

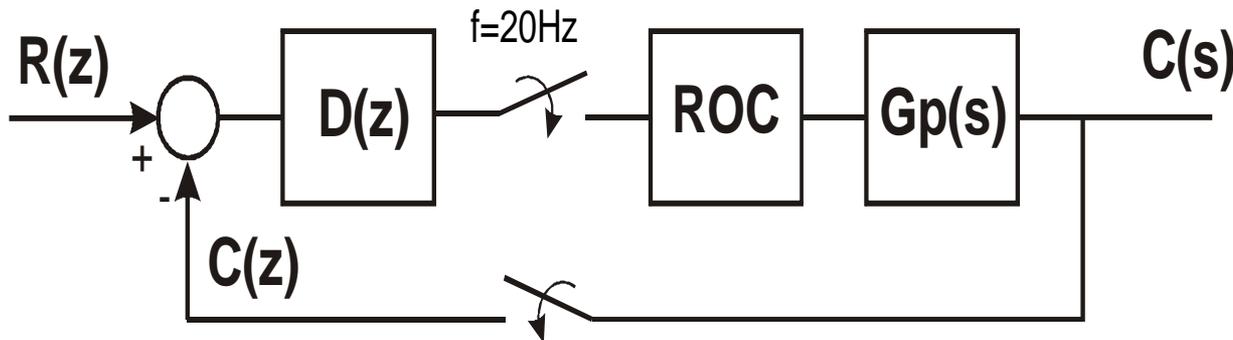
COMPENSACIÓN DE ATRASO Y ADELANTO

EJERCICIO 5-4

EJERCICIO 5-4

Se desea compensar al sistema de la figura mediante una red en serie $D(z)$ de modo que el sistema compensado posea:

- Para una entrada en forma de rampa, un error relativo menor o igual al 5 %.
- Ancho de banda de lazo cerrado de aproximadamente 10 rad/seg.
- Margen de fase mayor o igual a 30° .



$$G_p(s) = \frac{K e^{-0.05 s}}{s (s + 10)}$$



EJERCICIO 5-4

Por tener que desarrollar un controlador digital, se debe discretizar la planta.

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ \left(\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right) \frac{K e^{-0.05 s}}{s(s+10)} \right\} = z^{-1} (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{K}{s^2 (s+10)} \right\}$$

Una vez aplicada la transformación, la transferencia discreta queda:

$$G(z) = \frac{0.001065 K (z + 0.8467)}{z(z - 1)(z - 0.6065)}$$

Como el diseño utiliza diagramas de Bode, se aplica la transformación Bilineal

$$z = \frac{1 + \frac{wT}{2}}{1 - \frac{wT}{2}} \quad \rightarrow \quad G(w) = \frac{5.081338 \times 10^{-5} K (w + 481.996)(w - 40)^2}{w(w + 40)(w + 9.7967)}$$



EJERCICIO 5-4

Especificaciones:

a) Para una entrada en forma de rampa , un error relativo menor o igual al 5 %.

$$e_{RP} = \frac{1}{K_v} = 0.05$$

La constante de velocidad, por ser una condición de régimen permanente, puede calcularse en el plano S, Z o W

$$K_v = 20 = \lim_{w \rightarrow 0} w \left(\frac{5.081338 \times 10^{-5} K (w + 481.996)(w - 40)^2}{w(w + 40)(w + 9.7967)} \right) = 0.1K$$

