TEORÍA DE CONTROL

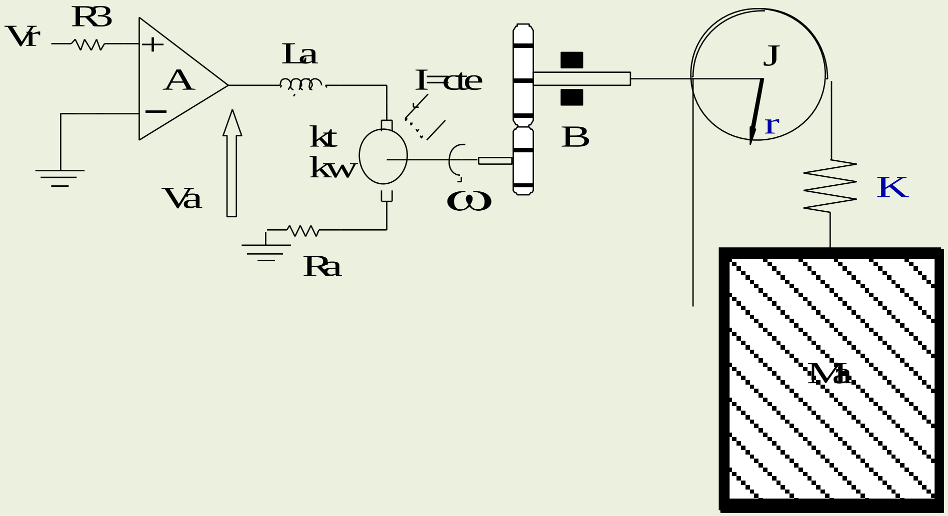
Realimentación de Estados

Ejercicio Ascensor

Ejercicio Ascensor

7-4) El diagrama representa esquemáticamente el funcionamiento de un control de velocidad de un ascensor. El mismo es accionado por un motor de corriente continua cuyos parámetros asociados son :

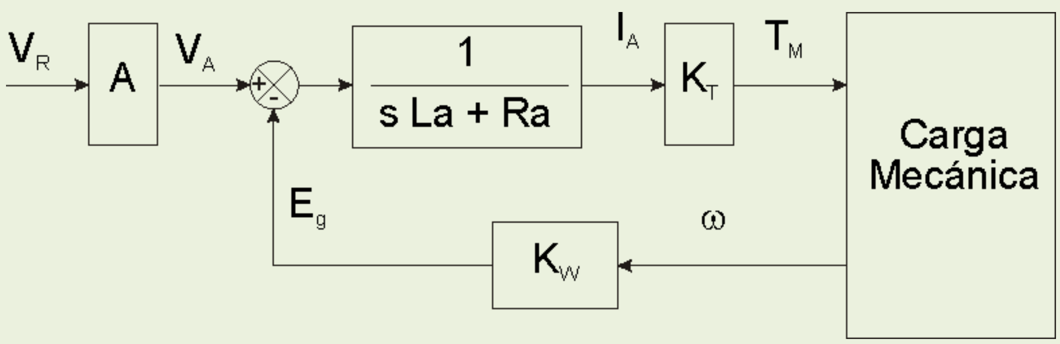
V_a = 440 [volt]
ω_{nom}= 1500 [RPM]
kt = 2,5 [Nw.m/Amp]
kw = 2,38 [Volt/(rad/seg)]
R_a = 1,96 [Ohm]
L_a = 0,01 [Hy]
M_a= 500 [Kg]
J = 5,4 [Nw.m s^2]
B = 1275 [Nw.m.s].
N2/N1= 50
r = 0,3 [m]
A=10



