TEORÍA DE CONTROL

Ejercicio 1- 4

EJERCICIO 1- 4

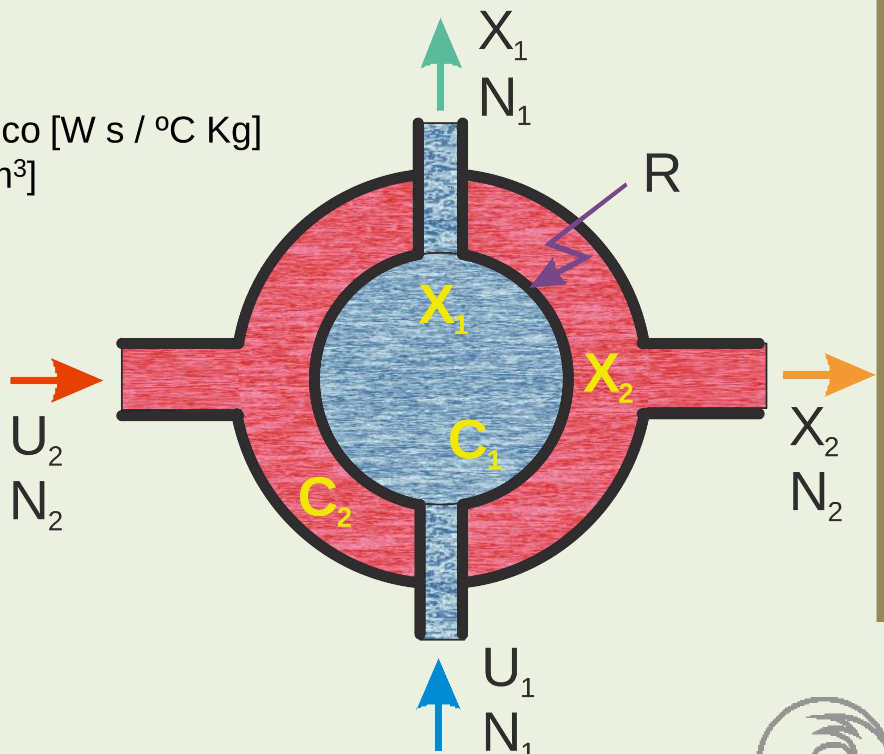
Considere el sistema intercambiador de calor sin pérdidas de la figura.
Suponga una mezcla perfecta en los fluidos, las capacidades térmicas del fluido interno y externo concentradas en C1 y C2 respectivamente y que la resistencia térmicas de la superficie intercambiadora es R.
Suponga, además, constantes los caudales N1 y N2, y que la temperatura U2 es el control y la temperatura U1 es una perturbación.

La variación de la **diferencia de temperatura entre entrada y salida (X-U), respecto de la variación del flujo de calor entregado** resulta:

$$\frac{\Delta T}{\Delta Q} = \frac{1}{\eta\,\delta\,C_e}$$

donde: Ce = calor especifico [W s / ºC Kg]
δ = densidad [Kg/m^3]
η = Caudal [m^3/s]

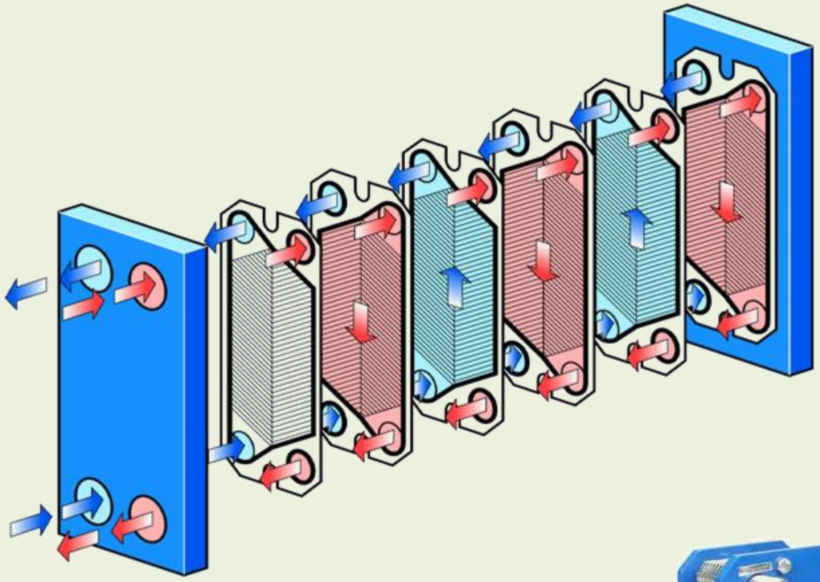
Existiendo la misma relación para los dos líquidos.

