gratuito y de código abierto para ingenieros y científicos.

ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

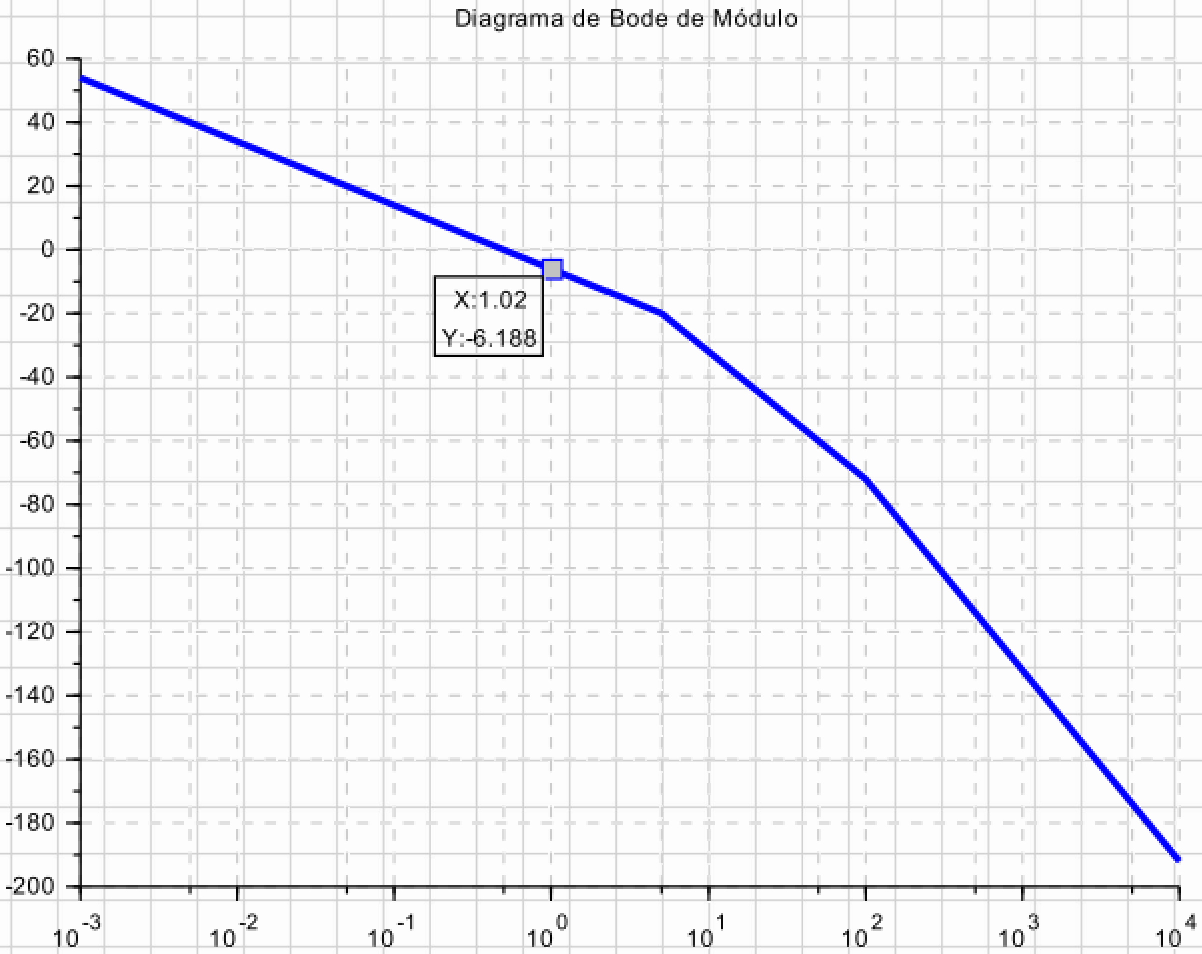
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 1 rad/seg.

$$K = 6\ dB = 2$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{(s+1.41452)(s+3.5329)(s+100.053)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

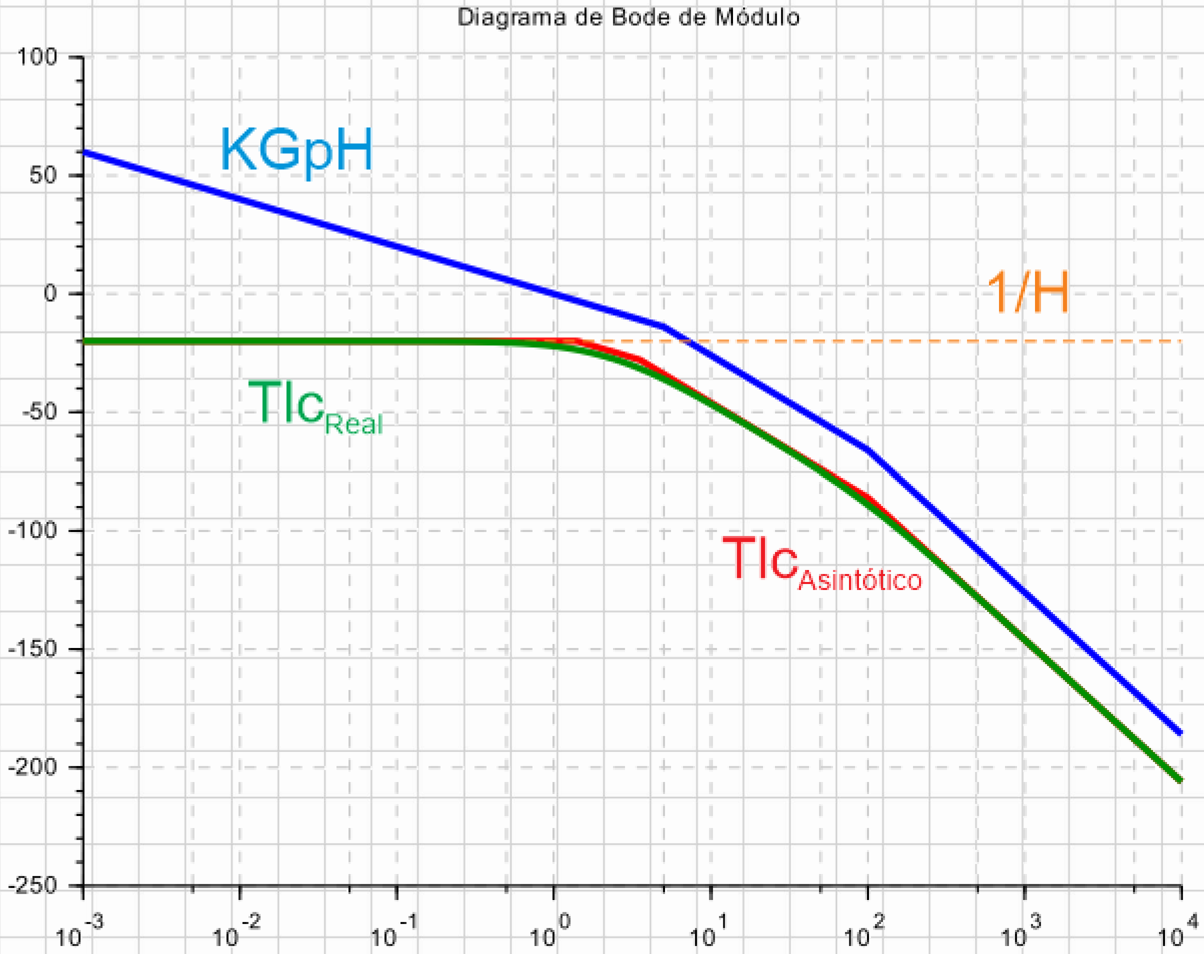
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 1 rad/seg.

$$K = 6\ dB = 2$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{(s+1.41452)(s+3.5329)(s+100.053)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