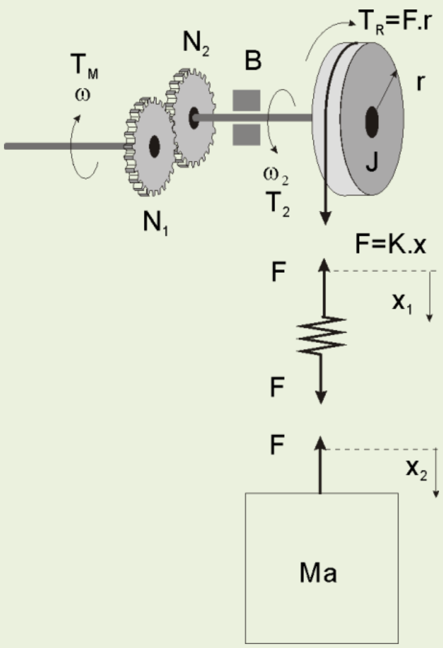
Diseñar un controlador por realimentación de variables de estado de manera de eliminar las oscilaciones en la velocidad de la cabina. La frecuencia de muestreo del controlador es de 500 Hz.
Hallar los valores del vector de realimentación K^t y de la ganancia del amplificador A para que el motor alcance su velocidad nominal con una tensión de entrada al amplificador de 5 [Volts].

