TEORÍA DE CONTROL

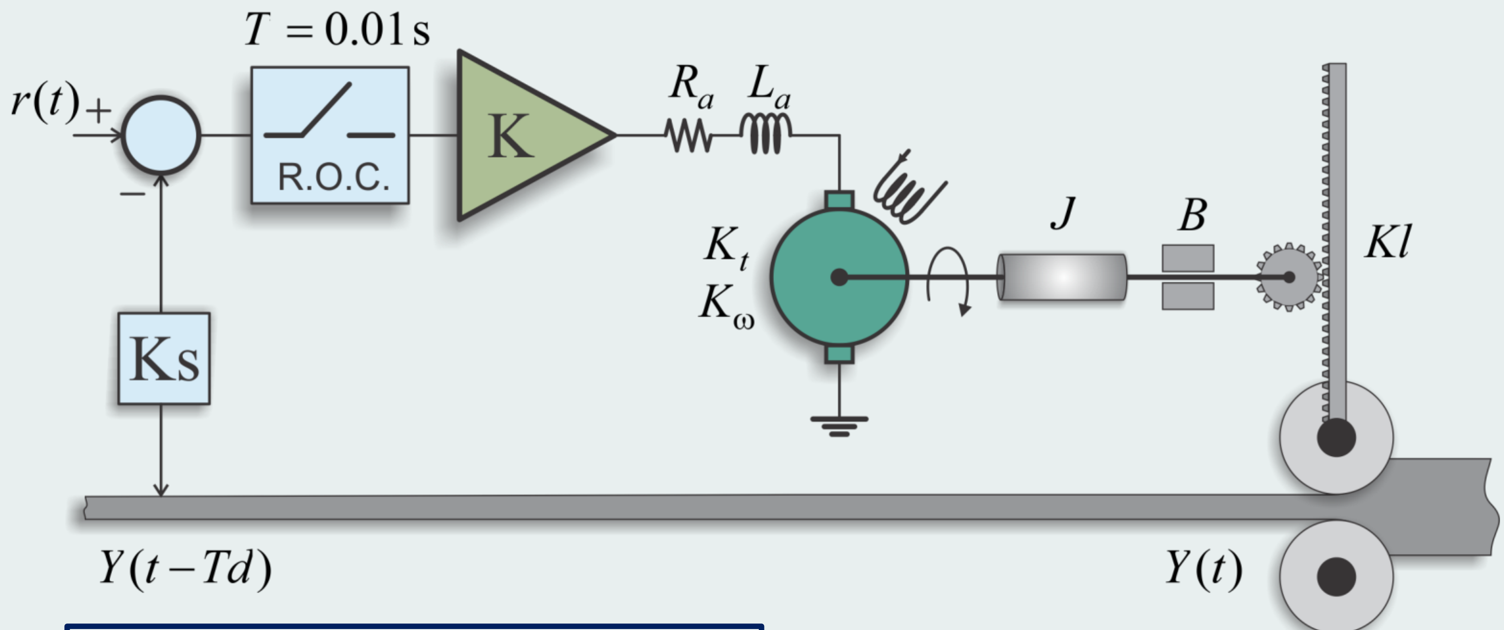
MODELO DE ESTADO DISCRETO

PROBLEMA 6_2

MODELO DE ESTADO DISCRETO

PROBLEMA 6_2

Encuentre el modelo de estado con variables canónicas controlables y observables para el sistema del ejercicio 4-5)