Entonces $K=200.$

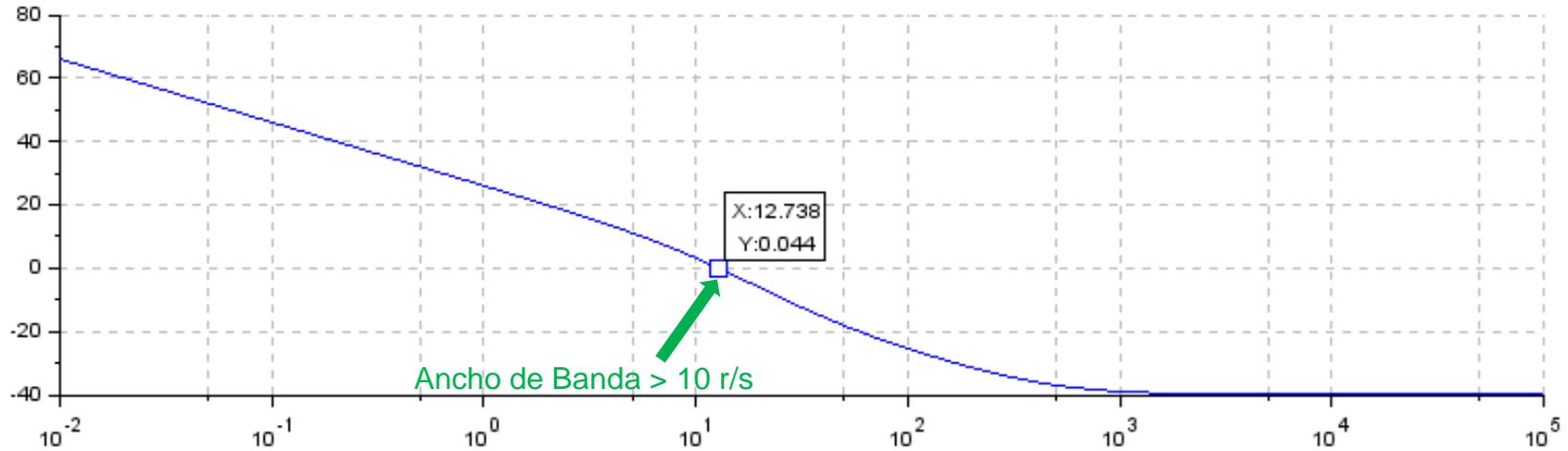
$$G(w) = \frac{0.010162676 (w + 481.996)(w - 40)^2}{w(w + 40)(w + 9.7967)}$$



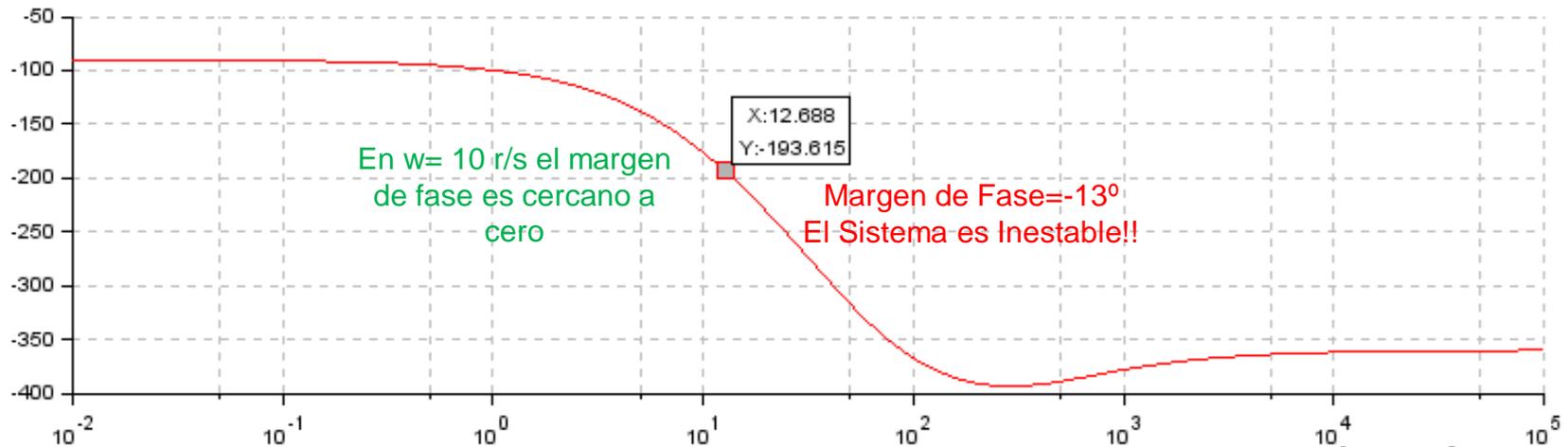
EJERCICIO 5-4

Diagrama de Bode sin compensar

Ejercicio 5-4 Diagrama de Bode de Módulo



Ejercicio 5-4 Diagrama de Bode de Fase



EJERCICIO 5-4

Especificaciones:

Ancho de banda de lazo cerrado de aproximadamente 10 rad/seg.
Margen de fase mayor o igual 30°

Como el Ancho de Banda debe ser 10 rad/seg. se asume que el cruce por 0 dB se debe dar a esa frecuencia, entonces la fase debe ser superior a -150°

Se diseña una red de adelanto de 30° en $\omega=10$ rad/seg.

$$\phi_{\max} = 30^\circ$$

$$\omega_0 = 10 \text{ r/s}$$

$$a = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi_{\max}}{1 - \operatorname{sen}\phi_{\max}} = 3$$

$$\omega_p = \sqrt{a}\omega_0 = 17.3205$$

$$\omega_c = \omega_0 / \sqrt{a} = 5.7735$$

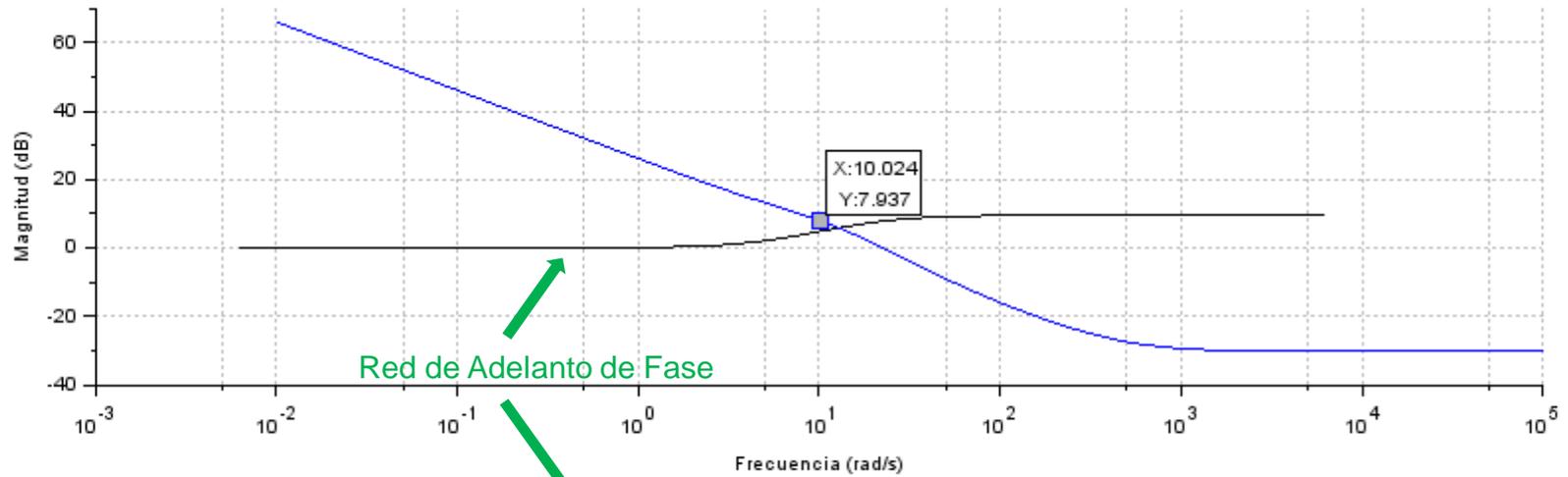
$$G_{C1}(w) = 3 \frac{(w + 5.7735)}{(w + 17.3205)}$$