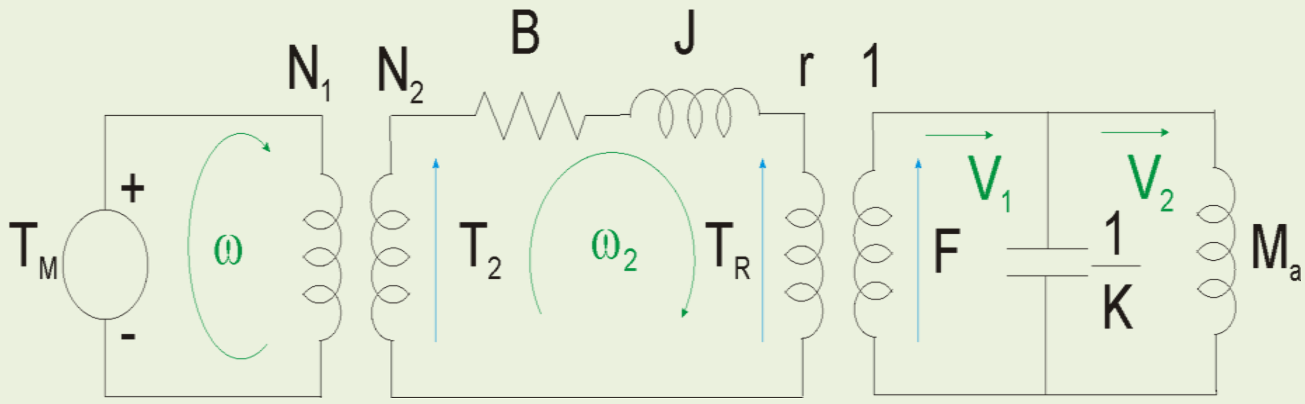
Ejercicio Ascensor

PARTE ELÉCTRICA



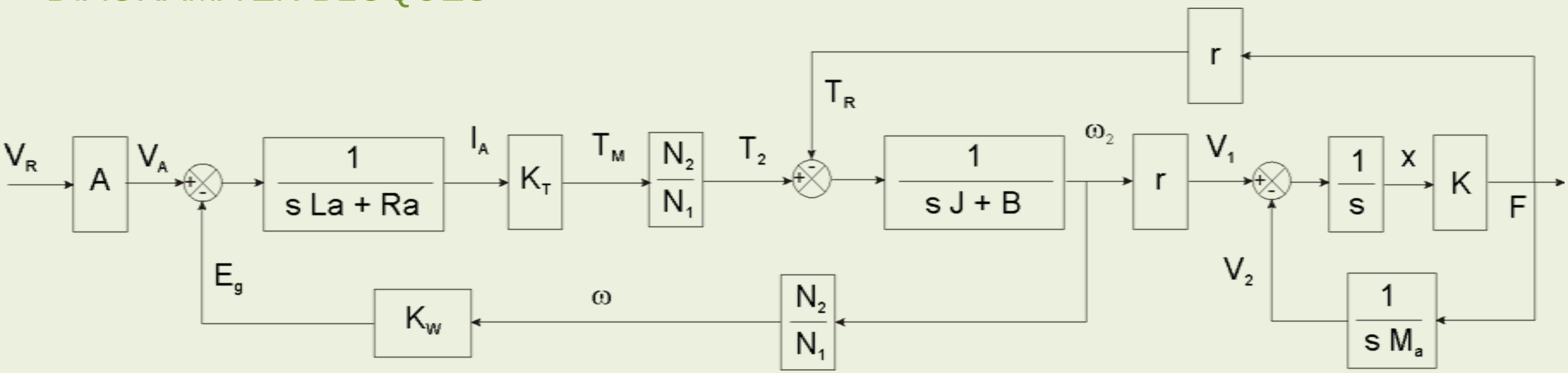
PARTE MECÁNICA





Ejercicio Ascensor

DIAGRAMA EN BLOQUES



MODELO DE ESTADO

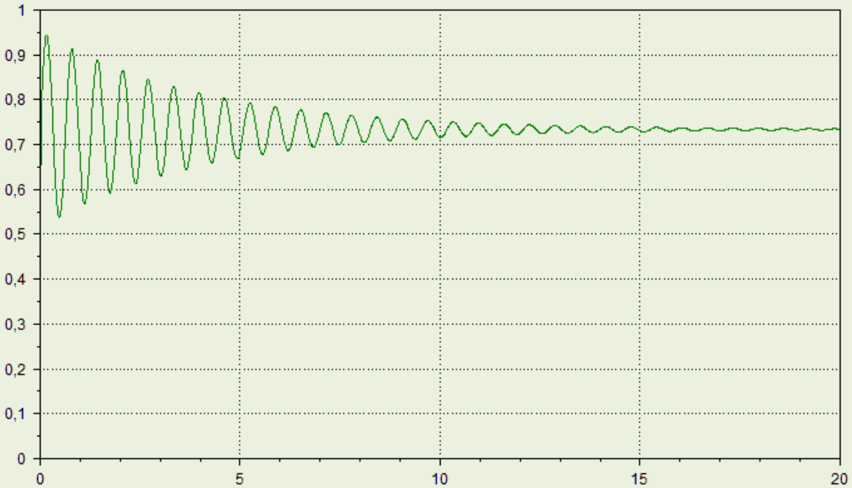
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{A(t)} \\ \dot{\omega}_{(t)} \\ \dot{x}_{(t)} \\ \dot{V}_{2(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -196 & -238 & 0 & 0 \\ 1157.4 & -236.11 & -1.361\times 10^{5} & 0 \\ 0 & 0.006 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 98 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{A(t)} \\ \omega_{(t)} \\ x_{(t)} \\ V_{2(t)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot V_{R(t)}$$

$$y(t) = V_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{A(t)} \\ \omega_{(t)} \\ x_{(t)} \\ \dot{V}_{2(t)} \end{bmatrix}$$