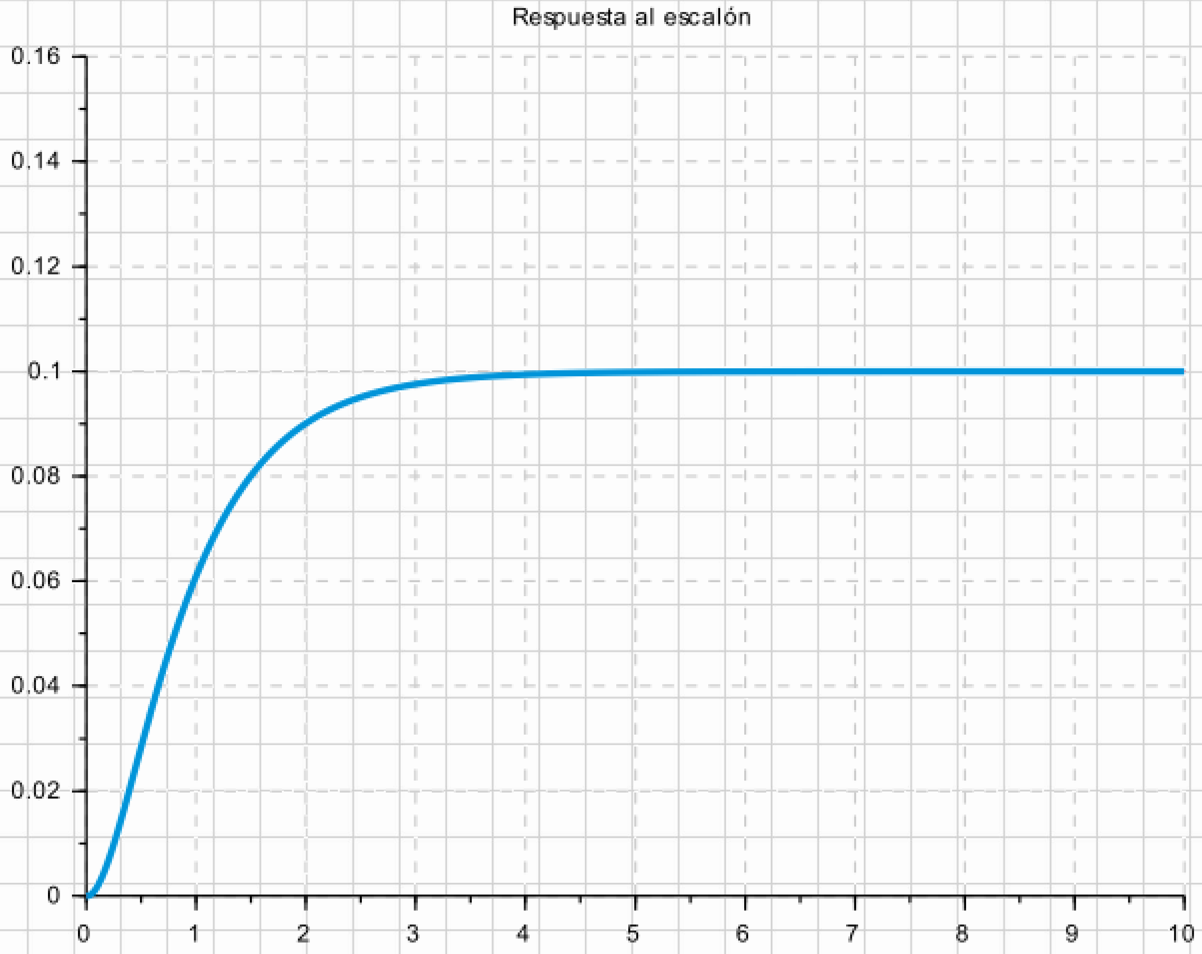
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 1 rad/seg.

$$K = 6\ dB = 2$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{(s+1.41452)(s+3.5329)(s+100.053)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

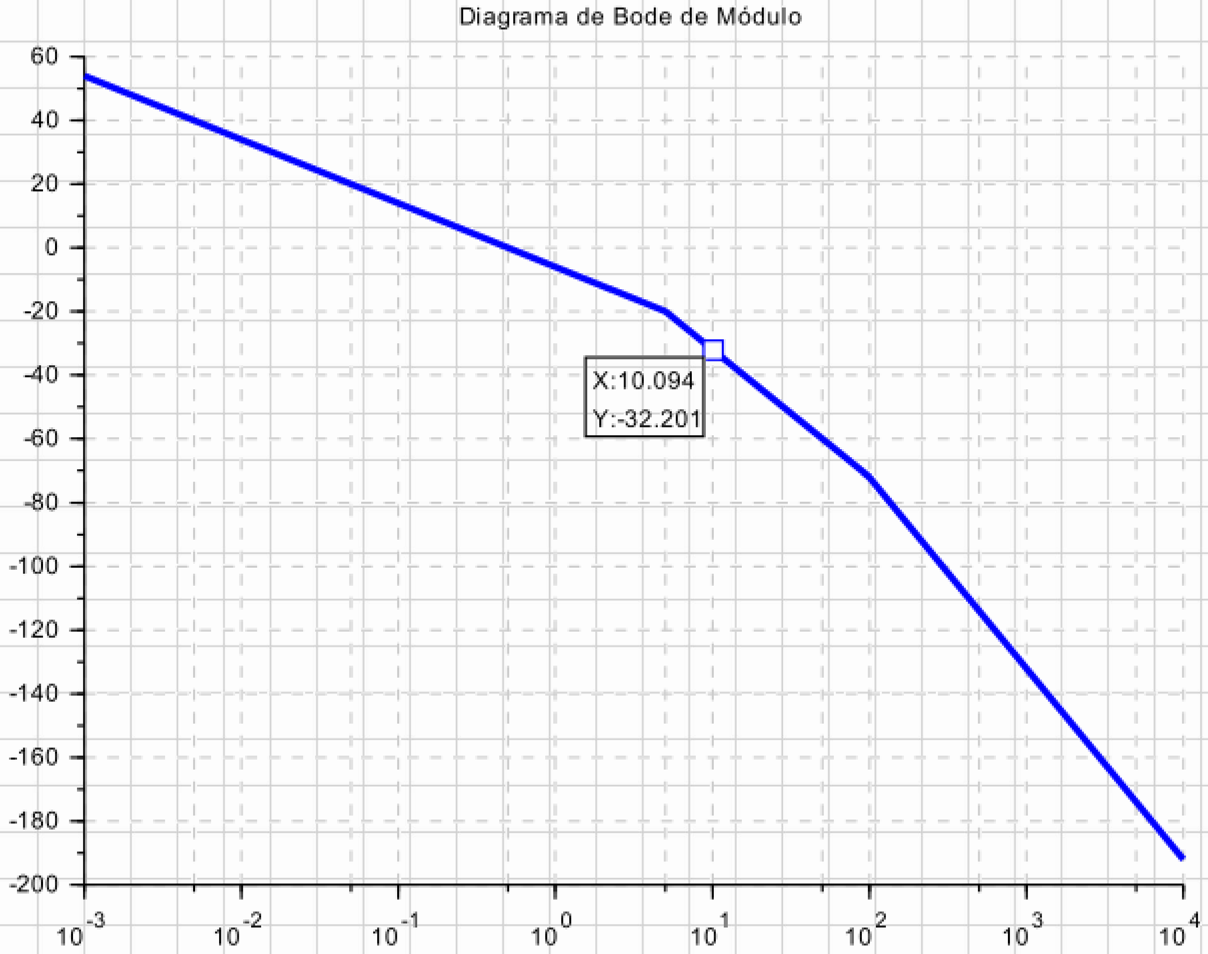
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 10 rad/seg.

$$K = 32\ dB = 40$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{\left[(s+1.985)^2 + 9.749^2\right](s+101.03)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

