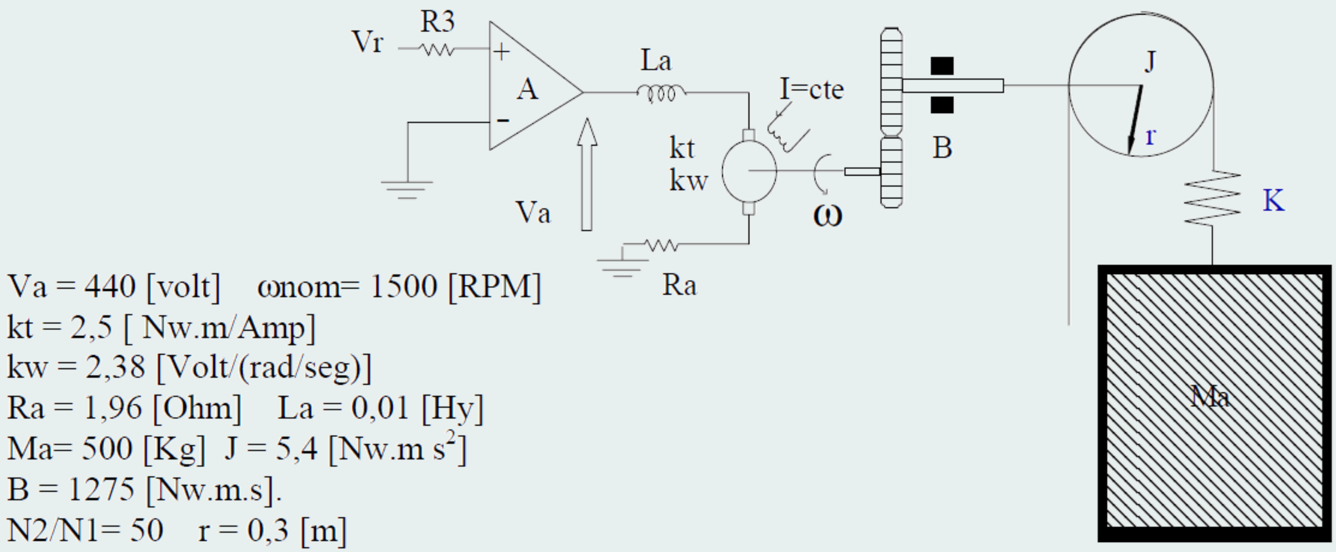
TEORÍA DE CONTROL

ESTIMADORES DE ESTADO MIMO

Ejercicio del Acensor

PROBLEMA 8_

Suponga ahora que en el sistema del ejercicio 7_4 (ascensor) se pueden medir solamente las variables de estado asociadas al motor, es decir, la corriente y la velocidad del eje.



Diseñe un estimador que tenga como salida a las variables de estado a fin de poder realizar la realimentación de estados diseñada.

PROBLEMA 8_

Solución:
Se propone el uso de un estimador de estado MIMO.

Modelo de estado continuo del sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{\omega} \\ \dot{x} \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{K_w}{L_a} & 0 & 0 \\ \left(\dfrac{N_2}{N_1}\right)^2 \dfrac{K_T}{J} & -\dfrac{B}{J} & -\left(\dfrac{N_2}{N_1}\right)\dfrac{K \cdot r}{J} & 0 \\ 0 & r\left(\dfrac{N_2}{N_1}\right) & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dfrac{K}{M_a} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \\ x \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{A}{L_a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_R$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \\ x \\ V_2 \end{bmatrix}$$

ESTIMADORES DE ESTADO

PROBLEMA 8_

<u>Modelo de estado discreto</u> Se considera Ts=0.002s

$$\begin{bmatrix} i_a[k+1] \\ \omega[k+1] \\ x[k+1] \\ v_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.34 & -0.25 & 44.75 & -0.033 \\ 1.24 & 0.30 & -182.8 & 0.21 \\ 9.59\times10^{-6} & 8.05\times10^{-6} & 0.9985 & -0.00199 \\ 6.97\times10^{-7} & 9.30\times10^{-7} & 0.1959 & 0.9998 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.399 \\ 1.599 \\ 7.12\times10^{-6} \\ 3.7\times10^{-7} \end{bmatrix} \cdot V_R[k]$$

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix}$$

Se analiza la observabilidad respecto de las dos salidas:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.3452 & -0.2552 & 44.7485 & -0.0332 \\ 1.2410 & 0.3011 & -182.7847 & 0.2154 \\ -0.1971 & -0.1646 & 106.7695 & -0.1891 \\ 0.8003 & -0.2275 & -181.968 & 0.6043 \\ -0.2713 & 0.0016 & 127.8345 & -0.4314 \\ -0.2713 & -0.2742 & -104.1753 & 0.8924 \end{bmatrix} \qquad Rg[V] = 4$$

El modelo es observable se puede diseñar el estimador.