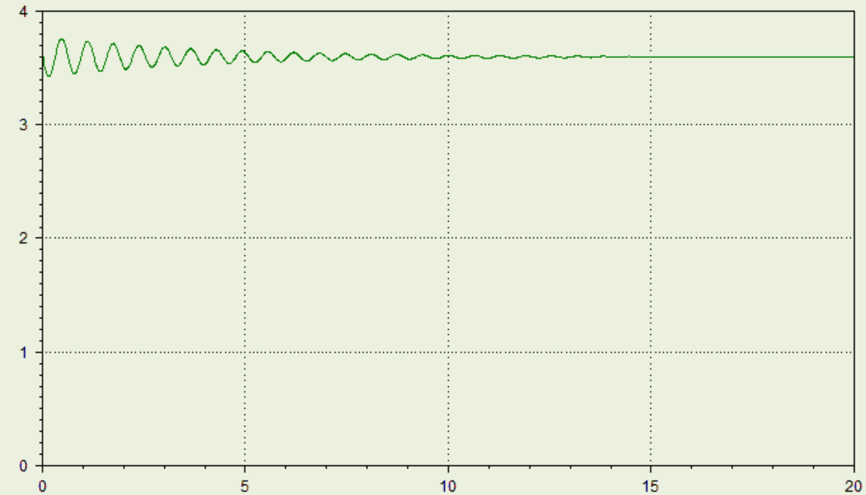
Ejercicio Ascensor

RESPUESTA TEMPORAL

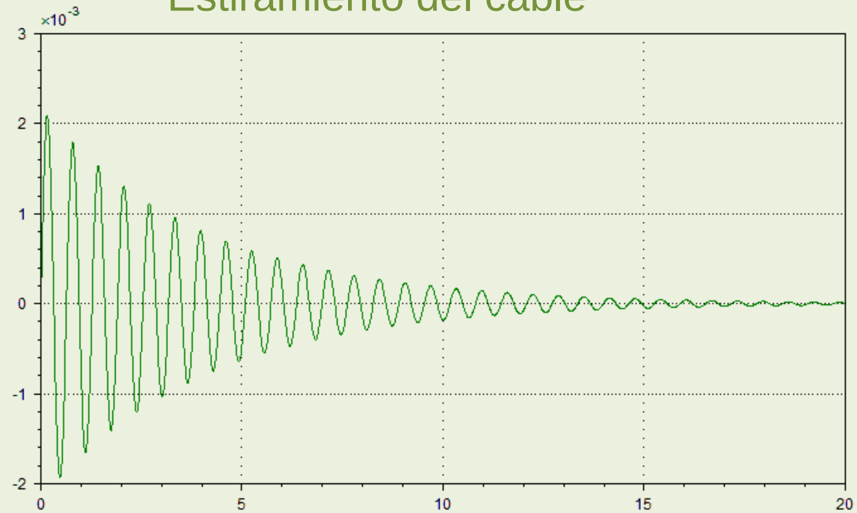
Corriente de armadura



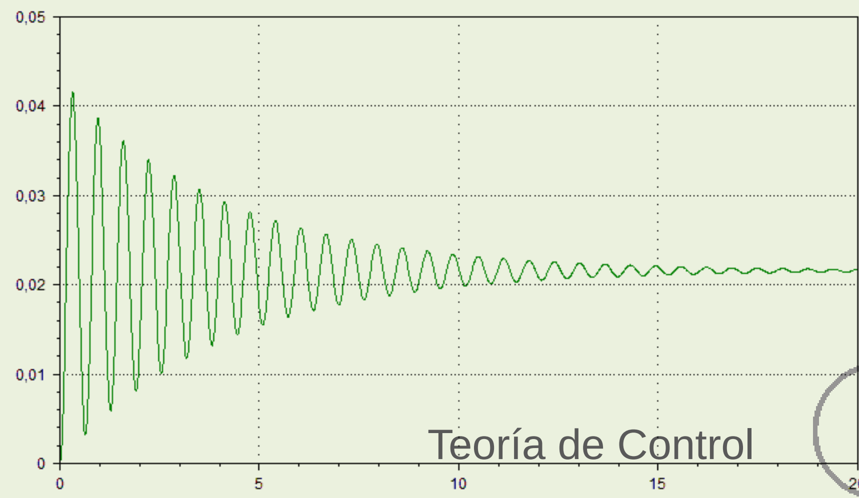
Velocidad del motor



Estiramiento del cable



Velocidad de la Cabina



Ejercicio Ascensor

MODELO DE ESTADO DISCRETO

$$A_d = e^{AT} \qquad \text{y} \qquad B_d = \int_0^t e^{A\lambda}\ \mathrm{B}\, d\lambda$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.345 & -0,255 & 44.748 & -0.0332 \\ 1.241 & 0.3011 & -182.78 & 0.2154 \\ 9.593\times10^{-6} & 8.057\times10^{-6} & 0.9985 & -1.999\times10^{-3} \\ 6.978\times10^{-7} & 9.304\times10^{-7} & 0.1959 & 0.9998 \end{bmatrix} \cdot x(k) + \begin{bmatrix} 1.399 \\ 1.5989 \\ 7.12\times10^{-6} \\ 3.702\times10^{-7} \end{bmatrix} \cdot u(k)$$

