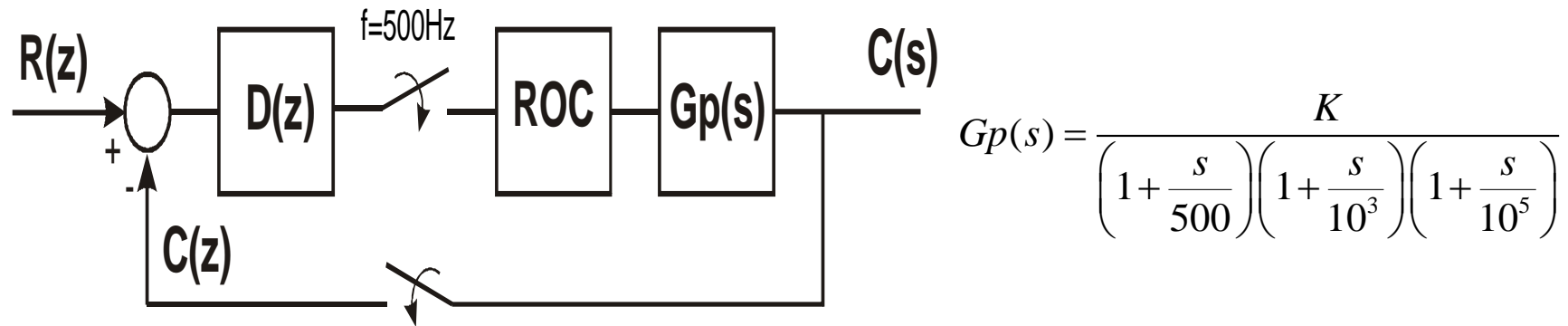


COMPENSACIÓN DE ATRASO Y ADELANTO

EJERCICIO 5-3

EJERCICIO 5-3

Se dispone de una fuente de alimentación cuya transferencia de lazo abierto es:



y su salida es de 30 Volts. con una señal de error de 10 mVolts.

Se desea compensar en forma digital mediante un sistema que opera a una frecuencia de muestreo de 500 Hz, de modo que se cumplan las siguientes especificaciones:

- Error nulo para una entrada al escalón, sin modificar la ganancia de la planta.
- Margen de fase de por lo menos 30° .
- Ancho de banda mayor que 100 rad./seg.

Indicar el algoritmo de recurrencia (ecuación en diferencias) de una transferencia compensadora colocada en serie en el lazo de control verifique los requisitos anteriores.

Determinar el margen de ganancia del sistema compensado.



EJERCICIO 5-3

Por tratarse de un controlador digital lo primero que se debe realizar es la discretización de la planta. Entonces:

$$G(z) = \mathbf{Z} \left\{ \left(\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right) Gp(s) \right\} = [1 - z^{-1}] \mathbf{Z} \left\{ \frac{Gp(s)}{s} \right\}$$

La ganancia de la planta está dada por la relación entre la salida y la entrada $K=30 \text{ V} / 10 \text{ mV} = 3000$.

$$Gp(s) = \frac{1.5 \times 10^{14}}{(s+500)(s+1000)(s+1 \times 10^5)}$$

La expresión a transformar, representada en fracciones simples, es:

$$\frac{Gp(s)}{s} = \frac{3000}{s} + \frac{6030}{(s+500)} + \frac{3030}{(s+1000)} + \frac{0.1523}{(s+100000)}$$

La transformada Z, con $T=2 \text{ ms.}$, queda :

$$\mathbf{Z} \left\{ \frac{Gp(s)}{s} \right\} = \frac{3000z}{(z-1)} + \frac{6030z}{(z-0.3679)} + \frac{3030z}{(z-0.1353)} + \frac{0.1523z}{(z-1.384 \times 10^{-87})} = z$$

$$z \left\{ \frac{1}{s+a} \right\} = \frac{z}{z - e^{-aT}}$$



EJERCICIO 5-3

La transferencia transformada queda:

$$G(z) = \frac{(z-1) \cdot 1191.7384 \cdot z \cdot (z+0.3759) \cdot (z+1.692 \cdot 10^{-5})}{z \cdot (z-0.1353) \cdot (z-0.3679) \cdot (z-1)}$$

$$G(z) = \frac{1191.7384(z+0.3759)(z+1.692 \cdot 10^{-5})}{z(z-0.1353)(z-0.3679)}$$