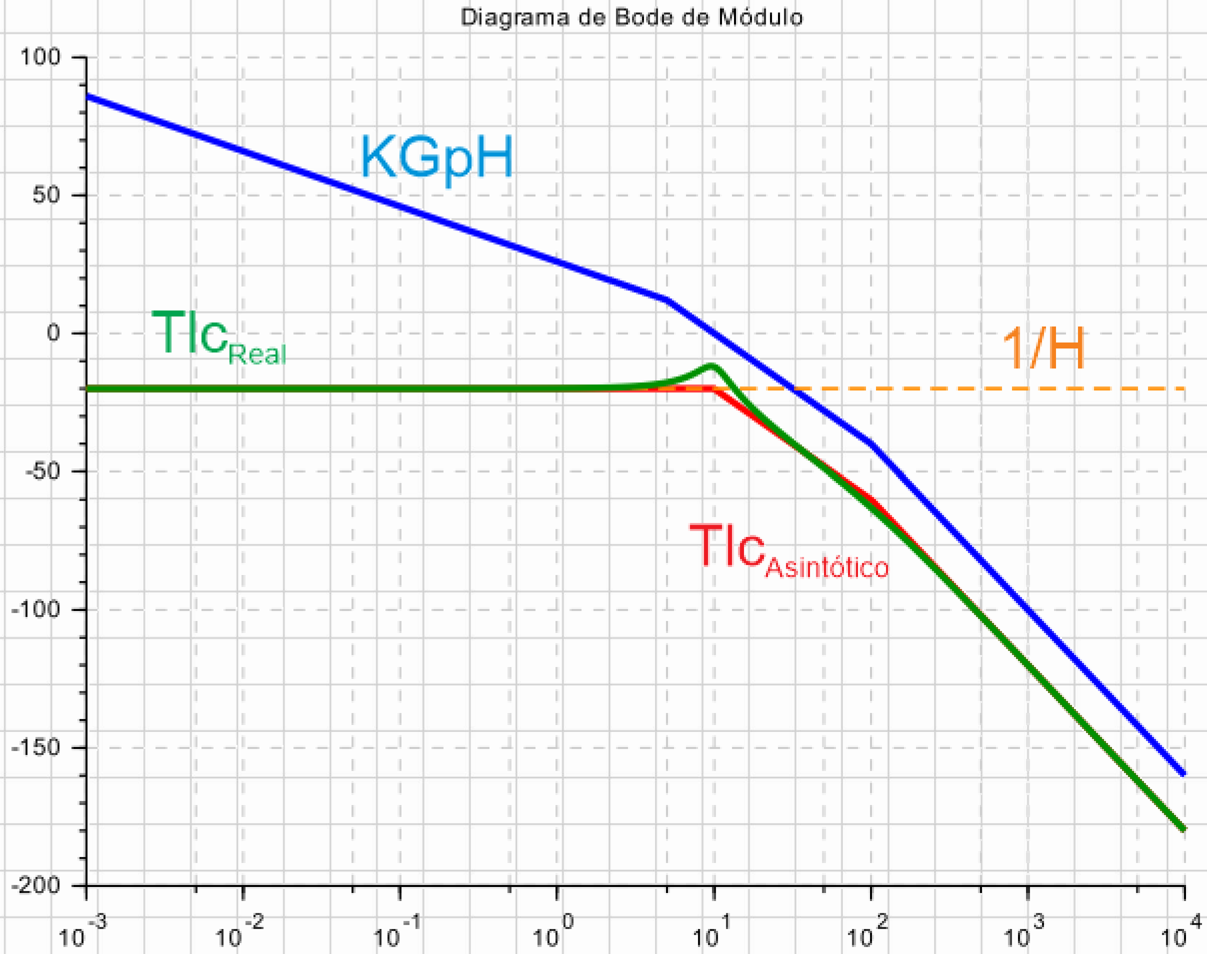
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 10 rad/seg.

$$K = 32\ dB = 40$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{\left[(s+1.985)^2 + 9.749^2\right](s+101.03)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

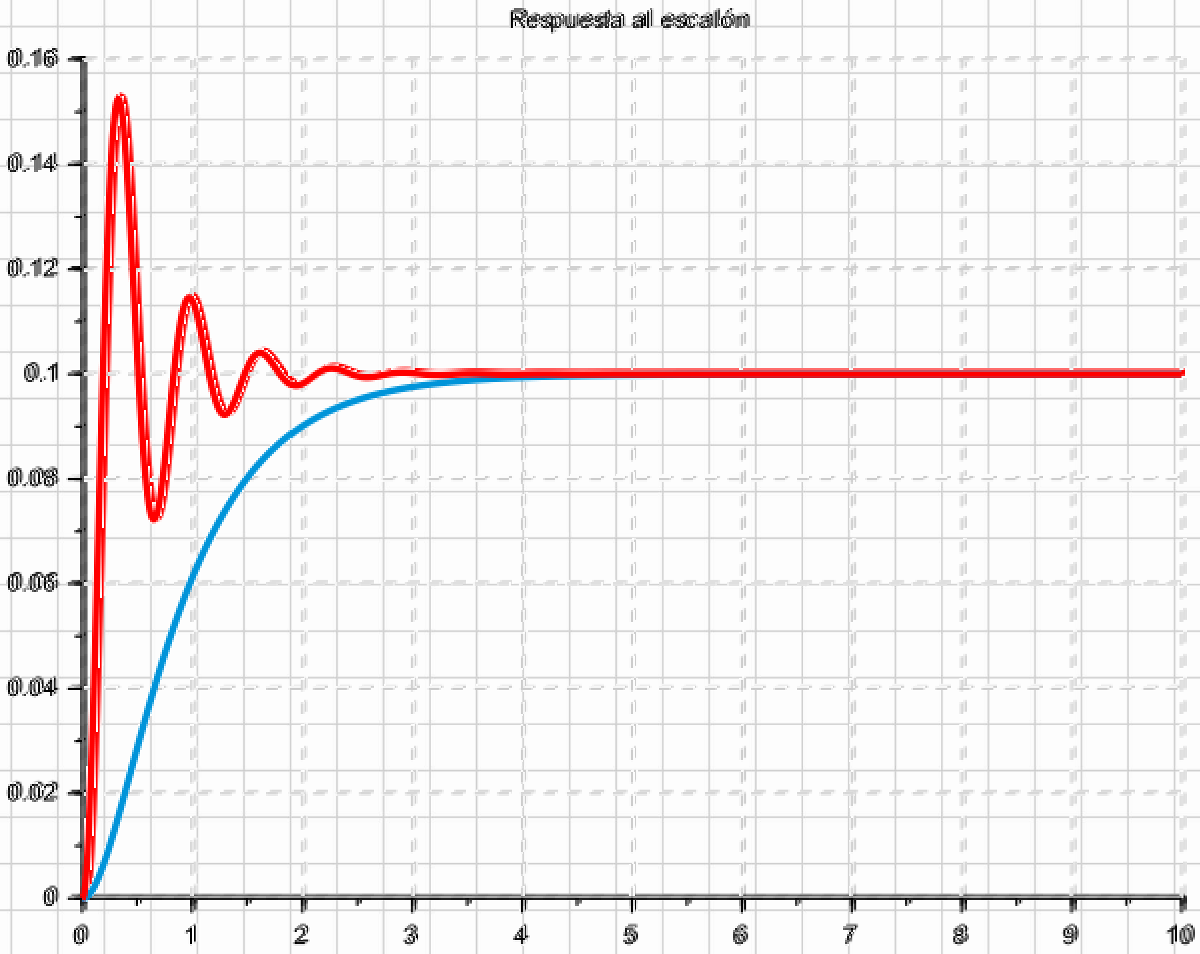
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 10 rad/seg.

$$K = 32\ dB = 40$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$T_{lc}(s) = \frac{50}{\left[(s+1.985)^2 + 9.749^2\right](s+101.03)}$$