Matriz controlabilidad

$$U = \begin{bmatrix} 1.399 & 0.0753402 & -0.5381761 & -0.3760789 \\ 1.5989 & 2.2166291 & 0.7547706 & -0.4501464 \\ 7.12\times10^{-6} & 3.341443\times10^{-5} & 5.193935\times10^{-5} & 5.275520\times10^{-5} \\ 3.702\times10^{-7} & 4.228972\times10^{-6} & 1.288885\times10^{-5} & 2.338778\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$\det[U] = 6.531170\times10^{-10}$$

El sistema es <u>CONTROLABLE</u>

Ejercicio Ascensor

Polinomio Característico de la planta:

$$\det\left[zI - A_d\right] = z^4 - 2.645z^3 + 2.712z^2 - 1.488z + 0.4214$$

MODELO CANÓNICO CONTROLABLE

$$\overline{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.4214 & 1.488 & -2.712 & 2.645 \end{bmatrix} \cdot \overline{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(k)$$

Matriz controlabilidad

$$U_{cc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2.6446084 \\ 0 & 1 & 2.6446084 & 4.2820573 \\ 1 & 2.6446084 & 4.2820573 & 5.6408250 \end{bmatrix}$$

Ejercicio Ascensor

CÁLCULO DE LOS AUTOVALORES DESEADOS

El ejercicio pide como especificación, “eliminar las oscilaciones en la velocidad de la cabina”, por lo tanto se va diseñar un sistema sobre-amortiguado. Para lograr el mínimo tiempo de respuesta se asume un amortiguamiento crítico $\xi = 1$.
Se debe adoptar el tiempo de respuesta, este parámetro tiene una fuerte incidencia en la señal de control. Si se elige un tiempo demasiado corto la señal de control puede tomar valores muy grandes, fuera del rango de seguridad del motor. Se asume inicialmente un tiempo de establecimiento de 2 seg.

$$T_s = \frac{3}{\xi \cdot \omega_n} = 2 \text{ seg.} \quad \Rightarrow \quad \omega_n = 1.5 \text{ r/s.}$$

Los autovalores continuos dominantes serán: $p_{1,2} = 1.5 \text{ r/s.}$

Se deben adoptar dos autovalores adicionales que se ubican 10 y 15 veces por encima de los dominantes:

$$p_3 = 15 \text{ r/s. ; } p_4 = 22.5 \text{ r/s.}$$

Los autovalores dicretos serán:
$$\begin{cases} \lambda_1 = 0.997 \\ \lambda_2 = 0.997 \\ \lambda_3 = 0.9704 \\ \lambda_4 = 0.956 \end{cases}$$

Ejercicio Ascensor

CÁLCULO DEL VECTOR DE REALIMENTACIÓN

El polinomio característico deseado resulta: $z^4 - 3.92z^3 + 5.763z^2 - 3.765z + 0.9222$

Ahora se puede calcular el vector de realimentación del modelo canónico:

$$\bar{k}^T = \left[\left(\alpha_1 - a_1\right) \quad \left(\alpha_2 - a_2\right) \quad \cdots \quad \left(\alpha_n - a_n\right) \right]$$

$$\bar{k}^T = \left[0.5008145 \quad -2.2764843 \quad 3.0512100 \quad -1.2758436 \right]$$

La matriz de transformación del modelo canónico es: $Q_{cc} = U.\bar{U}_{cc}^{-1}$ o $Q_{cc}^{-1} = \bar{U}_{cc}.U^{-1}$

$$Q_{cc}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.2909016 & 0.4291214 & -4.713049\times10^4 & 1.526500\times10^5 \\ 0.0865372 & -0.0342888 & -1.724820\times10^4 & 1.527144\times10^5 \\ -0.0715779 & -0.0292980 & 1.270383\times10^4 & 1.527189\times10^5 \\ 0.1673591 & 0.2538965 & 4.260420\times10^4 & 1.526636\times10^5 \end{bmatrix}$$

