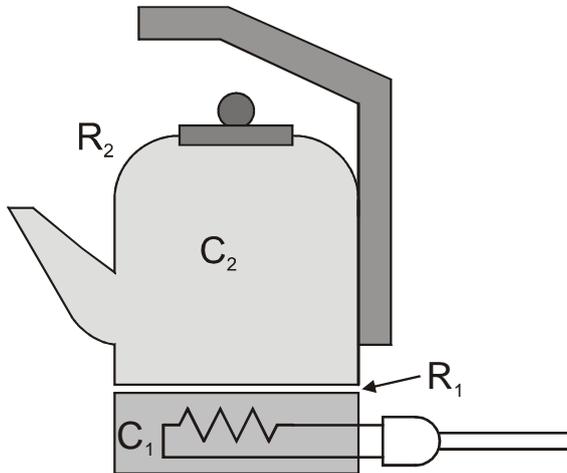


TEORÍA DE CONTROL

MODELOS DE ESTADO



2-1) La figura muestra en forma esquemática un sistema de calentamiento de líquidos conocido como pava eléctrica. Un resistor de masa despreciable calienta una placa metálica cuya capacidad térmica la suponemos concentrada en C_1 y su valor es de $400 \text{ Joule}/^\circ\text{C}$. La caída de temperatura entre el resistor y la placa es prácticamente despreciable por lo que se podría suponer sin cometer demasiado error que la toda la potencia se disipa en la placa.



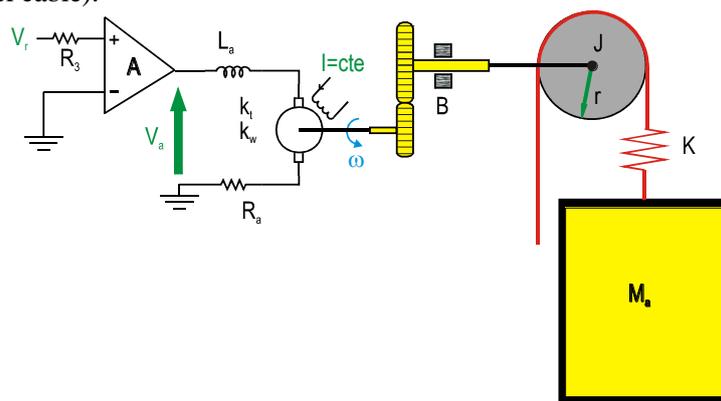
La placa se encuentra en contacto con el elemento líquido, en esta interfase se produce una caída de temperatura que se puede concentrar en una resistencia térmica de valor $0.83333 \text{ }^\circ\text{C}/\text{Watt}$. El volumen del líquido es de aproximadamente de 1 litro lo que origina que este elemento posea una capacidad térmica de $4000 \text{ Joule}/^\circ\text{C}$.

La resistencia de pérdidas al medio exterior se supone concentrada en R_2 de valor $0.3125 \text{ }^\circ\text{C}/\text{Watt}$ y también se supone que la temperatura exterior se mantiene constante durante el tiempo que dura el experimento en un valor de $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Dibuje un equivalente eléctrico del sistema.
- Halle un modelo de estado para el sistema considerando como salidas a la temperatura de la placa y a la temperatura del líquido.
- Suponga que a este sistema se le aplica un pulso de potencia constante de ancho 15 minutos (900 seg.) y de amplitud 500 Watt. Halle para esta entrada cual es la máxima temperatura a la que llega el líquido una vez que es quitada la potencia.

2-2) Considere el sistema del ejercicio 1-9).

Se desea encontrar un modelo de estado que lo represente con salidas : ω (velocidad del motor), V_m (Velocidad de la cabina) y X (estiramiento del cable).



Determine la controlabilidad y observabilidad del sistema.

2-3) Consideremos el caso del equilibrio ecológico en la convivencia de conejos y lobos.