Como se va a utilizar un método de diseño basado en el diagrama de Bode, se necesita transformar la transferencia al plano W.

$$w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$$

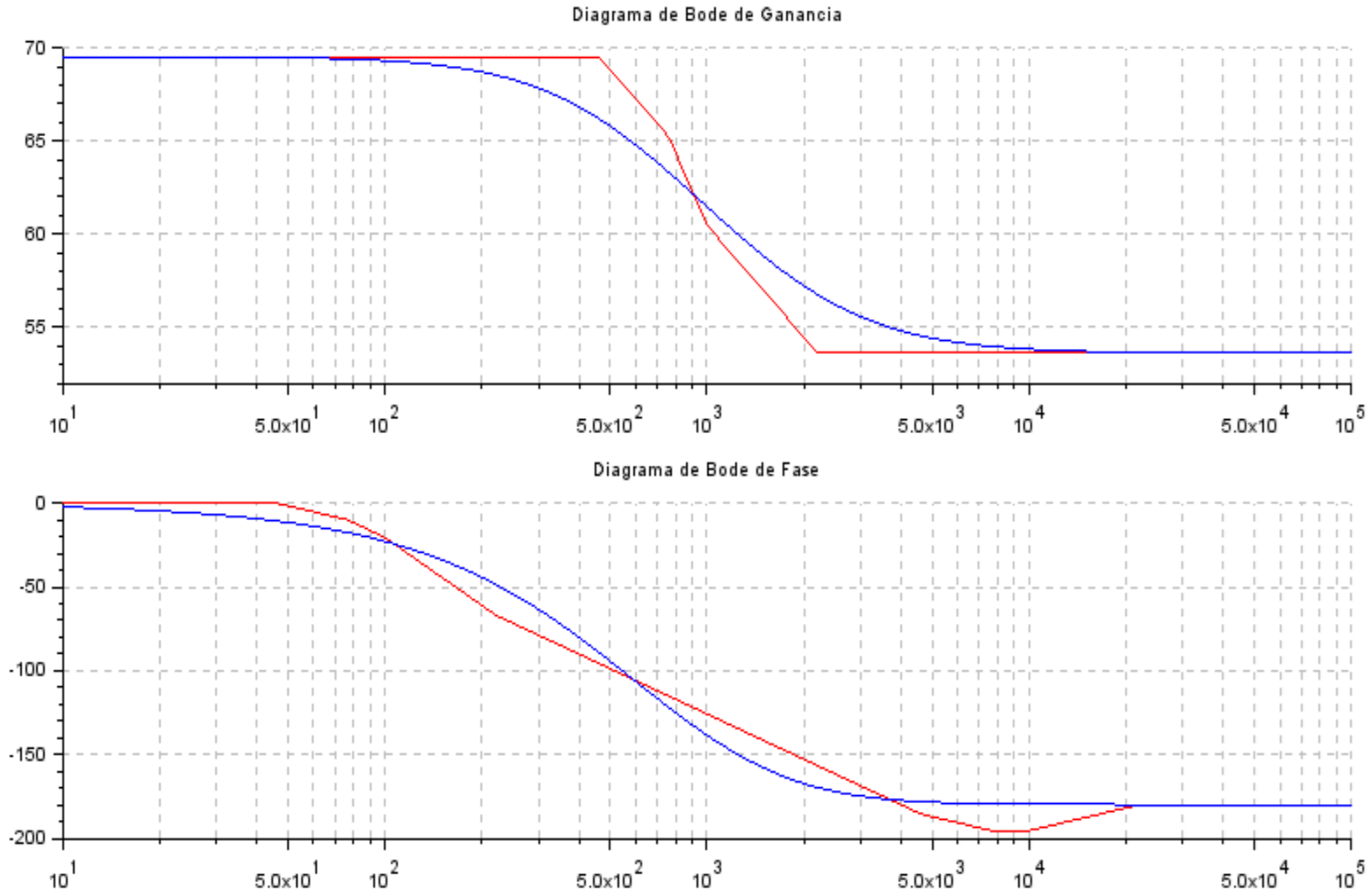
$$z = \frac{1 + \frac{wT}{2}}{1 - \frac{wT}{2}}$$