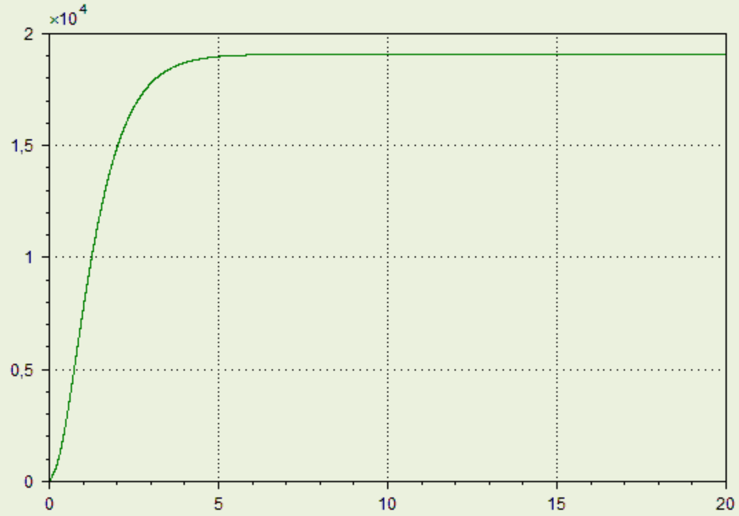
Finalmente el vector de realimentación es:

$$k^T = \bar{k}^T \cdot Q_{cc}^{-1} = \left[-0.7746 \quad -0.1204 \quad 67.3872 \quad 0.0676 \right]$$

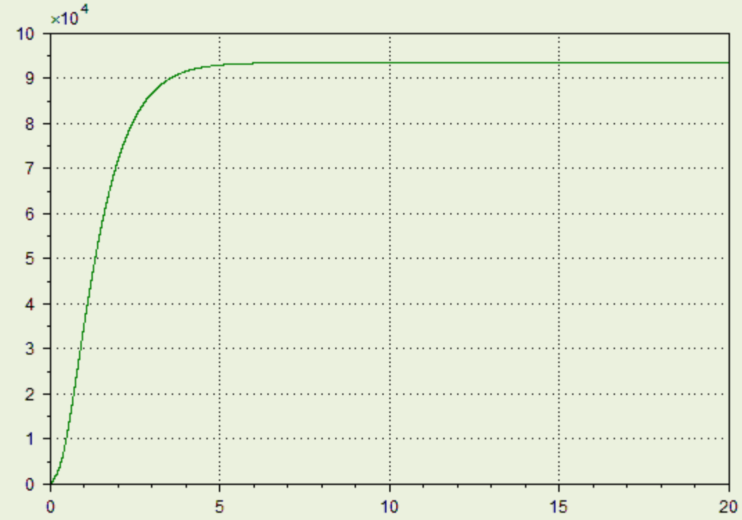
Ejercicio Ascensor

RESPUESTA TEMPORAL DEL SISTEMA REALIMENTADO

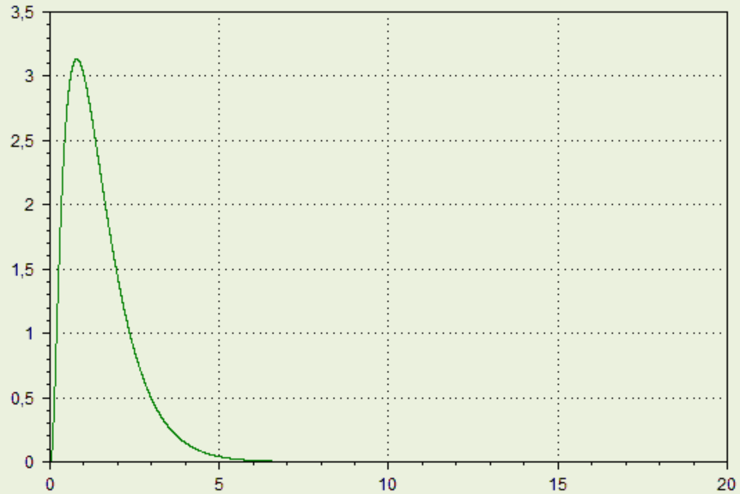
Corriente de armadura



Velocidad del motor



Estiramiento del cable



Velocidad de la Cabina

Ejercicio Ascensor

La ganancia del sistema para un escalón unitario no cumple con las especificaciones. Para la velocidad del motor el valor es 93526.82 r/s.

