TEORÍA DE CONTROL

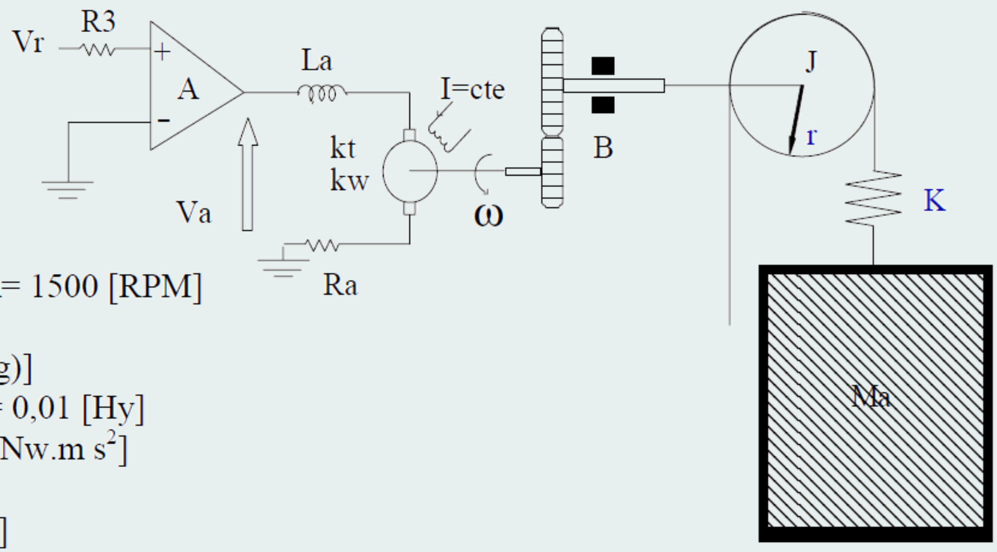
ESTIMADORES DE ESTADO

PROBLEMA 8_7

ORDEN REDUCIDO

PROBLEMA 8_7

Suponga ahora que en el sistema del ejercicio 7_4 (ascensor) se pueden medir solamente las variables de estado asociadas al motor, es decir, la corriente y la velocidad del eje.



$V_a = 440$ [volt] $\omega_{nom} = 1500$ [RPM]
$k_t = 2{,}5$ [Nw.m/Amp]
$k_w = 2{,}38$ [Volt/(rad/seg)]
$R_a = 1{,}96$ [Ohm] $L_a = 0{,}01$ [Hy]
$M_a = 500$ [Kg] $J = 5{,}4$ [Nw.m s^2]
$B = 1275$ [Nw.m.s].
$N2/N1 = 50$ $r = 0{,}3$ [m]

Diseñe un estimador que tenga como salida a las variables de estado restantes del sistema a fin de poder realizar la realimentación de estados diseñada.
Escriba un modelo de estado en el cual pueda analizarse el comportamiento del sistema a lazo cerrado y que queden explicitadas las variables de la planta y del estimador.

PROBLEMA 8_7

Solución:

Se propone el uso de un estimador de estado de orden reducido.

Modelo de estado continuo del sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{\omega} \\ \dot{x} \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_w}{L_a} & 0 & 0 \\ \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{K_T}{J} & -\frac{B}{J} & -\left(\frac{N_2}{N_1}\right)\frac{K \cdot r}{J} & 0 \\ 0 & r\left(\frac{N_2}{N_1}\right) & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{K}{M_a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \\ x \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{A}{L_a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_R$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \\ x \\ V_2 \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 8_7

Modelo de estado discreto

Se considera Ts=0.002s

$$\begin{bmatrix} i_a[k+1] \\ \omega[k+1] \\ x[k+1] \\ v_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.34 & -0.25 & 44.75 & -0.033 \\ 1.24 & 0.30 & -182.8 & 0.21 \\ 9.59e-6 & 8.05e-6 & 0.9985 & -0.00199 \\ 6.97e-7 & 9.30e-7 & 0.1959 & 0.9998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.399 \\ 1.599 \\ 7.12e-6 \\ 3.7e-7 \end{bmatrix} V_R[k]$$

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix}$$

Se analiza la observabilidad respecto de las dos salidas: Rango(V)=4 (Observable).
Se analiza la observabilidad respecto de Ia: Rango(Vi)=4 (Observable).
Se analiza la observabilidad respecto de w: Rango(Vw)=4 (Observable).

PROBLEMA 8_7

Transformación del modelo (Variables a estimar y salidas)

$$\begin{bmatrix} x[k] \\ v_2[k] \\ y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{T} \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix}$$

Luego, calculando:

$$A_T = TAT^{-1}$$
$$B_T = TB$$
$$C_T = CT^{-1}$$

Modelo transformado

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ v_2[k+1] \\ y_1[k+1] \\ y_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{AT11}{\boxed{\begin{matrix} 0.9985 & -0.00199 \\ 0.1959 & 0.9998 \end{matrix}}} & \overset{AT12}{\boxed{\begin{matrix} 9.59e-6 & 8.057e-6 \\ 6.978e-7 & 9.304e-7 \end{matrix}}} \\ \underset{AT21}{\boxed{\begin{matrix} 44.75 & -0.03321 \\ -182.8 & 0.2154 \end{matrix}}} & \underset{AT22}{\boxed{\begin{matrix} 0.3452 & -0.2552 \\ 1.241 & 0.3011 \end{matrix}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ v_2[k] \\ y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overset{BT1}{\boxed{\begin{matrix} 7.12e-6 \\ 3.703e-7 \end{matrix}}} \\ \underset{BT2}{\boxed{\begin{matrix} 1.399 \\ 1.599 \end{matrix}}} \end{bmatrix} V_R[k]$$

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ v_2[k] \\ y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 8_7

En la determinación de la matriz del estimador ($Ae=A_{T11}-H\ A_{T21}$), la matriz H resultará una matriz de 2x2, por tal motivo se genera una "variable ficticia" para resolver el problema.