$$G(w) = \frac{-478.92(w-1000)(w+1000.03)(w+2204.51)}{(w+462.12)(w+761.59)(w+1000)}$$



EJERCICIO 5-3

El diagrama de Bode de la planta es:



EJERCICIO 5-3

Especificaciones:

- Error nulo para una entrada al escalón, sin modificar la ganancia de la planta.

$$G(w) = \frac{-478.92(w-1000)(w+1000.03)(w+2204.51)}{(w+462.12)(w+761.59)(w+1000)}$$

La planta es tipo cero, no cumple con las condiciones de error

Se debe agregar un integrador que formará parte del compensador

$$G_{C1}(w)G(w) = \frac{-478.92(w-1000)(w+1000.03)(w+2204.51)}{w(w+462.12)(w+761.59)(w+1000)}$$

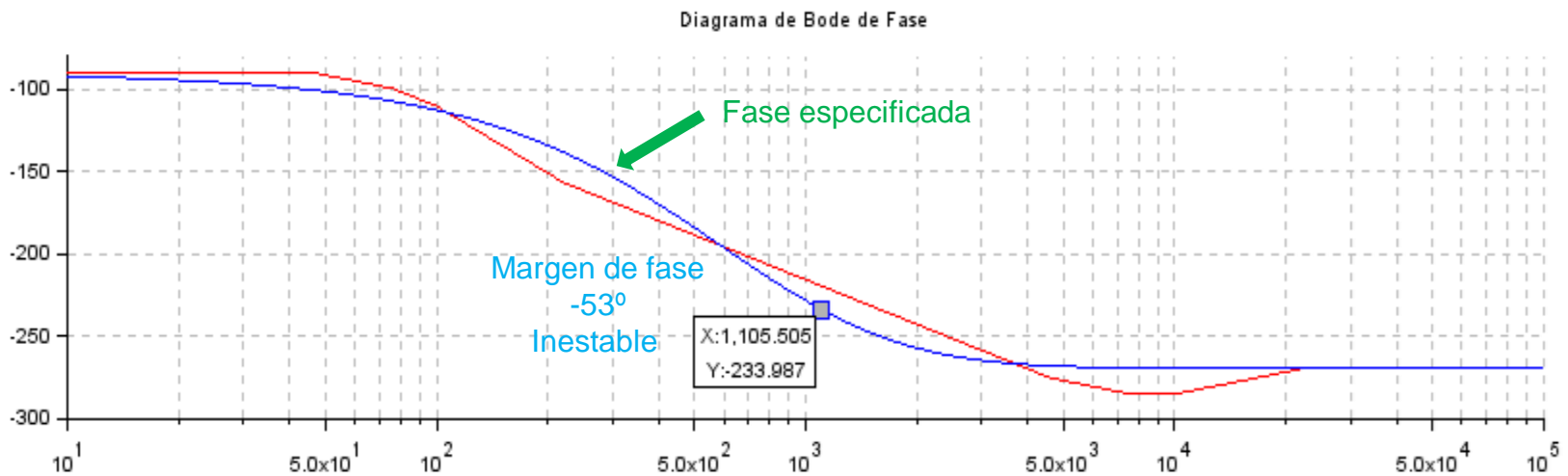
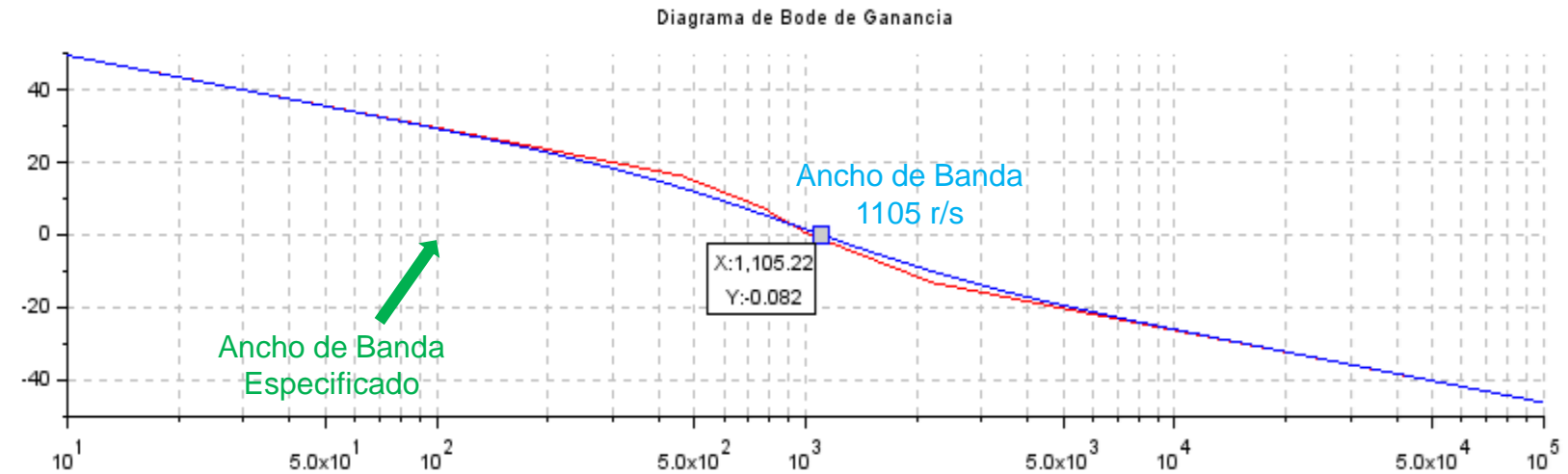
- Margen de fase de por lo menos 30°.
- Ancho de banda mayor que 100 rad./seg.