ESPECIFICACIONES: VELOCIDAD DE RESPUESTA

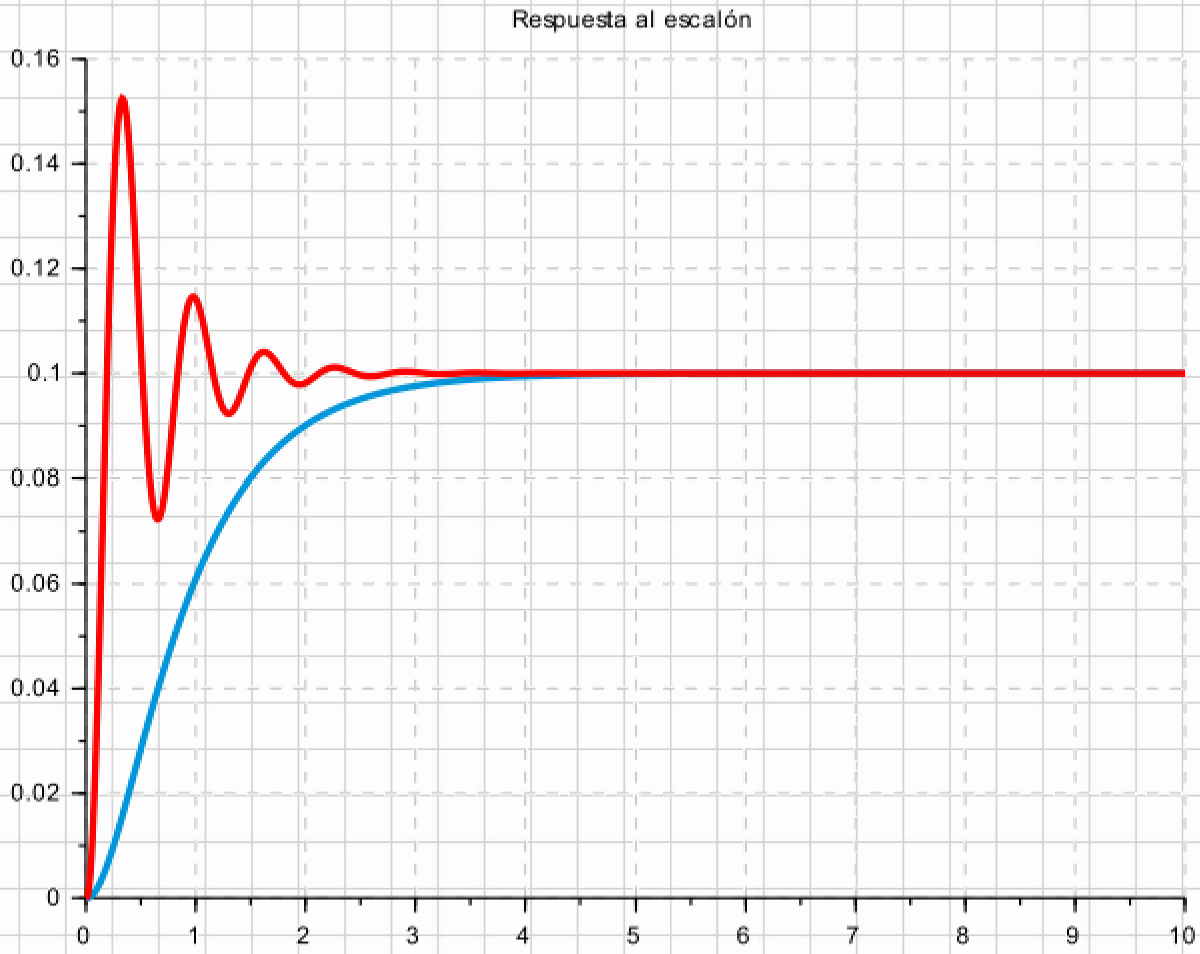
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Ancho de Banda = 10 rad/seg.

$$K = 32\ dB = 40$$

$$T_{lc}(s) = \frac{K \cdot Gp(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

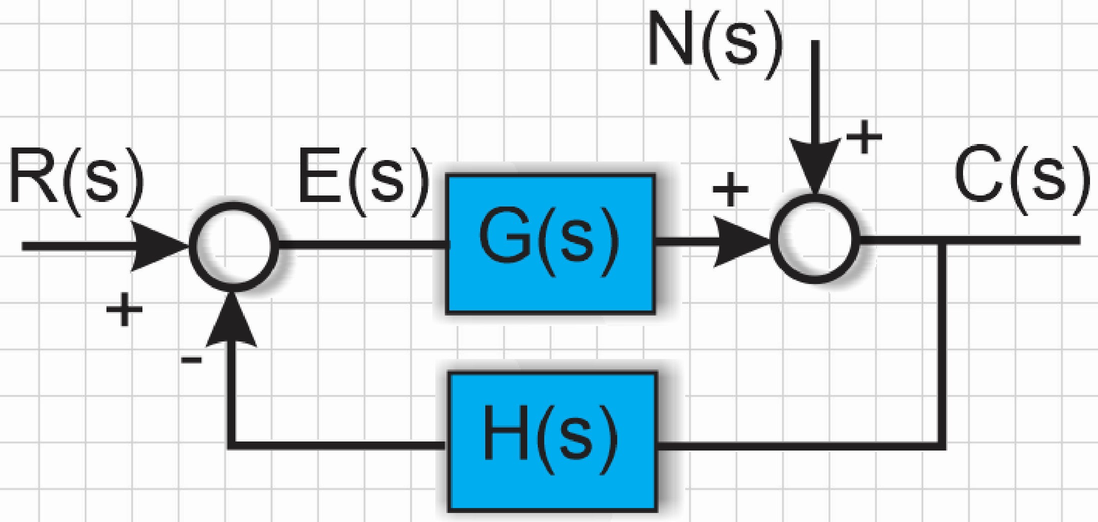
$$T_{lc}(s) = \frac{50}{\left[(s+1.985)^2 + 9.749^2\right](s+101.03)}$$



REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

Existen señales externas que pueden alterar el comportamiento de la señal de salida, el efecto de estas perturbaciones puede ser atenuado a partir de elegir convenientemente la ganancia del lazo de control.



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

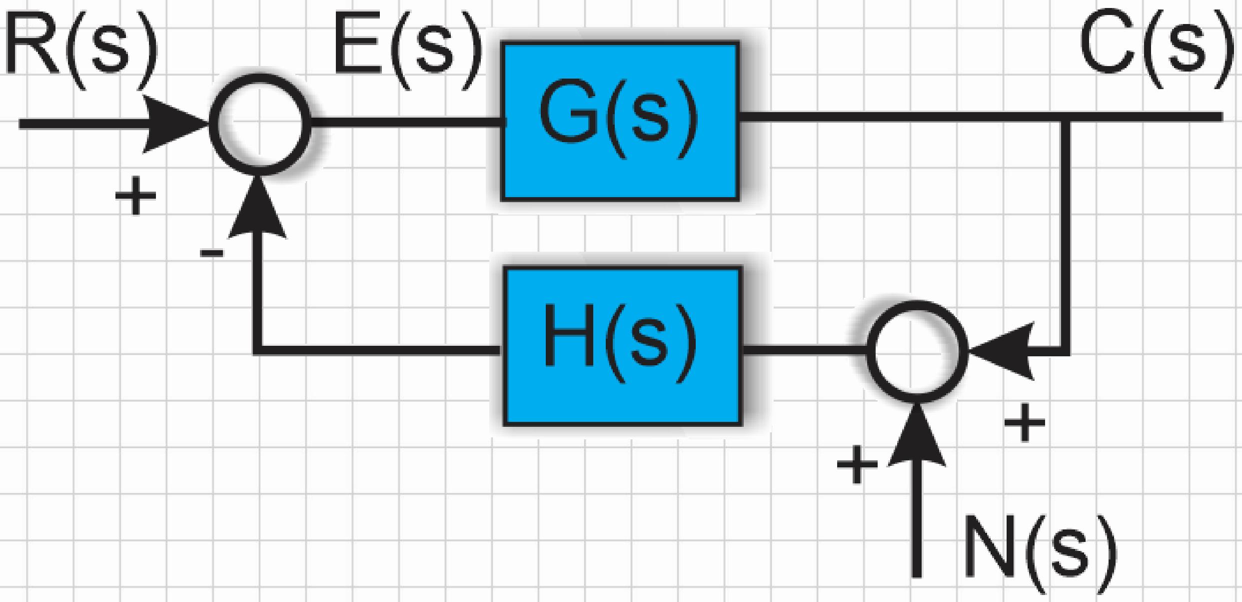
$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

