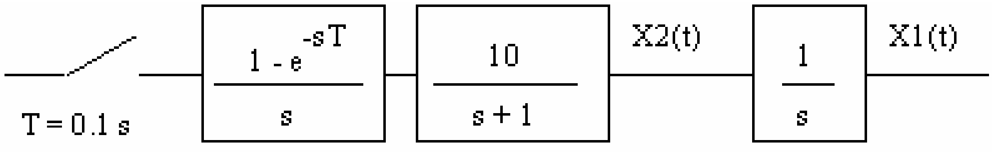
8-1) En la figura se muestra un sistema de control discreto donde x1(t) y x2(t) representan sus variables de estado.



El controlador correspondiente se realiza utilizando un estimador de orden completo. Escogiendo las raíces de la ecuación característica del estimador como reales e iguales, y con una constante de tiempo de 0.25 seg. .
Diseñar un estimador con y(k)=x1(k).

Modelo de Estados Continuo:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0\\ 19\end{bmatrix}u(t)\ ;\quad y(t)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x(t)$$

Modelo de Estados Discreto (T = 0.1 seg)

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}1 & 0.09516\\ 0 & 0.90484\end{bmatrix}x(k)+\begin{bmatrix}0.048374\\ 0.95163\end{bmatrix}u(k)\ ;\quad y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x(k)$$

Matriz Controlabilidad:

$$U=\begin{bmatrix}0.0484 & 0.1389\\ 0.9516 & 0.8611\end{bmatrix}\quad \text{Rg[U]=2}$$

Matriz Observabilidad:

$$V=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 0.0952\end{bmatrix}\quad \text{Rg`[V]=2}$$

REALIMENTACIÓN DE ESTADOS

La realimentación calculada en el ejercicio 6-1) pedía:

Encontrar el vector de realimentación Kt para llegar a lazo cerrado a una transferencia con un coeficiente de amortiguamiento ξ de 0.46 y una constante de tiempo τ de 0.5 seg.

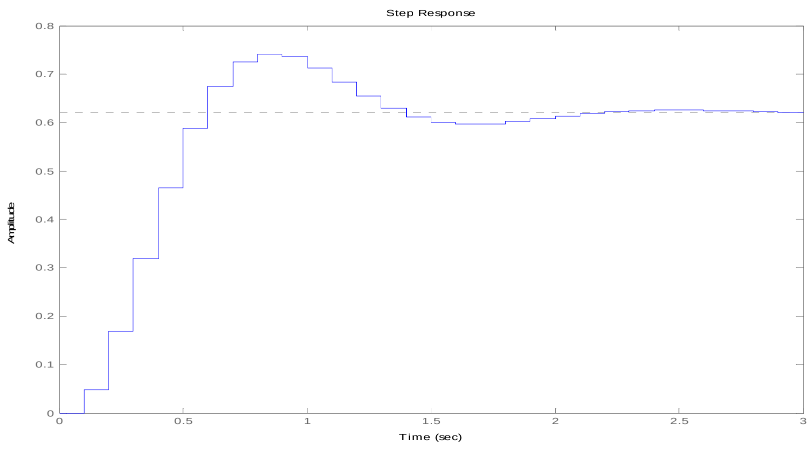
Los autovalores continuos serán: P1,2 = -2+/- j 3.8605

Los autovalores discretos serán: P1,2 = 0.7585 +/- j 0.3083

El Vector de realimentación Kt = $\begin{bmatrix}1.6117 & 0.3257\end{bmatrix}$

Función de Transferencia: $G(z)=\dfrac{0.08182\,z + 0.07155}{z^2 - 1.517\,z + 0.6703}$