Se deben analizar a partir del diagrama de Bode de la transferencia anterior



EJERCICIO 5-3

El diagrama de Bode de la planta con integrador :



EJERCICIO 5-3

Cambiando el cruce por 0 dB
Se puede

Diagrama de Bode de Ganancia

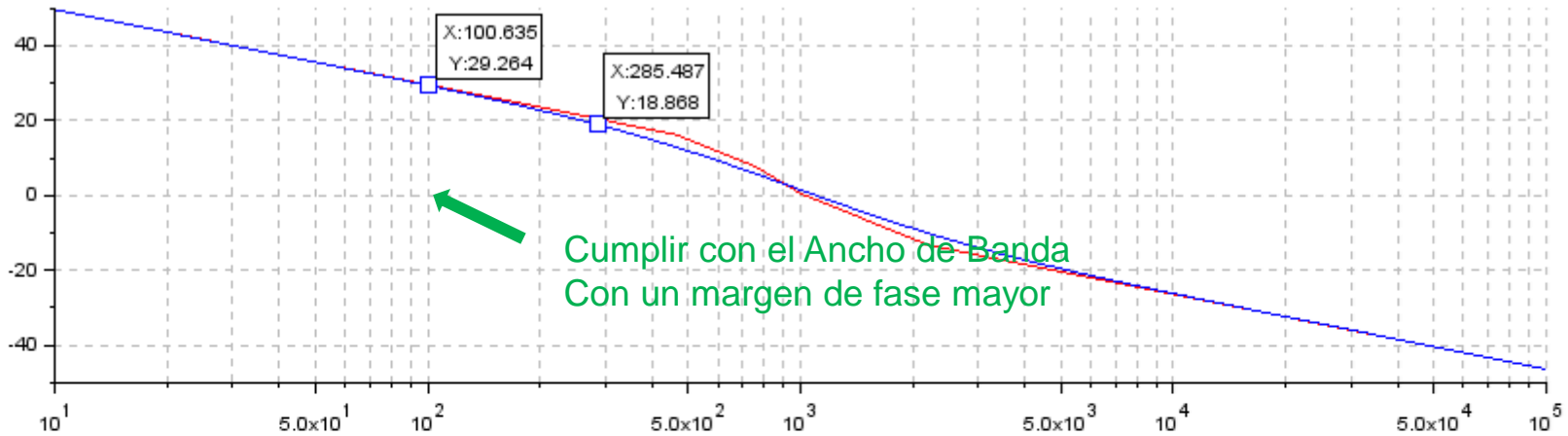
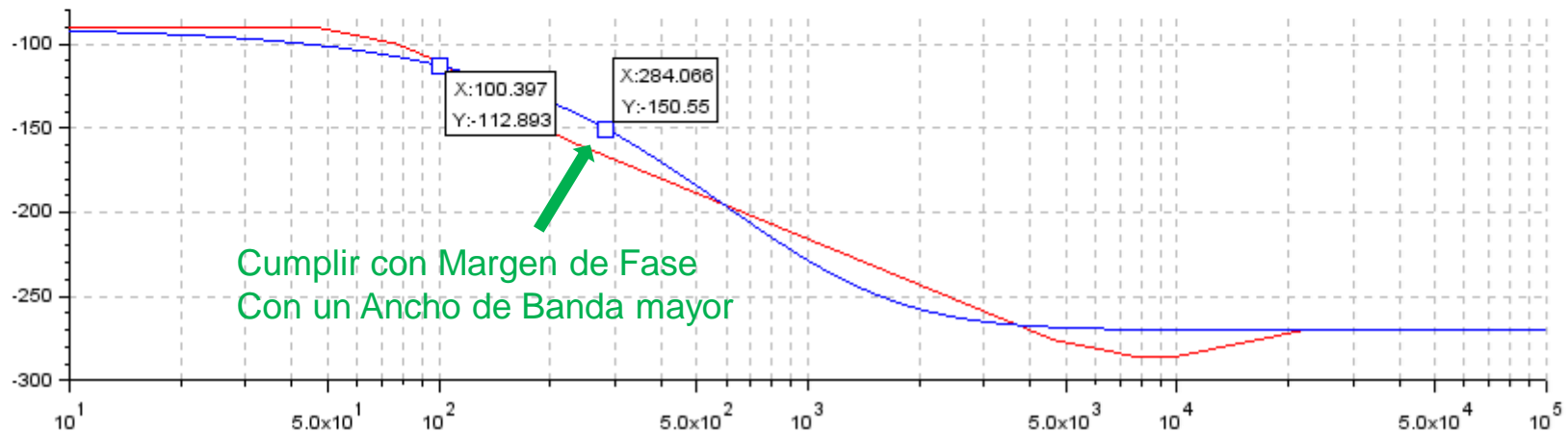


Diagrama de Bode de Fase



EJERCICIO 5-3

Ancho de Banda

Como no se puede modificar la ganancia, se va a usar una red de atraso para logra el cruce por 0 dB en $w=100$ r/s. La atenuación necesaria es 29.26 dB = 29.

$$a = 29$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_c}{10} = 10 \text{ r/s}$$

$$\omega_p = \frac{\omega_0}{a} = 0.345 \text{ r/s}$$

$$G_{C2}(w) = \frac{1 + \frac{w}{10}}{1 + \frac{w}{0.345}}$$

La transferencia del compensador total resulta:

$$G_{CT}(w) = G_{C1}(w)G_{C2}(w) = \frac{1 + \frac{w}{10}}{w \left(1 + \frac{w}{0.345} \right)}$$