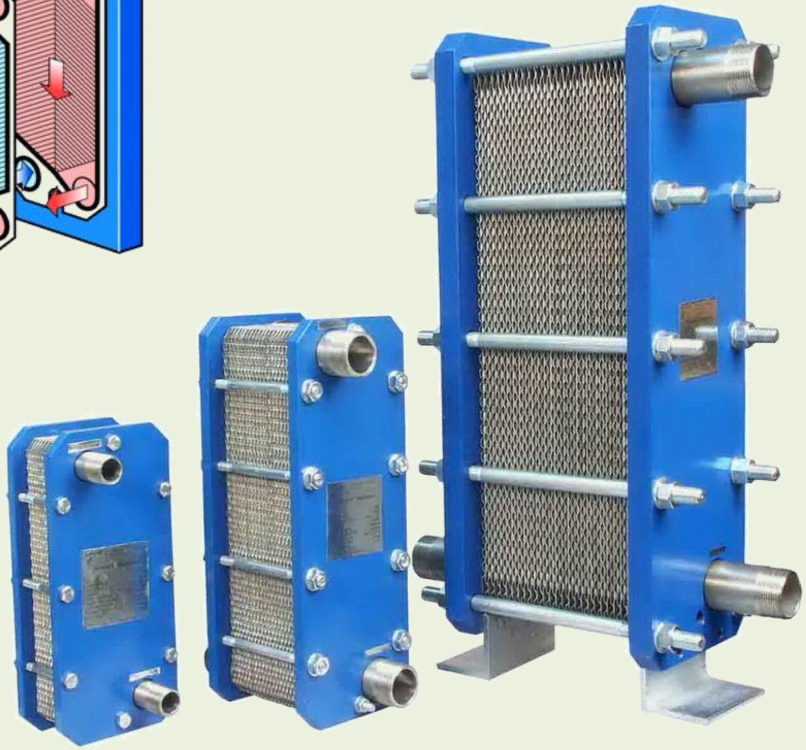


- Plantee un circuito eléctrico análogo al sistema intercambiador.
- Calcule la matriz de transferencias para entradas U1 y U2, y salidas X1 y X2.