Se especifica la velocidad nominal para una referencia de valor 5, por lo tanto la ganancia es:

$$A_{deseada} = \frac{157.08}{5} = 31.4$$

Entonces la ganancia requerida será: $$A_0 = \frac{31.4}{93526.82} = 3.3573 \times 10^{-4}$$

El vector de realimentación queda:

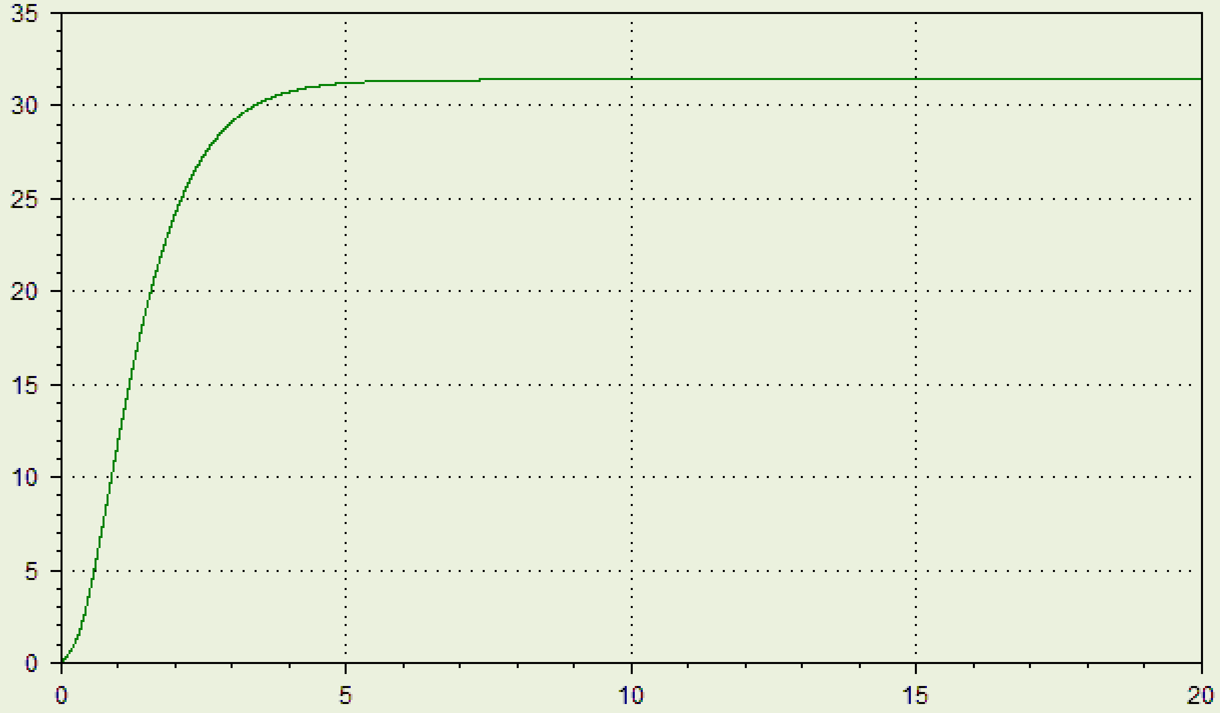
$$k_{Ao}^{T} = \frac{k^{T}}{A_0} = \begin{bmatrix} -2307,23 & -358.49 & 2.007 \times 10^{5} & 201.374 \end{bmatrix}$$

Como puede verse las ganancias de realimentación son bastante grandes.