EJERCICIO 5-3

Diagrama de Bode de Ganancia

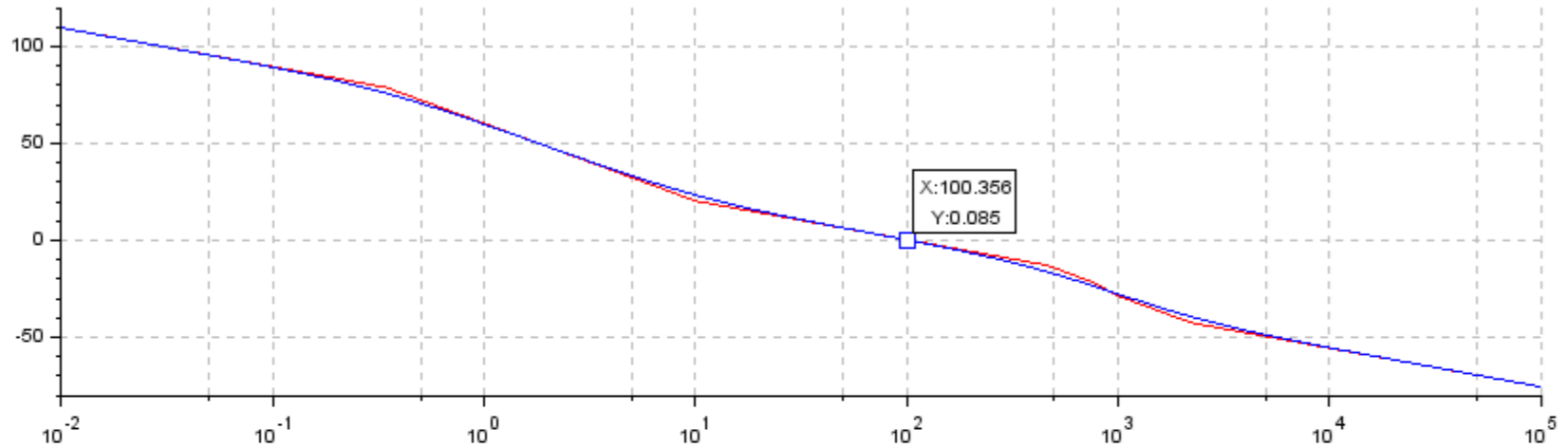
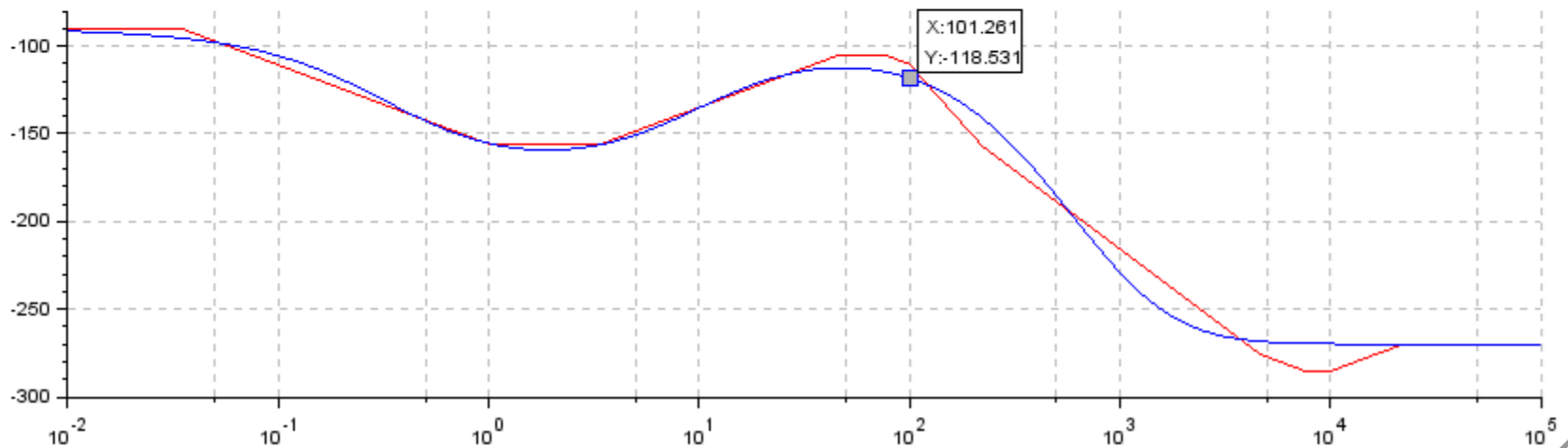