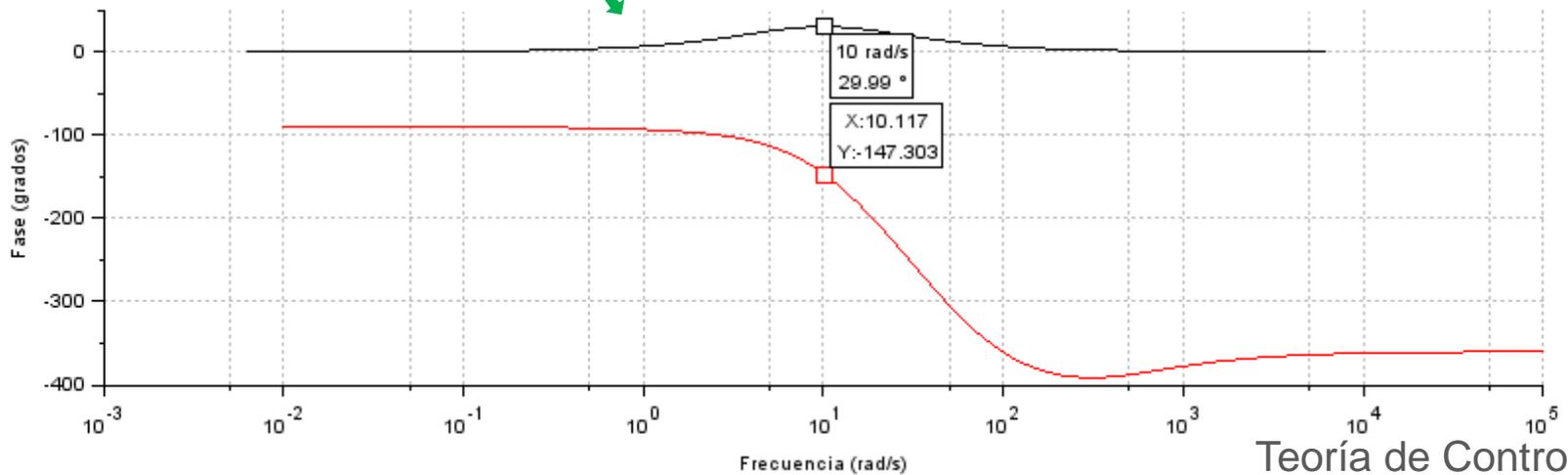
EJERCICIO 5-4

Diagrama de Bode con compensación de fase

Ejercicio 5-4 Diagrama de Bode de Módulo



Ejercicio 5-4 Diagrama de Bode de Fase



EJERCICIO 5-4

Ahora se debe lograr que el módulo cruce por 0 dB en $\omega=10$ rad/seg

Se usa una red de atraso, para no afectar el error.

La atenuación debe ser de 7.93 dB en 10 rad/seg sin modificar la fase.