Para minimizar el efecto de las perturbaciones la ganancia de la transferencia de lazo abierto debe ser grande.

$$\text{Si} \quad |G(s)H(s)| >> 1 \text{ entonces } \frac{C(s)}{N(s)} \to 0$$

REQUERIMIENTOS PARA EL DISEÑO DE CONTROLADORES

ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

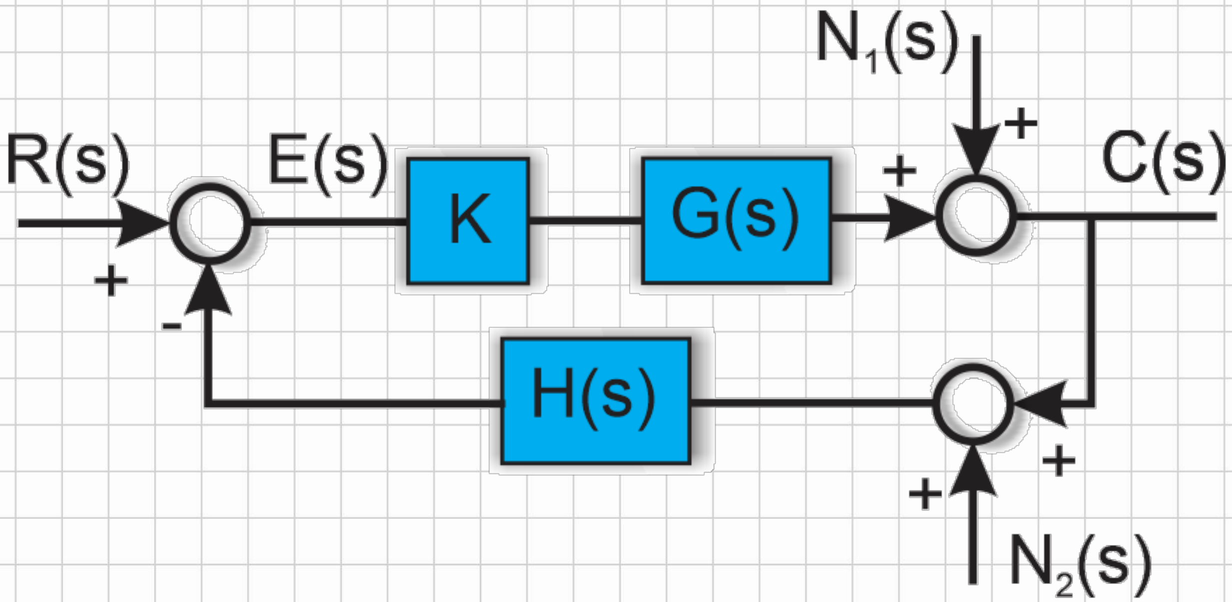
$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}$$

Para minimizar el efecto de las perturbaciones la ganancia de la transferencia de lazo abierto debe ser baja.

$$\text{Si} \quad |G(s)H(s)| << 1 \text{ entonces } \quad \frac{C(s)}{N(s)} \to 0$$

EJEMPLO 4 :

Considere el sistema de control de la figura, en el cual aparecen señales de perturbación: N1 es una señal sinusoidal de frecuencia 0.5 r/s. y N2 es una señal sinusoidal de frecuencia 50 r/s.
Encuentre la ganancia del controlador K que permita, en forma individual, un rechazo a la perturbación en la salida de 20 dB. (Atenuación = 10 veces). Analice la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado para ambos casos.



$$Gp(s) = \frac{25}{s(s+5)(s+100)}$$

$$H(s) = 10$$

Para la realización de los cálculos, simulaciones y gráficos se utiliza el programa ***SCILAB***, que es un software gratuito y de código abierto para ingenieros y científicos.

ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

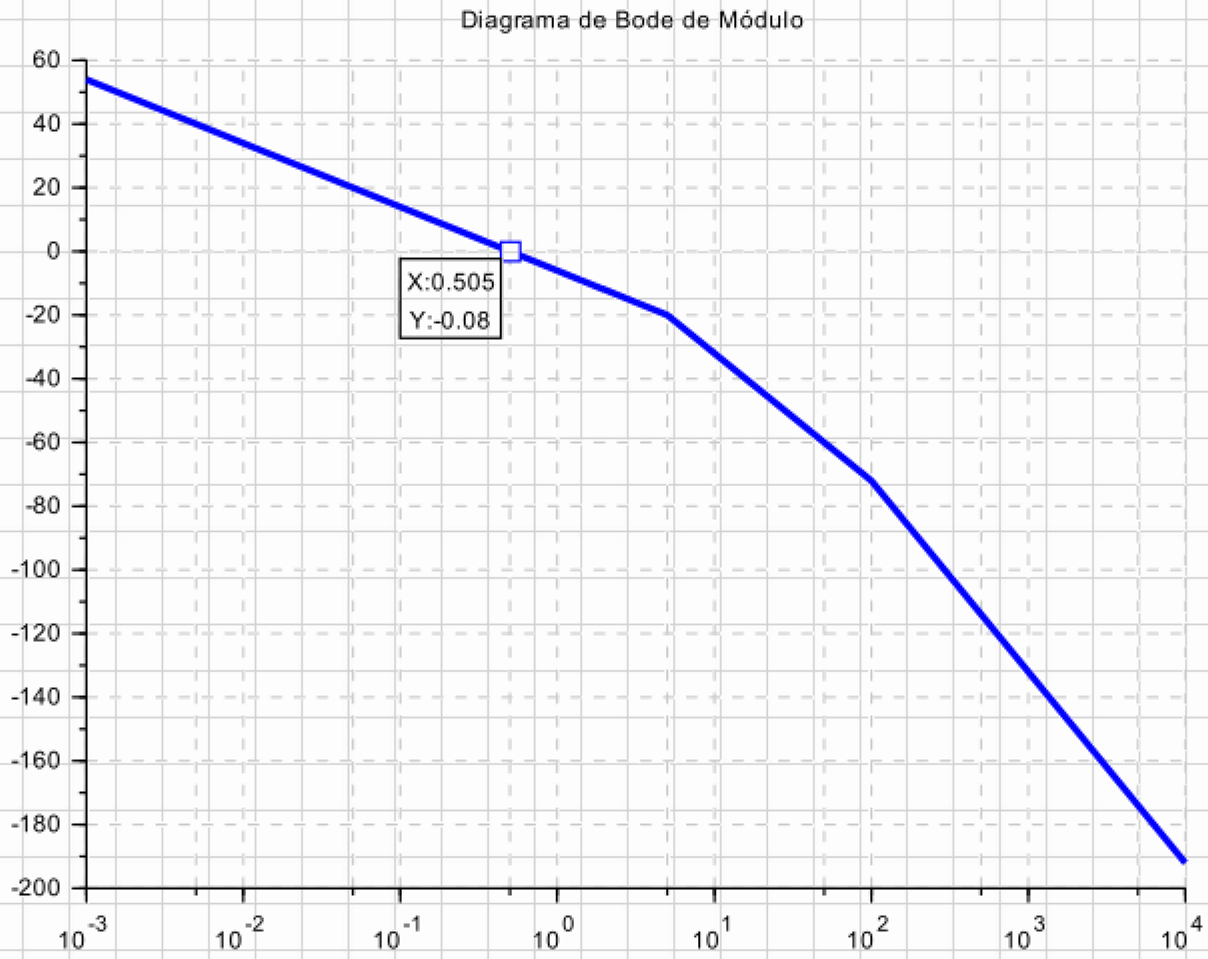
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Rechazo a 0.5 r/s. = 20 dB = 10

$$K = 10$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{1}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{s(s+5)(s+100)}{\left[(s+2.369)^2 + 4.395^2\right](s+100.26)}$$



ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

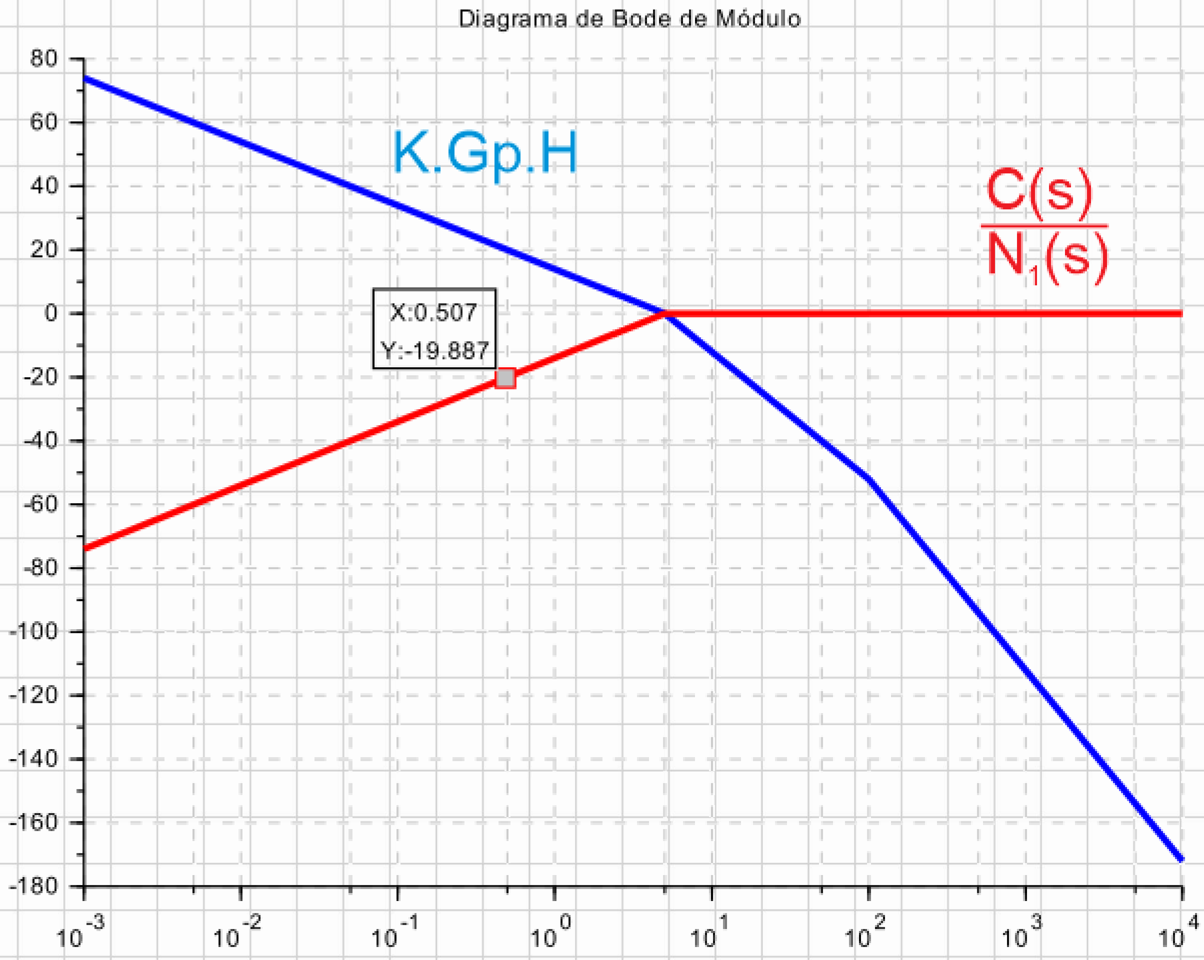
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Rechazo a 0.5 r/s. = 20 dB = 10

$$K = 10$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{1}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{s(s+5)(s+100)}{\left[(s+2.369)^2 + 4.395^2\right](s+100.26)}$$



ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

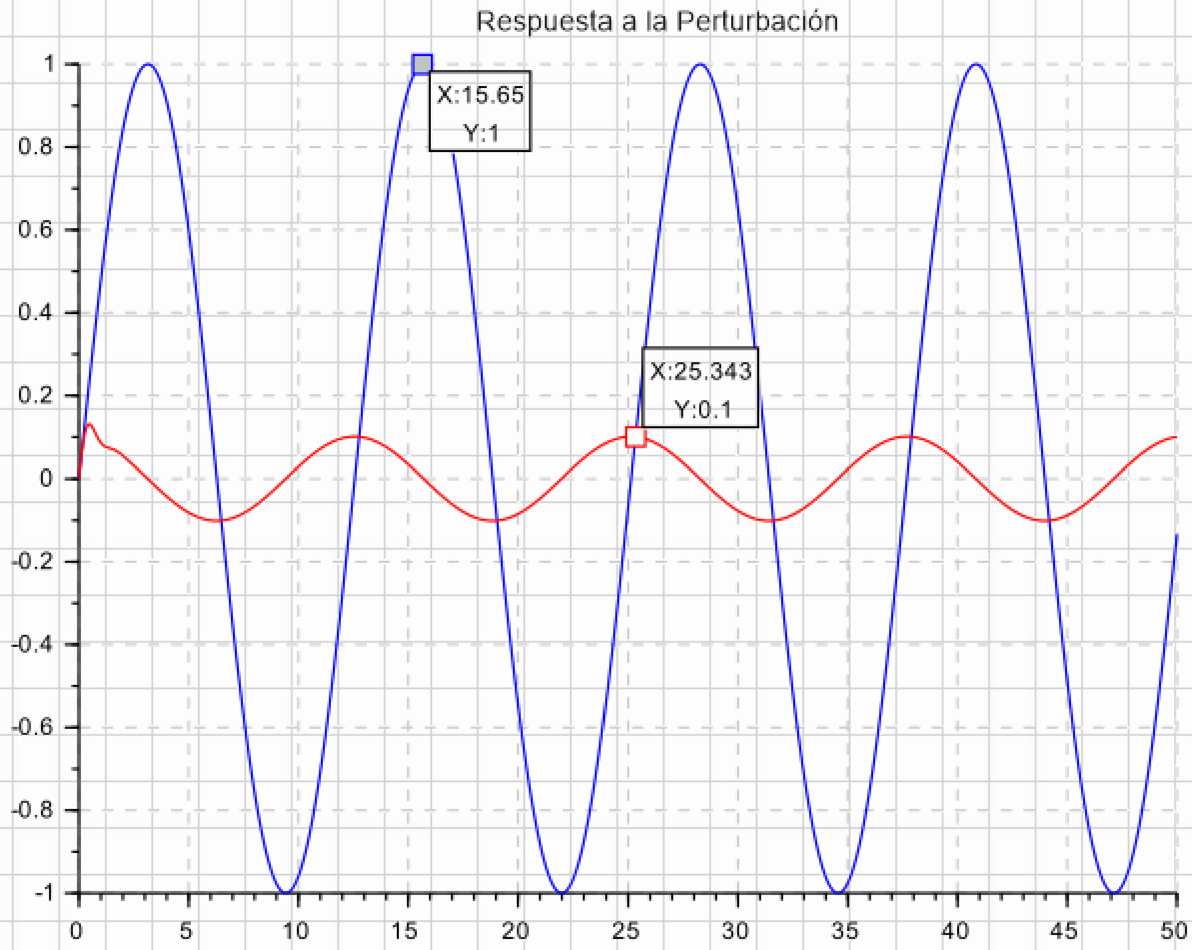
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s\left(s+5\right)\left(s+100\right)}$$