Diagrama de Bode de Fase



EJERCICIO 5-3

Margen de Fase

Como no se puede modificar la ganancia, se va a usar una red de atraso para logra el cruce por 0 dB en $w=280$ r/s. La atenuación necesaria es 18.8 dB = 8.7 .

$$a = 8.7$$

$$\omega_0 = \frac{\omega_c}{10} = \frac{280}{10} = 28 \text{ r/s}$$

$$\omega_p = \frac{\omega_0}{a} = \frac{28.5}{8.7} = 3.22 \text{ r/s}$$

$$G_{C3}(w) = \frac{1 + \frac{w}{28.0}}{1 + \frac{w}{3.22}}$$

La transferencia del compensador total resulta:

$$G_{CT}(w) = G_{C1}(w)G_{C3}(w) = \frac{1 + \frac{w}{28.0}}{w \left(1 + \frac{w}{3.22} \right)}$$



EJERCICIO 5-3

Diagrama de Bode de Ganancia

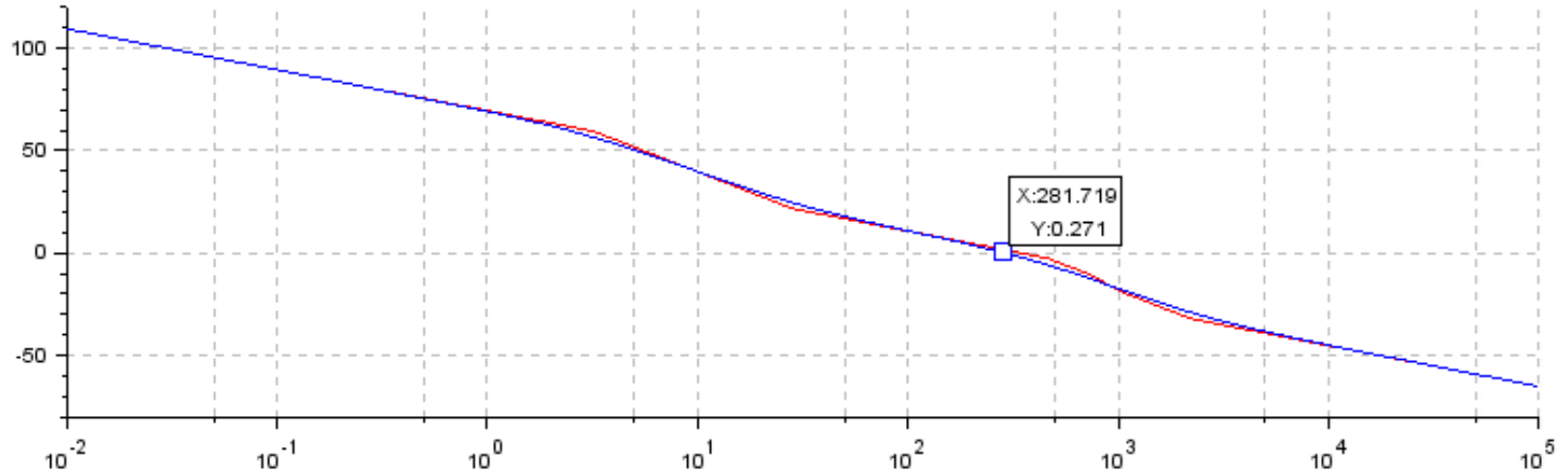
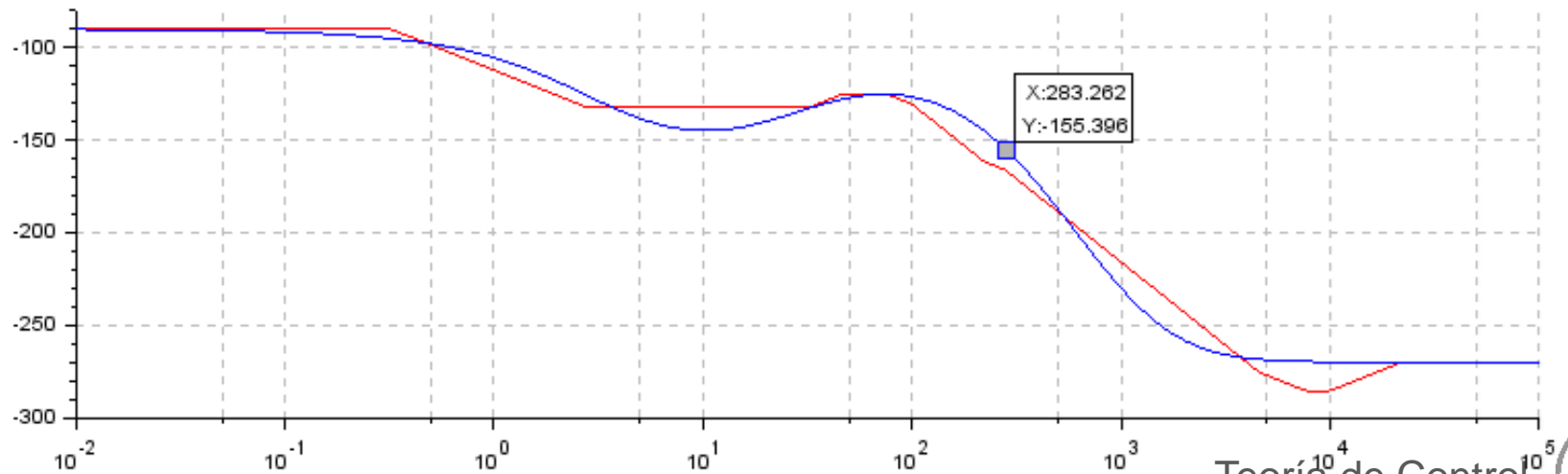


