Electrotecnia

Prof. Ing. G. Belliski

- GENERADOR DE CORRIENTE ALTERNA
- VALORES TÍPICOS
- REPRESENTACIÓN TEMPORAL Y FASORIAL
- RESISTENCIAS Y REACTANCIAS
- CIRCUITOS DE ALTERNA

MICHAEL FARADAY

CHARLES PROTEUS STEINMETZ

Michael Faraday

Michael Faraday, (Newington Butt, **22 de septiembre de 1791** - Hampton Court, **25 de agosto de 1867**), fue un físico y químico británico que estudió el electromagnetismo y la electroquímica. Sus principales descubrimientos incluyen la inducción electromagnética, el diamagnetismo y la electrólisis. A pesar de la escasa educación formal recibida, Faraday es uno de los científicos más influyentes de la historia. Mediante su estudio del campo magnético alrededor de un conductor por el que circula corriente continua, fijó las bases para el desarrollo del concepto de campo electromagnético. También estableció que el magnetismo podía afectar a los rayos de luz y que había una relación subyacente entre ambos fenómenos. Descubrió asimismo el principio de inducción electromagnética, el diamagnetismo, las leyes de la electrólisis e inventó lo que llamó dispositivos de rotación electromagnética, precursores del actual motor eléctrico. En química, descubrió el benceno, inventó un antecesor del mechero de Bunsen, el sistema de números de oxidación e introdujo términos como ánodo, cátodo, electrodo y ion.

Faraday fue un excelente experimentador aunque sus habilidades matemáticas no abarcaban más allá de la trigonometría y el álgebra básica. James Clerk Maxwell tomó el trabajo de Faraday y otros y lo resumió en un grupo de ecuaciones que representan las actuales teorías del fenómeno electromagnético. El uso de líneas de fuerza por parte de Faraday llevó a Maxwell a escribir que “Faraday ha sido en realidad un gran matemático, del cual los matemáticos del futuro derivarán valiosos y prolíficos métodos“. La unidad de capacidad eléctrica en el Sistema Internacional de Unidades (SI), el farad (F), se denomina así en su honor.

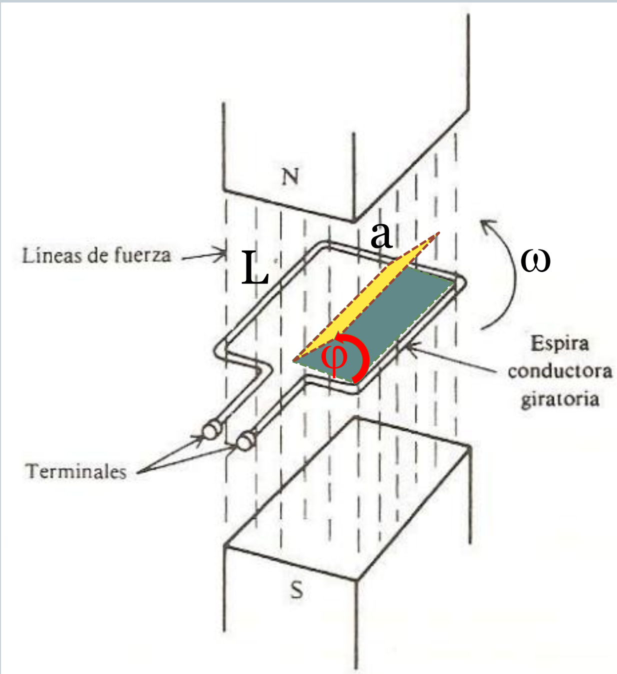
Charles Proteus Steinmetz

Charles Proteus Steinmetz (1865 - 1923). Su nacionalidad es problemática, aunque las fuentes más creíbles dicen que nació en Breslau, Silesia, Alemania, lo que actualmente conocemos como Polonia. Su verdadero nombre era Karl August Rudolf Steinmetz, hijo de un empleado ferroviario. Estudió Matemáticas e Ingeniería Eléctrica en la Universidad de Breslau, pero tuvo que huir poco antes de terminar su doctorado, perseguido policialmente por sus escritos socialistas, a Zúrich y más tarde emigró a los Estados Unidos, donde comenzó trabajando como dibujante técnico en la compañía de Rudolf Eickemeyer donde, entre diversos desarrollos, definió la importancia del ciclo de histéresis para explicar el calentamiento de motores y transformadores, presentado sus resultados en una reunión científica de la AIEE en 1892, lo que le dio un gran reconocimiento en la profesión.