$$a = 10^{\frac{7.93}{20}} = 2.49$$

$$\omega_c = \omega_0/10 = 1$$

$$\omega_p = \omega_c/a = 0.401606$$

$$G_{C2}(w) = \frac{0.401606(w+1)}{(w+0.401606)}$$

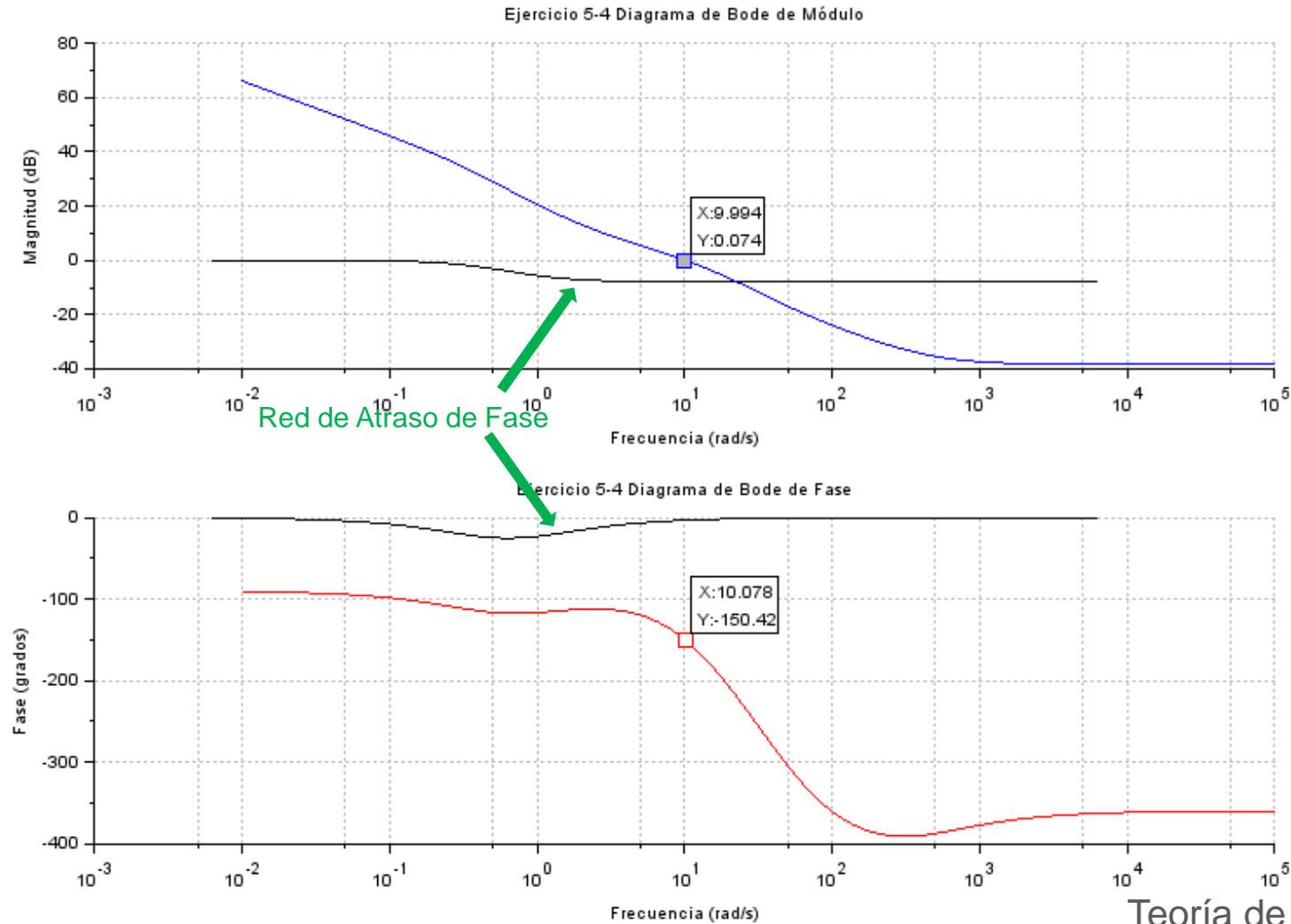
El compensador completo queda

$$G_C(w) = KG_{C1}(w)G_{C2}(w) = \frac{240.964(w+1)(w+5.7735)}{(w+0.4016)(w+17.3205)}$$



EJERCICIO 5-4

Diagrama de Bode con compensación módulo



EJERCICIO 5-4

La discretización del compensador queda:

$$D(z) = G_C(w) \Big|_{w = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}} = 195.273 \frac{(z - 0.95122)(z - 0.747736)}{(z - 0.980119)(z - 0.395661)}$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{195.27257z^2 - 331.75942z + 138.88978}{z^2 - 1.3757803z + 0.387795}$$

El algoritmo de recurrencia es:

$$u(k) = 1.3757803u(k-1) - 0.387795u(k-2) + \dots \\ \dots + 195.27257e(k) - 331.75942e(k-1) + 138.88978e(k-2)$$



EJERCICIO 5-4