Si los conejos permanecen en una región sin ser molestados su número se reduciría indefinidamente en el caso de no contar con alimentos. Por lo tanto la ecuación diferencial que describe esta situación es: $\dot{x}_1 = -k x_1$

Consideremos al alimento de los conejos como la entrada del sistema de tal forma la colonia de estos aumentaría conforme aumenta la cantidad de alimento según la siguiente ecuación: $\dot{x}_1 = -k x_1 + m u$

Si hubiese lobos presentes existiría una disminución en el número de conejos debido a aquellos por lo que la ecuación final resulta: $\dot{x}_1 = -k x_1 - a x_2 + m u$

A su vez los lobos requieren de la existencia de conejos para sobrevivir, la ecuación que describe el crecimiento de los lobos es la siguiente: $\dot{x}_2 = -h x_2 + b x_1$

Considere al sistema con las siguientes constantes: $h = 3$, $k = 1$, $a = 1$, $b = 1$, $m = 2$.

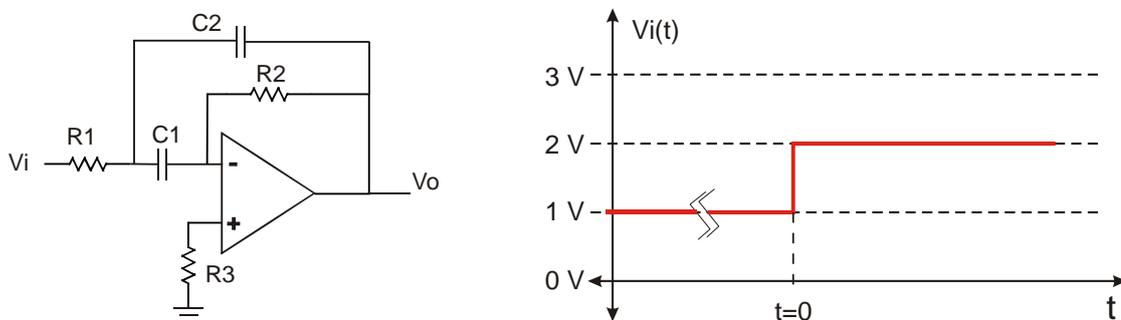
Para las condiciones iniciales $x_1(0) = 10$ y $x_2(0) = 40$, ¿Cuál es la tasa de crecimiento (natalidad) o decrecimiento (mortalidad) inicial correspondiente a cada una de las especies analizadas para una entrada u en forma de escalón de amplitud 10?

¿Cuál es la cantidad de conejos y lobos para las condiciones del inciso anterior luego de 2 unidades de tiempo ?.

2-4) Dado el siguiente circuito electrónico:

- Halle un modelo de estados .
- Encuentre la transferencia $V_o(s)/V_i(s)$ a partir del modelo de estados encontrado.
- Encuentre y grafique la tensión de salida $V_o(t)$ cuando V_i cambia de 1 volt a 2 volt en forma de escalón.