Sus trabajos más reconocidos se basan en el análisis de los circuitos corriente alterna donde preconizó el uso de números complejos, también estudió el ciclo de histéresis de los materiales ferromagnéticos, y desarrolló un pararrayos que puede ser conectado directamente a las líneas de transmisión, evitando que los rayos dañen los equipos. En 1902 se hizo profesor, a tiempo parcial, de la Universidad de Schenectady ubicada en el estado de Nueva York, donde colaboró hasta su muerte. Su trabajo ayudó a imponer la distribución de energía eléctrica por medio de tensiones alternas y no continuas como se hacía en la época.

Al morir tenía más de 200 patentes en su haber, incluyendo el sistema de distribución de alterna, el medidor trifásico, el horno de inducción y el sistema fasorial de tratamiento de las magnitudes alternas.

Los generadores de CA



Faraday $\Rightarrow$ $e = \dfrac{-N.d\emptyset}{dt}$

$\emptyset = B.A \Rightarrow \emptyset = B.L.a.cos\varphi$

Donde: L=largo, a=ancho, φ=ángulo girado, B=dens. de campo mag.

Pero: $\varphi = \omega.t$

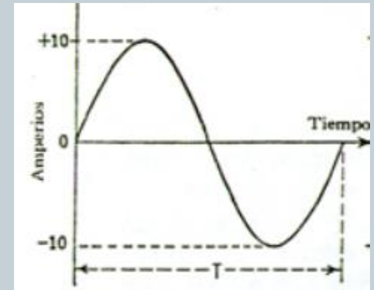
Luego: $\emptyset = B.L.a.cos(\omega t)$

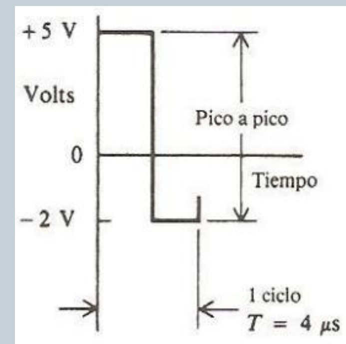
$$e = \frac{-N.d(B.L.a.cos(\omega t))}{dt}$$

$$e = -N.B.L.a.w.sen\ \omega t$$

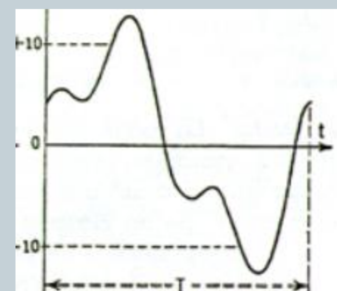
$$e = K.sen\ \omega t$$

Debido a esta forma de generar tensión, es usual denominar **Alterna** a la tensión de variación **sinusoidal**, aunque no es esta la única forma de alterna que existe. Cada forma de tensión tiene características propias que deben ser estudiadas para cada caso y que no permiten afirmaciones generales. **No son válidas para todos los casos las fórmulas de reactancias o valores medios o eficaces desarrollados para el caso sinusoidal**





(a) Onda rectangular



(b)