EJERCICIO 1- 4

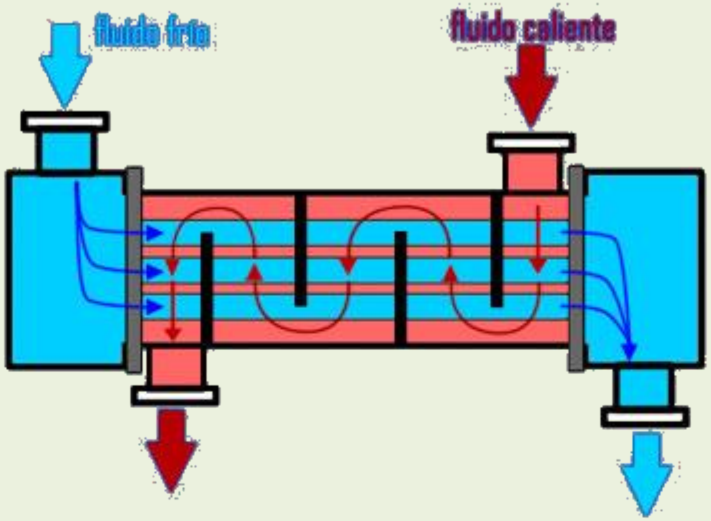
INTERCAMBIADOR DE PLACAS





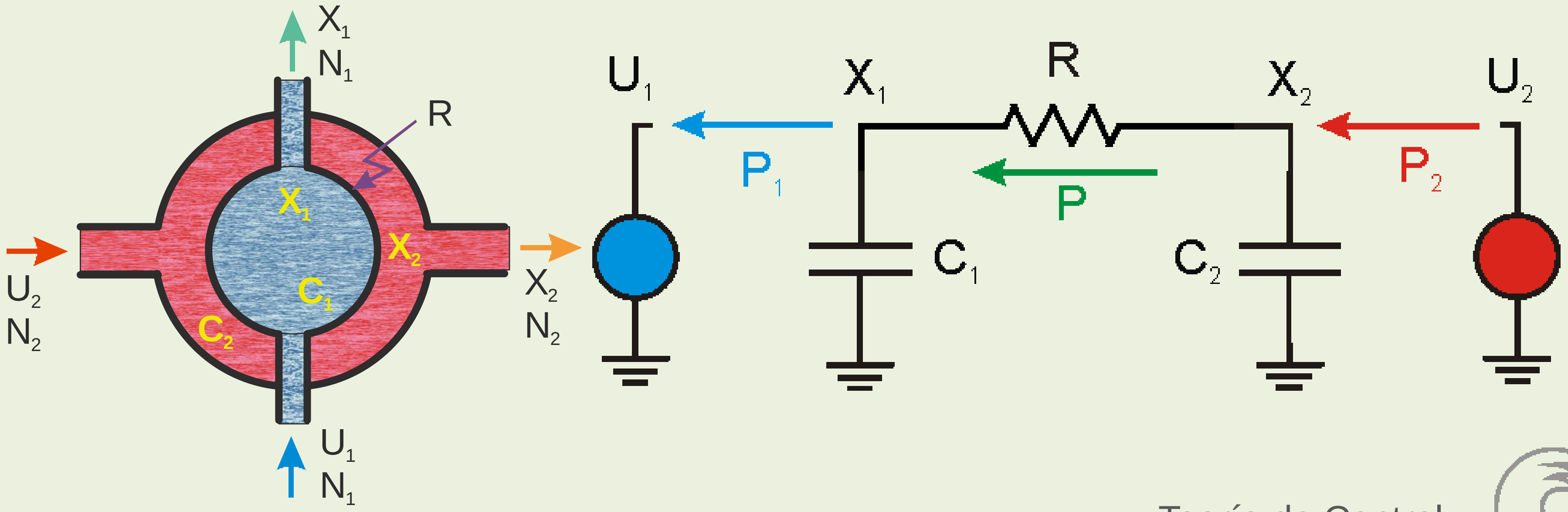
EJERCICIO 1- 4

INTERCAMBIADOR DE TUBOS CONCÉNTRICOS



EJERCICIO 1- 4

En el proceso de transferencia de energía desde el líquido caliente al líquido frio, la temperatura interior de ambos circuitos del intercambiador va cambiando de forma progresiva. Para la descripción matemática del sistema se van a utilizar parámetros concentrados, por lo tanto se va a asumir que el cambio entre la temperatura de entrada U y la temperatura de salida X se realiza en un determinado punto y se desarrolla sobre la capacidad térmica C. Considerando la superficie de contacto entre ambos circuitos, se puede encontrar el siguiente circuito equivalente para la transferencia de calor entre ambos líquidos.

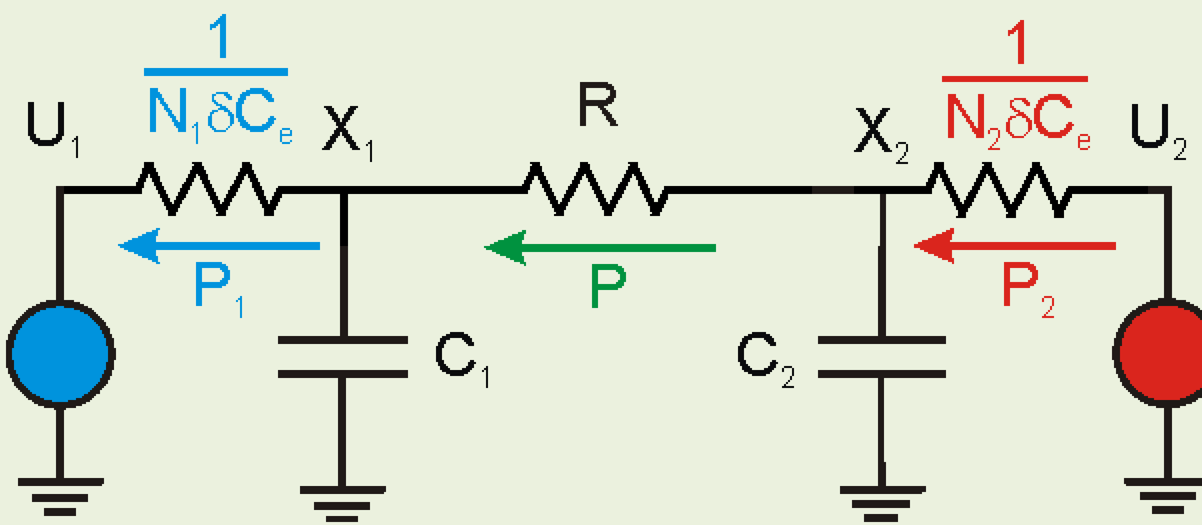


EJERCICIO 1- 4

La diferencia de temperatura entre la salida del líquido y la entrada se puede escribir a partir de la definición dada como:

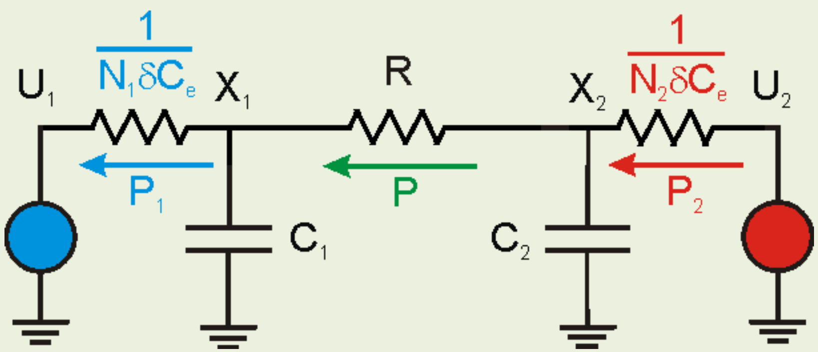
$$\Delta T = (X - U) = \left(\frac{1}{\eta\ \delta\ C_e} \right) P = R_{eq} P$$

En consecuencia, la diferencia entre la temperatura de entada y salida del circuito está determinada por una resistencia térmica que varía inversamente con el caudal circulante. Por lo tanto, si el caudal aumenta, la diferencia de temperatura disminuye.



EJERCICIO 1- 4

Resolviendo por nodos el circuito equivalente:



$$(U_2 - X_2) N_2 \delta C_e = C_2 \frac{dX_2}{dt} + \frac{(X_2 - X_1)}{R}$$

$$\frac{(X_2 - X_1)}{R} = C_1 \frac{dX_1}{dt} + (X_1 - U_1) N_1 \delta C_e$$

Considerando a los caudales N_1 y N_2 constantes ,el valor de la temperaturas de salida X_2 y X_1 en función de las temperaturas de entrada U_1 y U_2, resultan:

$$X_2(s) = \frac{\delta C_e \left[N_1 U_1(s) + N_2 U_2(s) \left(sC_1 R + N_1 \delta C_e R + 1 \right) \right]}{s^2 C_1 C_2 R + s\left[C_1 \left(N_2 \delta C_e R + 1 \right) + C_2 \left(N_1 \delta C_e R + 1 \right) \right] + \delta C_e \left(N_1 N_2 \delta C_e R + N_2 + N_1 \right)}$$

$$X_1(s) = \frac{\delta C_e \left[N_2 U_2(s) + N_1 U_1(s) \left(sC_2 R + N_2 \delta C_e R + 1 \right) \right]}{s^2 C_1 C_2 R + s\left[C_1 \left(N_2 \delta C_e R + 1 \right) + C_2 \left(N_1 \delta C_e R + 1 \right) \right] + \delta C_e \left(N_1 N_2 \delta C_e R + N_2 + N_1 \right)}$$

EJERCICIO 1- 4

El modelo matricial de las temperaturas de salida es:

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{N_1\delta C_e\left(sC_2R+N_2\delta C_eR+1\right)}{\Delta} & \dfrac{N_2\delta C_e}{\Delta} \\ \dfrac{N_1\delta C_e}{\Delta} & \dfrac{N_2\delta C_e\left(sC_1R+N_1\delta C_eR+1\right)}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\Delta = s^2C_1C_2R + s\left[C_1\left(N_2\delta C_eR+1\right)+C_2\left(N_1\delta C_eR+1\right)\right]+\delta C_e\left(N_1N_2\delta C_eR+N_2+N_1\right)$$

Si los caudales N_1 y N_2 fuesen variables el sistema resulta no lineal. La respuesta dependerá del punto de trabajo ya que los polos se modifican con el valor de los caudales.