Datos: $R_1 = 8000\Omega$ $R_2 = 5000\Omega$ $C_1 = 100 \mu F$ $C_2 = 50 \mu F$

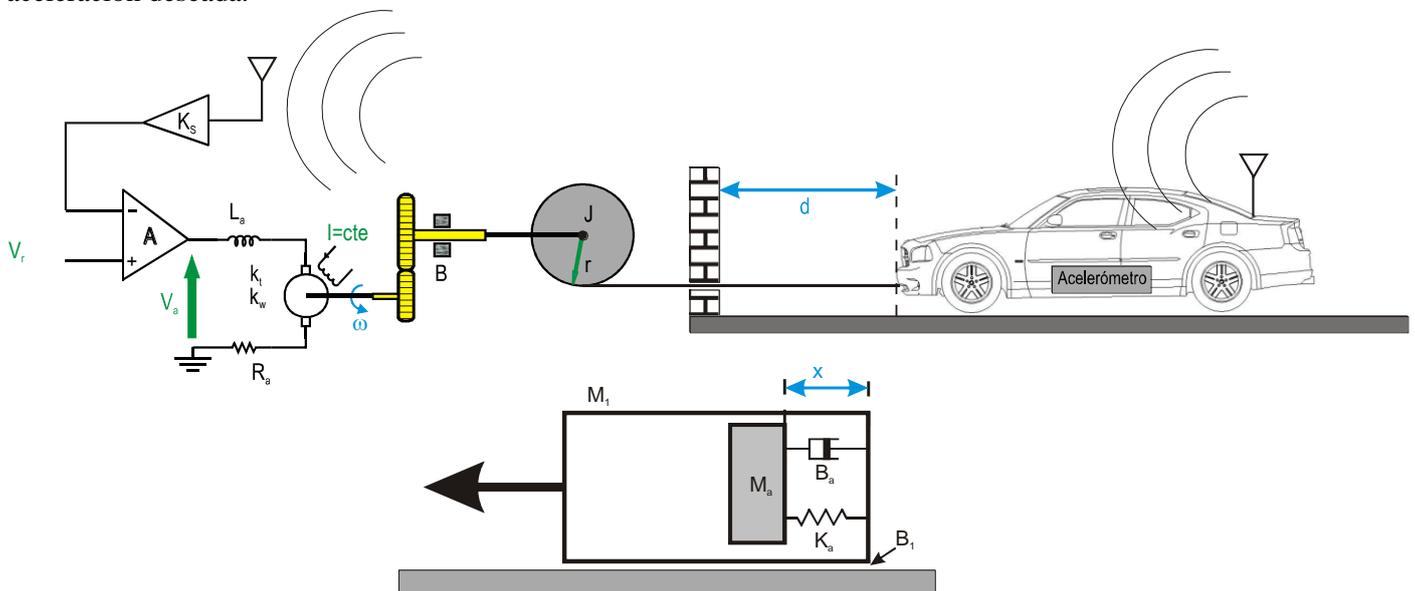


2-5) En la industria automotriz un aspecto importante a tener en cuenta es la seguridad. Con el fin de evaluar esta condición, se realizan una serie de ensayos sobre los vehículos, uno de los ensayos es el de impacto en el cual se hace colisionar al vehículo a una determinada velocidad contra un cuerpo fijo.

En la figura se muestra en forma esquemática el banco de pruebas para este ensayo. El mismo cuenta con sistema de tracción basado en un motor de CC. Este sistema acelera al vehículo para lograr la velocidad deseada.

Como la distancia "d" es acotada se debe arrastrar al móvil con una aceleración tal que permita, en ese espacio, lograr la velocidad requerida.

Sobre el vehículo se coloca un acelerómetro que posibilita medir la aceleración a la que está sometido. La señal proveniente de este sensor es transmitida al sistema de tracción y comparada con la referencia para lograr la aceleración deseada.



Un esquema simplificado del vehículo de masa M_1 y rozamiento B_1 , y del acelerómetro es mostrado en la parte inferior de la figura.

El acelerómetro es representado por su modelo mecánico (M_a , B_a y K_a) y la señal que entrega es proporcional a la distancia "X" entre las masas. Esta señal se recibe en el sistema de tracción con una ganancia K_s [V/m] veces el valor de "X".

Se desea para el sistema descrito:

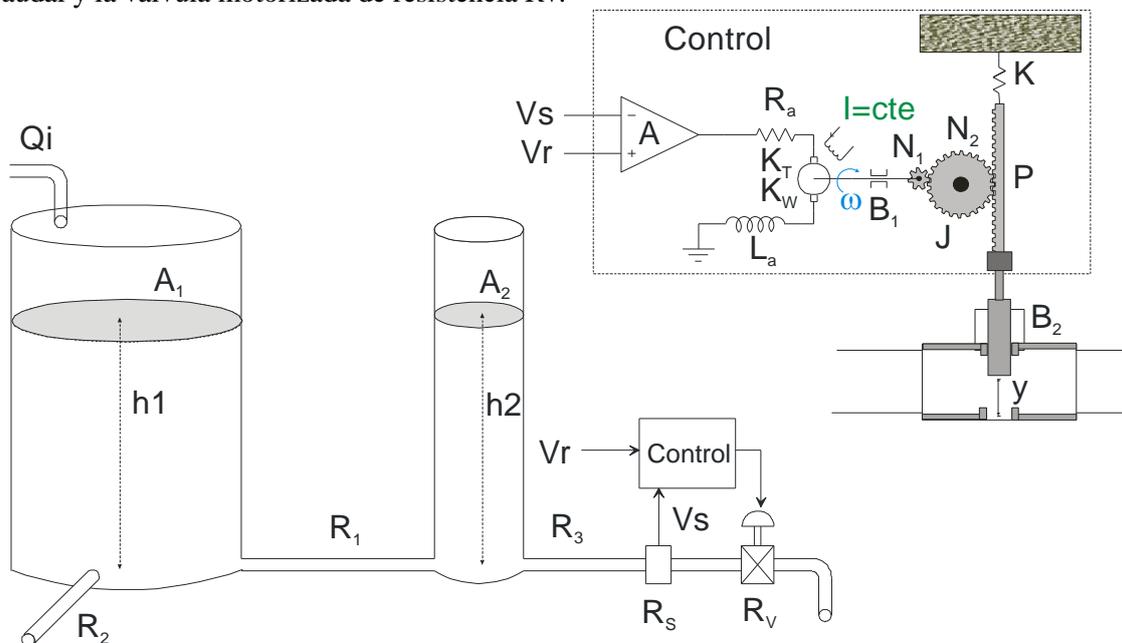
- Dibujar un diagrama en bloques que lo represente.
- Hallar un modelo de estado lineal para el mismo con entrada V_r y salidas V_1 (velocidad del vehículo) y A_1 (aceleración del vehículo).
- Determinar si el sistema es observable desde la salida A_1 .
- Determinar si la variable "X" es representativa de la aceleración del móvil y bajo qué circunstancias.

2-6) La figura muestra en forma esquemática un control utilizado como relacionador de caudales en reacciones químicas.

El líquido cuyo caudal se desea controlar se encuentra almacenado en dos tanques con áreas A_1 y A_2 respectivamente alimentados por un caudal Q_i , e interconectadas a través de un conducto.

Desde el tanque de área A_1 se deriva una tubería de resistencia hidráulica R_1 por donde circula el caudal hacia el otro tanque y una tubería destinada a otro proceso cuyo caudal está determinando por la resistencia R_2 .

Desde el tanque de área A_2 se deriva la tubería a la que se le desea controlar el caudal sobre la cual se encuentra el sensor de caudal y la válvula motorizada de resistencia R_v .



El control del caudal se realiza de la siguiente manera:

- El sensor entrega una tensión proporcional al caudal por la tubería, es decir que $V_s = K_s \cdot Q_s$.
- Esta tensión es comparada con una referencia (V_r) y es convenientemente amplificada para alimentar un motor de corriente continua que es el encargado de posicionar la válvula.
- El posicionamiento del vástago de la válvula se realiza mediante una reducción, fija respecto de la referencia mecánica, compuesta por una reducción a engranaje (con relación N_1, N_2) y una cremallera de paso P , móvil respecto del engranaje de la reducción.
- La carga mecánica del movimiento de rotación está concentrada en los elementos B_1 y J ; y la del movimiento lineal de la válvula y el tornillo, son B_2 y K .
- La válvula ofrece una resistencia dinámica a la circulación del fluido que sigue la siguiente ley en función de

la posición del vástago: $R_v = \frac{R_{0v}}{\sqrt{y}}$ que finalmente se encarga de regular el caudal por la tubería.

Nota: considere que las resistencias R_3 y R_s son pequeñas comparadas con R_v .

Para el sistema descrito se pide encontrar un modelo de estado lineal en el entorno del punto de equilibrio determinado por los siguientes valores:

$V_r = 0.5 \text{ Volt}$; $Q_i = 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $y = 0.01 \text{ m}$.

Datos: Amplificador : $A = 10$.

Motor: $R_a = 10[\Omega]$; $L_a = 0.1[\text{Hy}]$; $K_T = 0.25 [\text{Nw m/Amp}]$; $K_W = 0.2 [\text{V seg/rad}]$.