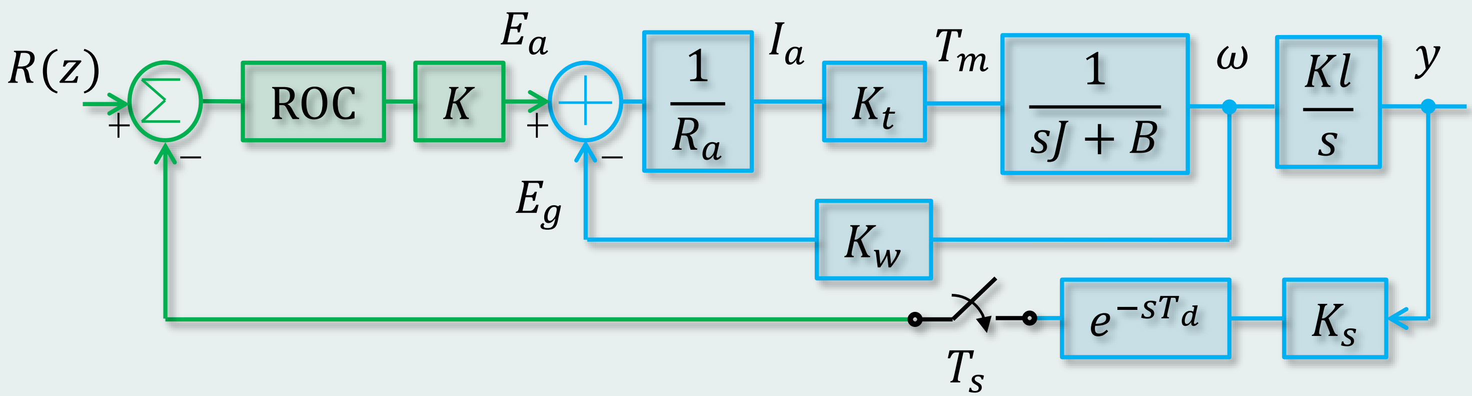
Datos

$R_a = 5\Omega$	$K_t = 0.721\ \mathrm{Nm/A}$
$L_a = 0$	$K_\omega = 0.721\ \mathrm{Vs/r}$
$J = 10^{-3}\ \mathrm{Kg}\,m^2$	$Kl = 0.01\ \mathrm{m/rev}$
$B = 0.01\ \mathrm{Nm\,s/r}$	$= 0.01/2\pi\ \mathrm{m/r}$
$T_d = 0.01\ \mathrm{s}$	$K_s = 100\ \mathrm{V/m}$

MODELO DE ESTADO DISCRETO

PROBLEMA 6_2

Diagrama de bloques



Luego, la ganancia de lazo abierto del sistema continuo resulta:

$$G_pH(s) = \frac{K \cdot Kl \cdot K_s \cdot K_t}{s(sJR_a + BR_a + K_tK_w)} e^{-sTd}$$

Discretizando con $T_s = 0.01$ y con $K = 1$ se tiene:

$$G_pH(z) = (1 - z^{-1}) z^{-1} Z\left\{\frac{23}{s^2(s+114)}\right\} = \frac{8.13\times10^{-4}(z+0.6863)}{z(z-0.3198)(z-1)}$$

PROBLEMA 6_2

Si se considera que $H(s) = 1$, la transferencia a lazo cerrado del sistema discreto resulta:

$$T_{lc}(z) = \frac{G_p(z)}{1 + G_p H(z)} = \frac{8.13\times 10^{-4}(z + 0.6863)}{(z + 1.728\times 10^{-3})(z - 0.323)(z - 0.997)}$$

Desarrollando numerador y denominador se obtiene:

$$T_{lc}(z) = \frac{\beta_1 z^m + \beta_2 z^{m-1} + \cdots + \beta_m z + \beta_{m+1}}{z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \alpha_2 z^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n} = \frac{8.13\times 10^{-4} z + 5.5796\times 10^{-4}}{z^3 - 1.318 z^2 + 0.319 z + 5.564\times 10^{-4}}$$

Teniendo en cuenta que el modelo canónico controlable (MCC) tiene la forma:

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \cdots & -\alpha_1 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u[k]$$

$$y[k] = \begin{bmatrix} \beta_{m+1} & \beta_m & \cdots & \beta_1 & 0 \end{bmatrix} x[k+1]$$

MODELO DE ESTADO DISCRETO

PROBLEMA 6_2

Se obtiene el siguiente modelo MCC:

$$x[k+1]=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -5.564\times10^{-4} & -0.319 & 1.318\end{bmatrix}x[k]+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u[k]$$

$$y[k]=\begin{bmatrix}5.5796\times10^{-4} & 8.13\times10^{-4} & 0\end{bmatrix}x[k+1]$$

En el caso del modelo canónico observable (MCO) se tiene que:

$$x[k+1]=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_n\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_{n-1}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_2\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -\alpha_1\end{bmatrix}x[k]+\begin{bmatrix}\beta_{m+1}\\ \beta_m\\ \vdots\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u[k]$$

$$y[k]=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 1\end{bmatrix}x[k+1]$$

Luego, se obtiene el siguiente modelo MCO

MODELO DE ESTADO DISCRETO

PROBLEMA 6_2

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5.564\times10^{-4} \\ 1 & 0 & -0.319 \\ 0 & 1 & 1.318 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 5.5796\times10^{-4} \\ 8.13\times10^{-4} \\ 0 \end{bmatrix} u[k]$$

$$y[k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x[k+1]$$