Respuesta Transitoria



ESTIMADOR DE ESTADOS

Modelo del estimador:

$$x(k+1)=[A\text{-}HC]\,x(k)\ +\ B\,u(k)+H\ \ y(k)$$

Modelo del error

$$\tilde{x}(k+1)=[A\text{-}HC]\,\tilde{x}(k)$$
$$\tilde{x}(k)=x(k)-\hat{x}(k)$$

Transferencia de la Planta

$$G(z)=\frac{0.04837\ z\ +\ 0.04679}{z^2\text{-}\ 1.905\ z\ +\ 0.9048}$$

Modelo Canónico Observable:

$$\bar{x}(k+1)=\begin{bmatrix}0 & -0.9048\\ 1 & 1.905\end{bmatrix}\bar{x}(k)+\begin{bmatrix}0.04679\\ 0.04837\end{bmatrix}u(k)\ ;\quad y(k)=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x(k)$$

Matriz de Transformación:

$$Q=V^{-1}\bar{V}\qquad V=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 0.0952\end{bmatrix}\qquad \bar{V}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1.9048\end{bmatrix}\qquad Q=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 10.5083 & 9.5083\end{bmatrix}$$

Autovalores deseados:

τ = 0.25 seg $\rightarrow$ p=4 r/seg pz= $e^{-T/\tau}$= 0.67

Polinomio característico:

$$P(z)=(Z-0.67)^2=z^2-1.34z+0.4489$$

$$\bar{H}=\begin{bmatrix}-0.4559\\ 0.5648\end{bmatrix}\qquad H=Q\bar{H}=\begin{bmatrix}0.5648\\ 0.5795\end{bmatrix}$$

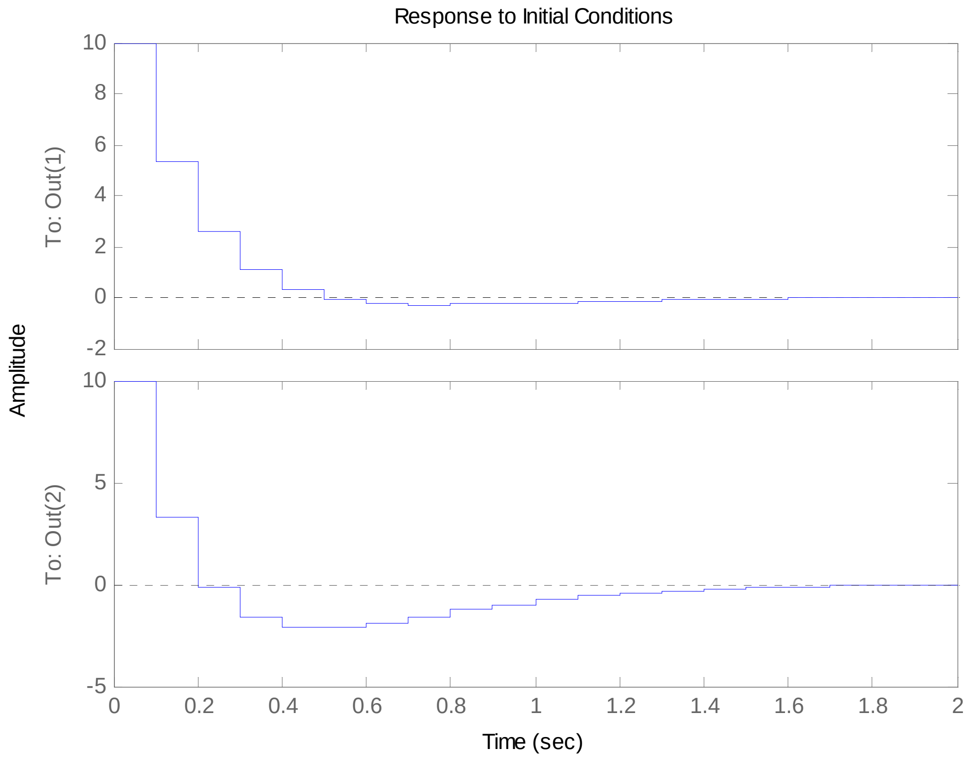
Modelo del estimador:

$$\hat{x}(k+1)=\begin{bmatrix}0.4352 & 0.0952\\ -0.5795 & 0.9048\end{bmatrix}\hat{x}(k)+\begin{bmatrix}0.048374\\ 0.95163\end{bmatrix}u(k)+\begin{bmatrix}0.5648\\ 0.5795\end{bmatrix}\ y(k)$$