Carga mecánica: $J = 2 \cdot 10^{-3} [\text{Nw m seg}^2 / \text{rad}]$; $B_1 = 10^{-3} [\text{Nw m seg / rad}]$; $K = 5000[\text{Nw/m}]$; $B_2 = 5 [\text{Nw seg / m}]$.

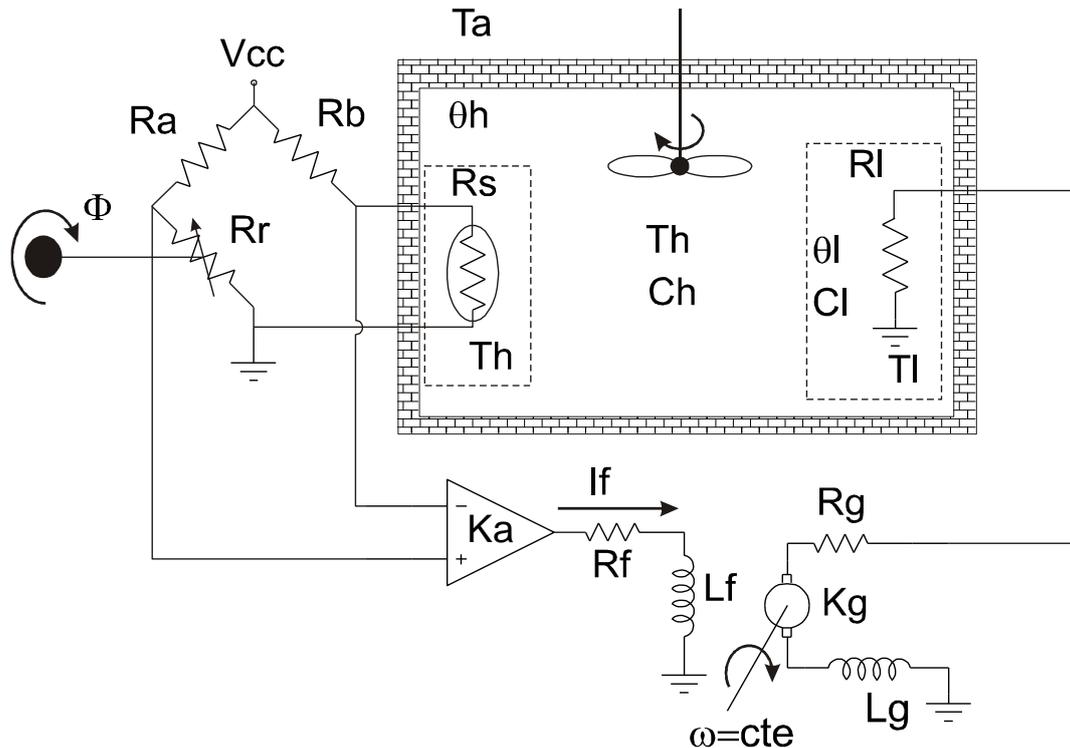
Reducción: $N_1/N_2 = 1/20$; $P = 1 \cdot 10^{-2} [\text{m/rad}]$.

Tanques: $A_1 = 12 [\text{m}^2]$; $A_2 = 1.2 [\text{m}^2]$; $R_1 = 1000 [\text{seg / m}^2]$; $R_2 = 2500 [\text{seg / m}^2]$.

Válvula : $R_{0V} = 600 [\text{seg / m}^2]$.

Sensor : $K_s = 563 [\text{V seg / m}^3]$.

2-7) El sistema de la figura representa el control de temperatura de un pequeño recinto.



La resistencia R_l disipa la potencia en el interior del recinto, gobernada por un generador de corriente continua cuya tensión de salida es $E_g = K_g I_f$. La señal de control es generada por un amplificador diferencial de ganancia K , cuya tensión de entrada se produce del desbalance de un circuito puente. Este incluye en una de sus ramas una resistencia de platino (PT100) que actúa como sensor de temperatura con una ley del tipo:

$$R_s = R_o (1 + \alpha T) \text{ con } R_o = 100 \\ \alpha = 3.9 \cdot 10^{-3} \\ T = (\text{temperatura sensada}) \text{ } ^\circ\text{C}$$

La constante de tiempo del sensor se considera despreciable.