Luego, si se adopta F=[1 1] se tiene: $C_1=F^*\ A_{T21}$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -138 & 0.1822 \end{bmatrix}$$

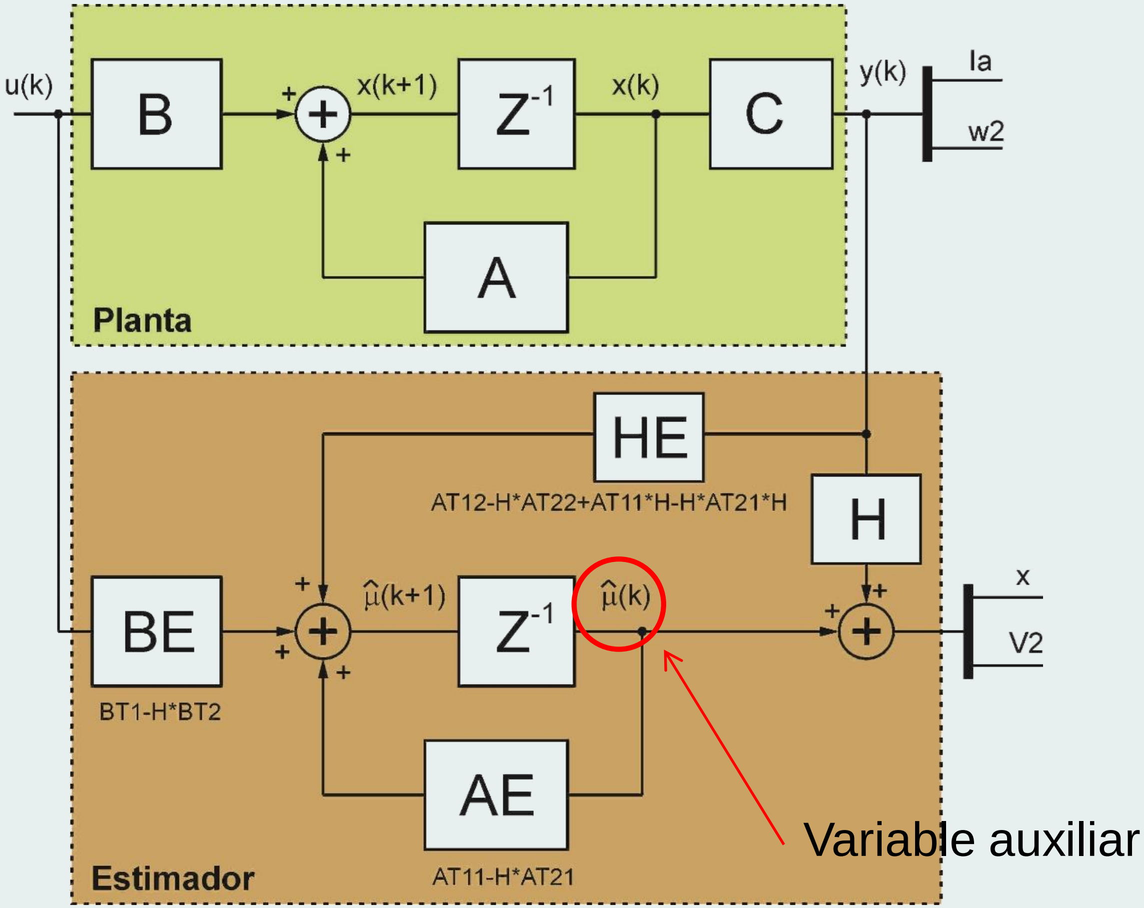
El siguiente paso consiste en calcular H considerando el sistema SISO dado por las matrices A_{T11} y C_1. Luego, si se considera que los autovalores del estimador son $Z_1=0$ y $Z_2=0$, se obtiene la siguiente matriz de ganancia H_1:

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.0097 \\ 3.6195 \end{bmatrix}$$

Finalmente, la matriz H se obtiene haciendo $H=H_1F$

$$H = \begin{bmatrix} -0.0097 & -0.0097 \\ 3.6195 & 3.6195 \end{bmatrix}$$

Diagrama de bloques del estimador



ESTIMADORES DE ESTADO

Ecuaciones del estimador de orden reducido

$$\hat{\mu}[k+1] = A_e\hat{\mu}[k] + H_e y[k] + B_e u[k]$$

$$\hat{x}_a[k] = \hat{\mu}[k] + Hy[k]$$

En forma matricial: $\begin{bmatrix} \hat{x}_a[k] \\ y[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & H \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mu}[k] \\ y[k] \end{bmatrix}$ Luego: $\begin{bmatrix} \hat{x}_a[k] \\ \hat{x}_b[k] \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \hat{x}_a[k] \\ y[k] \end{bmatrix}$

Modelo de estados compuesto

$$\begin{bmatrix} i_a[k+1] \\ \omega[k+1] \\ x[k+1] \\ v_2[k+1] \\ \hat{x}[k+1] \\ \hat{v}_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & ceros(4x2) \\ H_e C & A_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \\ \hat{x}[k] \\ \hat{v}_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B_e \end{bmatrix} V_R[k]$$

$$\begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \\ \hat{x}[k] \\ \hat{v}_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \\ \hat{x}[k] \\ \hat{v}_2[k] \end{bmatrix}$$