Diagrama de Bode de Fase



EJERCICIO 5-3

Discretización del compensador para Ancho de Banda

Se discretiza el compensador con la transformación Bilineal.

$$G_{CT}(w) = \frac{1 + \frac{w}{10}}{w \left(1 + \frac{w}{0.345} \right)} \rightarrow w = \frac{2 \left(\frac{z-1}{z+1} \right)}{T} \rightarrow D(z) = \frac{3.48 \times 10^{-5} (z+1)(z-0.980)}{(z-1)(z-0.9993)}$$

Desarrollando la transferencia discretizada queda:

$$D(z) = \frac{0.0000348z^2 + 0.0000007z - 0.0000341}{z^2 - 1.9993106z + 0.9993106} = \frac{U(z)}{E(z)}$$

El algoritmo de recurrencia es:

$$u(k) = 3.48 \times 10^{-5} e(k) + 7 \times 10^{-7} e(k-1) - 3.41 \times 10^{-5} e(k-2) + \dots \\ \dots + 1.9993u(k-1) - 0.9993u(k-2)$$



EJERCICIO 5-3

Discretización del compensador para Margen de Fase

Se discretiza el compensador con la transformación Bilineal.

$$G_{CT}(w) = \frac{1 + \frac{w}{28.0}}{w \left(1 + \frac{w}{3.22} \right)} \rightarrow w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \rightarrow D(z) = \frac{1.178 \times 10^{-4} (z+1)(z-0.946)}{(z-1)(z-0.9936)}$$

Desarrollando la transferencia discretizada queda:

$$D(z) = \frac{0.0001178z^2 + 0.0000064z - 0.0001114}{z^2 - 1.9935839z + 0.9935839} = \frac{U(z)}{E(z)}$$

El algoritmo de recurrencia es:

$$u(k) = 1.178 \times 10^{-4} e(k) + 6.4 \times 10^{-6} e(k-1) - 1.114 \times 10^{-4} e(k-2) + \dots \\ \dots + 1.994u(k-1) - 0.994u(k-2)$$



EJERCICIO 5-3

Respuesta a lazo cerrado del sistema compensado.