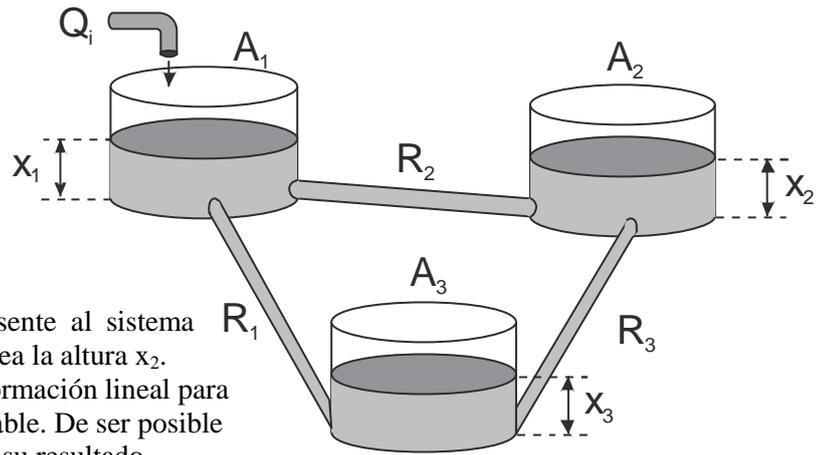
La resistencia variable R_r sirve para ajustar la temperatura deseada en el interior del recinto. El valor de R_r varía linealmente con el ángulo de movimiento del cursor (ϕ) de modo que: $R_r = \phi K_r$.

- Halle un modelo de estado del sistema con entrada ϕ y T_a , y salida T_h .
- Determine para el mismo las condiciones de funcionamiento en régimen permanente cuando $T_h = T_a$.
- Halle un modelo de estado lineal en las proximidades del punto de equilibrio del inciso anterior. ¿Considera que el punto de equilibrio fue elegido convenientemente para la correcta utilización del horno?

Datos: $K_a = 20$; $R_a = R_b = 150 \Omega$; $K_r = 50 \Omega / \text{rad}$; $R_l = 5 \Omega$; $V_{cc} = 15 \text{ V}$; $C_l = 10 \text{ J/}^\circ\text{C}$; $Ch = 0.5 \text{ J/}^\circ\text{C}$; $\theta_l = 0.5 \text{ }^\circ\text{C/Watt}$; $\theta_h = 2 \text{ }^\circ\text{C/Watt}$; $R_f = 50 \Omega$; $L_f = 200 \text{ mH}$; $R_g = 1 \Omega$; $L_g = 0 \text{ H}$; $T_a = 20^\circ\text{C}$; $K_g = 10 \text{ V/Amp}$.

2-8) Considere el siguiente sistema hidráulico, el cual se compone de tres tanques cilíndricos interconectados y al que se le ingresa por uno de los tanques un caudal Q_i .

Las áreas transversales de los tanques son A_1 , A_2 y A_3 y los tubos de interconexión presentan sendas resistencias dinámicas R_1 , R_2 y R_3 .



- Encuentre un modelo de estado que represente al sistema cuya entrada sea el caudal Q_i , y cuya salida sea la altura x_2 .
- Determine si es posible encontrar una transformación lineal para llevar el modelo a la forma canónica controlable. De ser posible halle la matriz de transformación y verifique su resultado.
- Determine si es posible encontrar una transformación lineal para llevar el modelo a la forma canónica observable. De ser posible halle la matriz de transformación y verifique su resultado.

Considere los siguientes valores para los parámetros: $A_1 = A_2 = A_3 = 1 \text{ [m}^2\text{]}$

$$R_1 = 2 \text{ [s/m]} ; R_2 = R_3 = 1 \text{ [s/m]} .$$