Rechazo a 0.5 r/s. = 20 dB = 10

$$K = 10$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{1}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_1(s)} = \frac{s\left(s+5\right)\left(s+100\right)}{\left[\left(s+2.369\right)^2 + 4.395^2\right]\left(s+100.26\right)}$$



ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

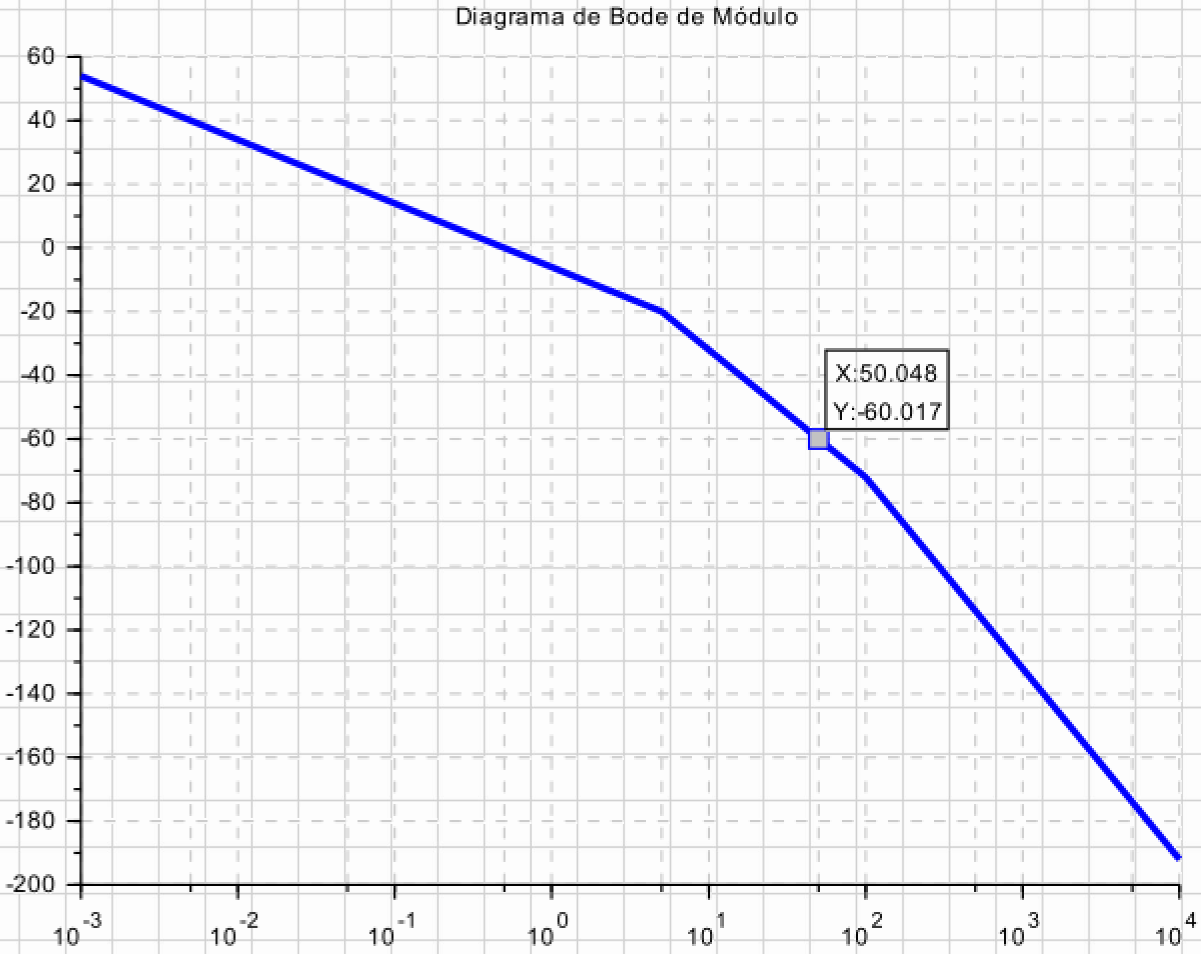
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Rechazo a 50 r/s. = 20 dB = 10

$$K = 100$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{25000}{\left[(s+1.2492)^2 + 15.567^2\right](s+102.5)}$$



ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

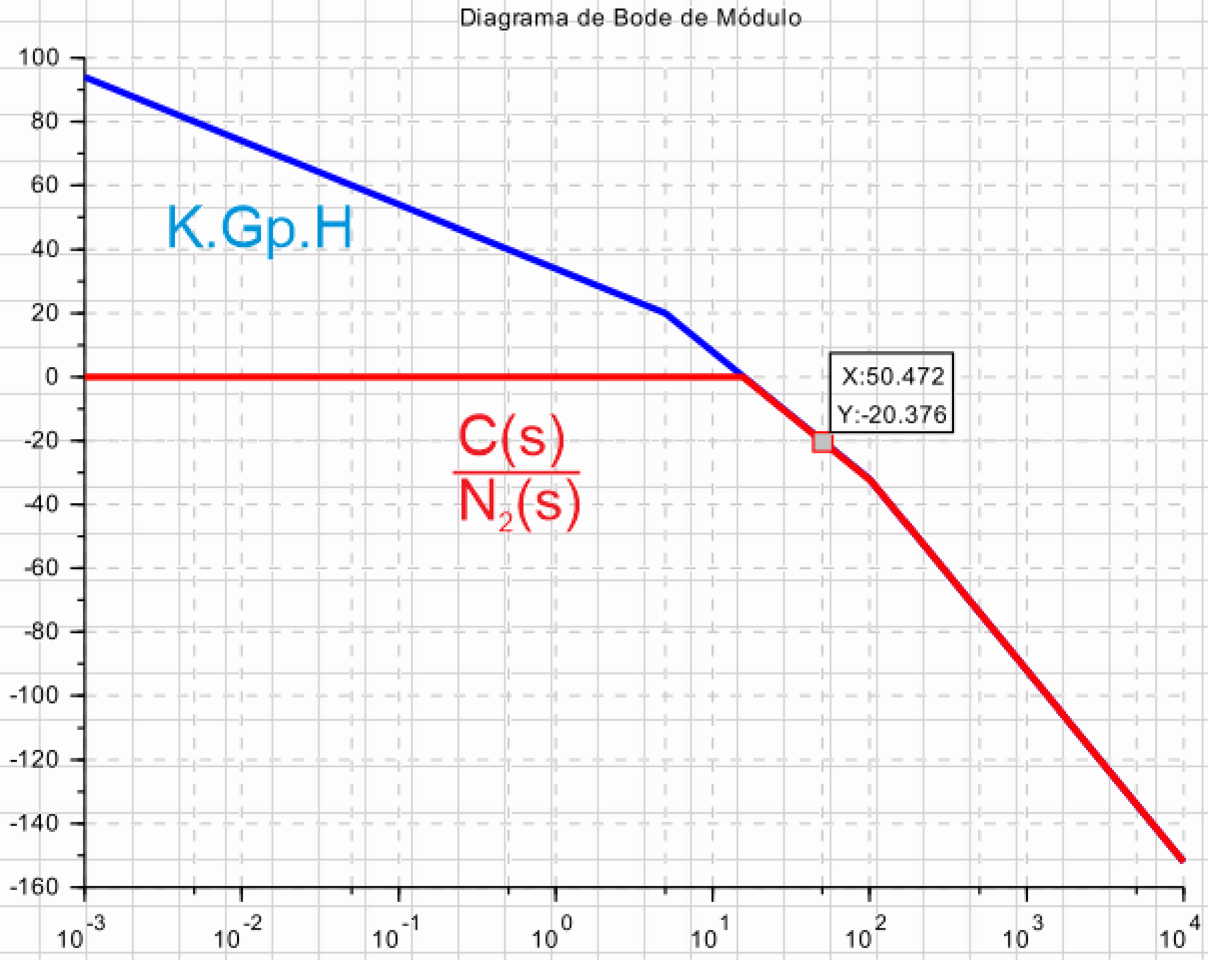
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Rechazo a 50 r/s. = 20 dB = 10

$$K = 100$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{25000}{\left[(s+1.2492)^2 + 15.567^2\right](s+102.5)}$$