PROBLEMA 8_

Salida Ficticia

$$y^*(k) = f_1 \cdot y_1(k) + f_2 \cdot y_2(k) + \ldots + f_q \cdot y_q(k) = F \cdot y(k)$$

Los elementos del vector F se eligen arbitrariamente con la condición que mantengan la observabilidad.

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

El vector de salida para el modelo de una salida resulta:

$$C_f = F \cdot C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz observabilidad del modelo ficticio queda:

$$V_f = \begin{bmatrix} C_f \\ C_f A \\ \ldots \\ C_f A^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1.5863 & 0.0459 & -138.0362 & 0.1822 \\ 0.6032 & -0.3921 & -75.1985 & 0.4152 \\ -0.2791 & -0.2726 & 23.6592 & 0.4610 \end{bmatrix}$$

$$\det\left[V_f\right] = 0.6224$$

PROBLEMA 8_

Estimador de Estado

Se diseña el estimador para el modelo totalmente observable con salida ficticia:

$$\hat{x}(k+1) = \left(A - H_f C_f\right) \hat{x}(k) + B\,u(k) + H_f\,y^*(k)$$

Para calcular el vector H_f se utiliza el modelo canónico observable .
El polinomio característico del modelo es:

$$\det\left[zI - A\right] = z^4 - 2.645z^3 + 2.712z^2 - 1.488z + 0.4214$$

Las matrices del modelo canónico observable son:

$$A_{co} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -0.4214 \\ 1 & 0 & 0 & 1.488 \\ 0 & 1 & 0 & -2.712 \\ 0 & 0 & 1 & 2.645 \end{bmatrix} \qquad C_{co} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 8_

Estimador de Estado

La matriz Observabilidad del modelo canónico y la matriz de transformación son:

$$V_{co} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2.6446 \\ 0 & 1 & 2.6446 & 4.2821 \\ 1 & 2.6446 & 4.2821 & 5.6408 \end{bmatrix}$$

$$P = V_f^{-1} V_{co} = \begin{bmatrix} 70.087 & 76.185 & 82.895 & 89.955 \\ -70.087 & -76.185 & -82.895 & -88.955 \\ 0.736 & 0.804 & 0.872 & 0.9399 \\ -34.635 & -34.484 & -34.320 & -34.142 \end{bmatrix}$$

Si se eligen los autovalores para el estimador en z=0, los vectores de realimentación H para el modelo canónoco observable y para el modelo ficticio son:

$$H_{co} = \begin{bmatrix} -0.4214 \\ 1.4884 \\ -2.7119 \\ 2.6446 \end{bmatrix} \qquad H_f = P \cdot H_{co} = \begin{bmatrix} 96.9503 \\ -94.3057 \\ 1.0069 \\ -33.9519 \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 8_

Estimador de Estado

La matriz de realimentación para el modelo MIMO es:

$$H = H_f \cdot F = \begin{bmatrix} 96.9503 & 96.9503 \\ -94.3057 & -94.3057 \\ 1.0069 & 1.0069 \\ -33.9519 & -33.9519 \end{bmatrix}$$

Finalmente el modelo del estimador es:

$$\begin{bmatrix} i_a[k+1] \\ \omega[k+1] \\ x[k+1] \\ v_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -96.6050 & -97.2055 & 44.7485 & -0.0332 \\ 95.5467 & 94.6067 & -182.7847 & 0.2154 \\ -1.0069 & -1.0069 & 0.9985 & -0.00199 \\ 33.9519 & 33.9519 & 0.1959 & 0.9998 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \\ x[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.399 \\ 1.599 \\ 7.12\times10^{-6} \\ 3.7\times10^{-7} \end{bmatrix} \cdot V_R[k] + \ldots$$

$$\ldots + \begin{bmatrix} 96.9503 & 96.9503 \\ -94.3057 & -94.3057 \\ 1.0069 & 1.0069 \\ -33.9519 & -33.9519 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a[k] \\ \omega[k] \end{bmatrix}$$