Ejercicio Ascensor

RESPUESTA DEL SISTEMA REALIMENTADO CON AJUSTE DE GANANCIA

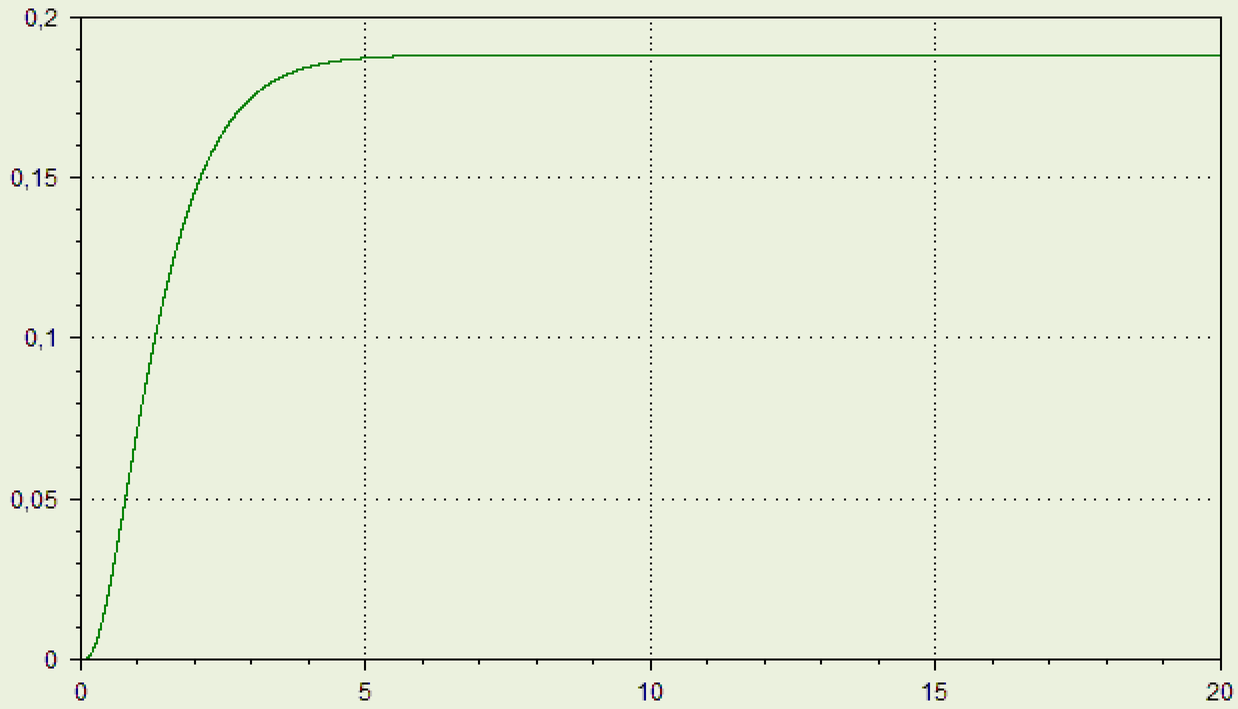
Velocidad del motor



Ejercicio Ascensor

RESPUESTA DEL SISTEMA REALIMENTADO CON AJUSTE DE GANANCIA

Velocidad de la Cabina



Ejercicio Ascensor

ESFUERZO DE CONTROL

Una señal que resulta de interés en el diseño de controladores por realimentación es la señal de entrada de la planta, la magnitud que toma para lograr la respuesta deseada se denomina esfuerzo de control.
La entrada de la planta en una realimentación de estado ya no es más una variable independiente por lo tanto se puede asumir como una salida del sistema realimentado:

$$u(k) = a0\left(r(k) - k^T x(k)\right)$$

En forma matricial queda:

$$u(k) = \underbrace{-a_0 k^T}_{C} x(k) + \underbrace{a_0}_{D} r(k)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} 0.7746 & 0.1204 & -67.3872 & -0.0676 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 3.3573 \times 10^{-4} \end{bmatrix} r(k)$$

Ejercicio Ascensor

ESFUERZO DE CONTROL