ESPECIFICACIONES: RECHAZO A PERTURBACIONES

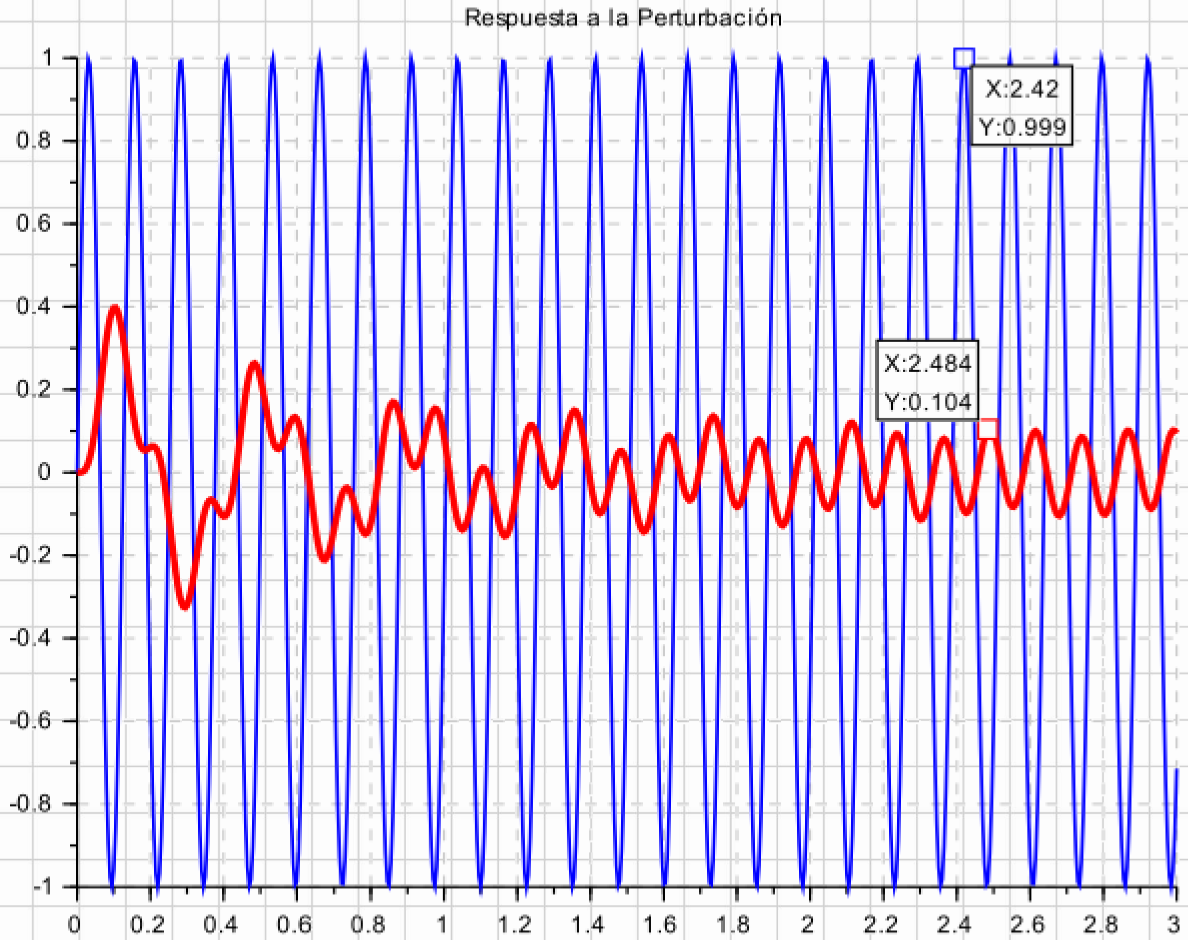
$$K \cdot Gp \cdot H = \frac{250 \cdot K}{s(s+5)(s+100)}$$

Rechazo a 50 r/s. = 20 dB = 10

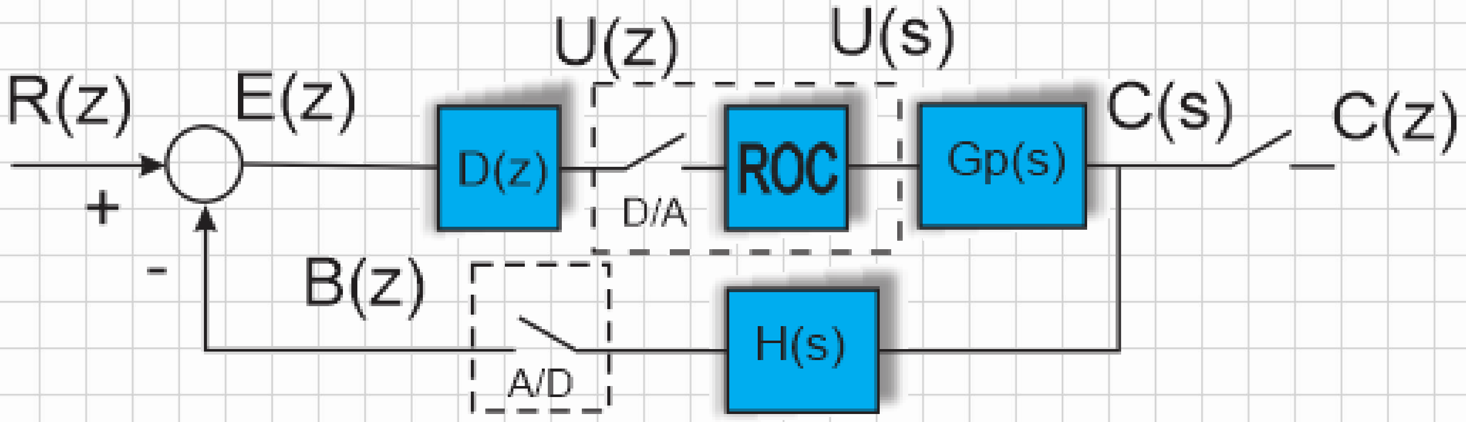
$$K = 100$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}{1 + K \cdot Gp(s) \cdot H(s)}$$

$$\frac{C(s)}{N_2(s)} = \frac{25000}{\left[(s+1.2492)^2 + 15.567^2\right](s+102.5)}$$



ESPECONTROLADORES DIGITALES



$$D(z)=\frac{U(z)}{E(z)}=\frac{(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+....)}{(1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+....)}$$

$$(1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+....)U(z)=(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+....)E(z)$$

$$u(k)+b_1u(k-1)+b_2u(k-2)+....=e(k)+a_1e(k-1)+a_2e(k-2)+....$$

Algoritmo de control:

$$u(k)=e(k)+a_1e(k-1)+a_2e(k-2)+....-b_1u(k-1)-b_2u(k-2)-...$$