Modelo del Error:

$$\tilde{x}(k+1)=\begin{bmatrix}0.4352 & 0.0952\\ -0.5795 & 0.9048\end{bmatrix}\tilde{x}(k)$$

Respuesta del error para $\tilde{x}(0)=\begin{bmatrix}10\\10\end{bmatrix}$



<u>Modelo para simular con realimentación</u>

$$\begin{cases} x(k+1)=A\,x(k)+B(r(k)-K\ \hat{x}(k)) \\ \hat{x}(k+1)=(A-HC)\,\hat{x}(k)+H\ y(k)+B(r(k)-K\ \hat{x}(k)) \end{cases}$$

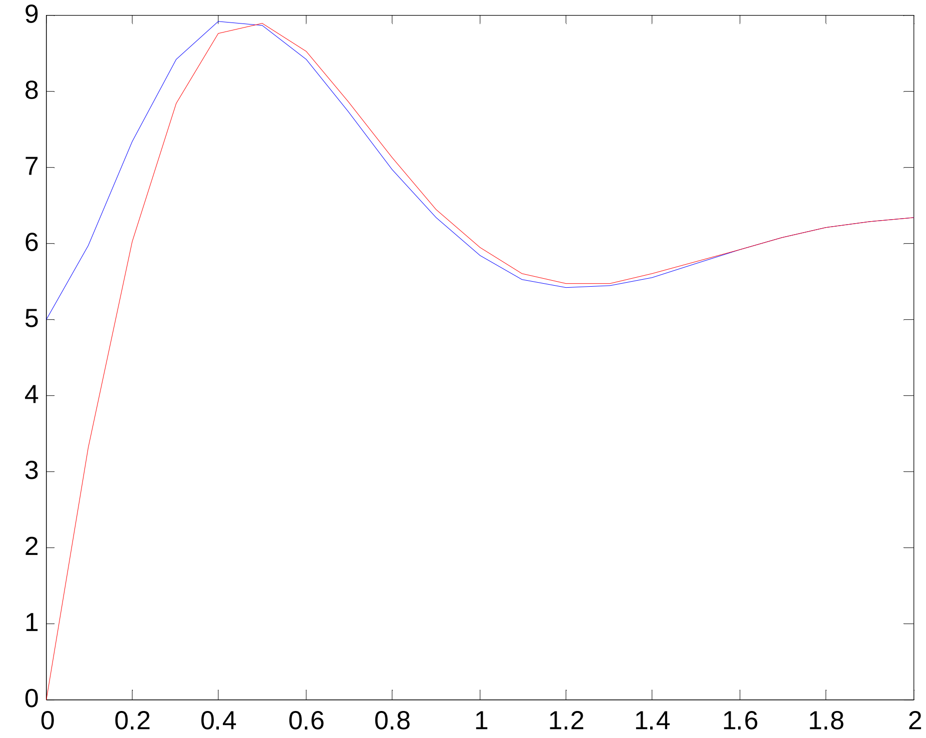
$$\begin{bmatrix}x(k+1)\\ \hat{x}(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & -BK\\ HC & A-HC-BK\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(k)\\ \hat{x}(k)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ B\end{bmatrix}r(k)$$

$$\begin{bmatrix}x(k+1)\\ \hat{x}(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0.0952 & -0.0780 & -0.0158\\ 0 & 0.9048 & -1.5337 & -0.3099\\ 0.5648 & 0 & 0.3572 & 0.0794\\ 0.5795 & 0 & -2.1132 & 0.5949\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(k)\\ \hat{x}(k)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.0484\\ 0.9516\\ 0.0484\\ 0.9516\end{bmatrix}r(k)$$

Entrada: escalón de amplitud 10

$Xo = [\ 5 \quad 5 \quad 0 \quad 0\ ]^T$

RESPUESTA DE X1 Y X1 ESTIMADA



RESPUESTA DE X2 Y X2 ESTIMADA