Definiciones útiles

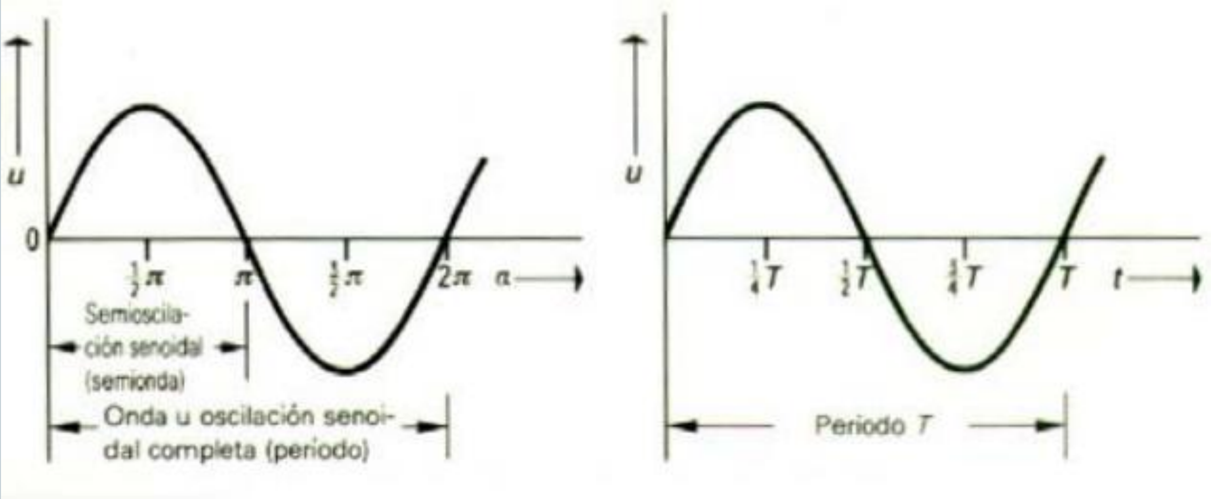
Período: Tiempo que separa la ocurrencia de valores recurrentes de la onda

Ciclo: Juego completo , positivo y negativo, de una magnitud alterna

Frecuencia: Es el número de ciclos por segundo

Velocidad angular ω: Es la velocidad de giro del movimiento asociado a la creación de la senoide (vale sólo para ella en forma pura)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



Acostumbramos escribir

$$u(t) = u = U_m . sen\ \omega t$$

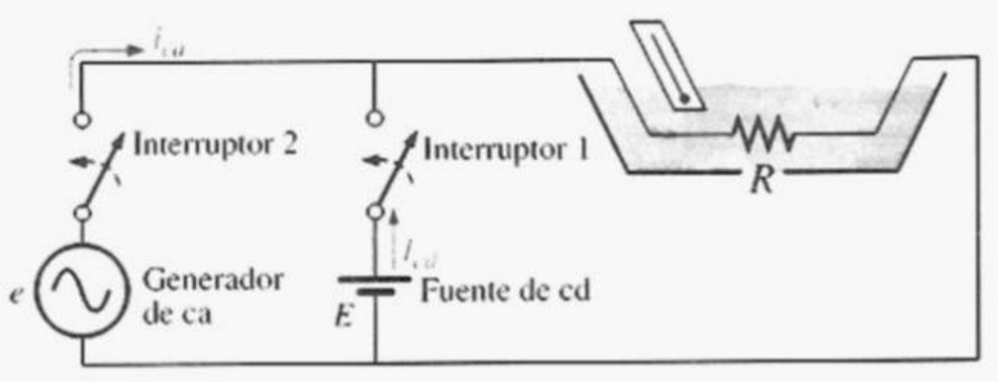
Donde u es el valor instantáneo, y Um el máximo. Análogamente:

$$i(t) = i = I_m . sen\ \omega t$$

Valores medio y Eficaz de una Onda Sinusoidal

$$Vmedio = \frac{1}{T}\int_0^T V_M\, sen(\omega t + \varphi)d\omega t = 0$$

$$Vmedio\ de\ un\ ciclo = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi V_M\, sen(\omega t)d\omega t = \frac{V_M.\cos\omega t}{\pi}\Big]_0^\pi = \frac{2V_M}{\pi}$$



¿A cuánto equivale en potencia continua la potencia entregada por la fuente de alterna?

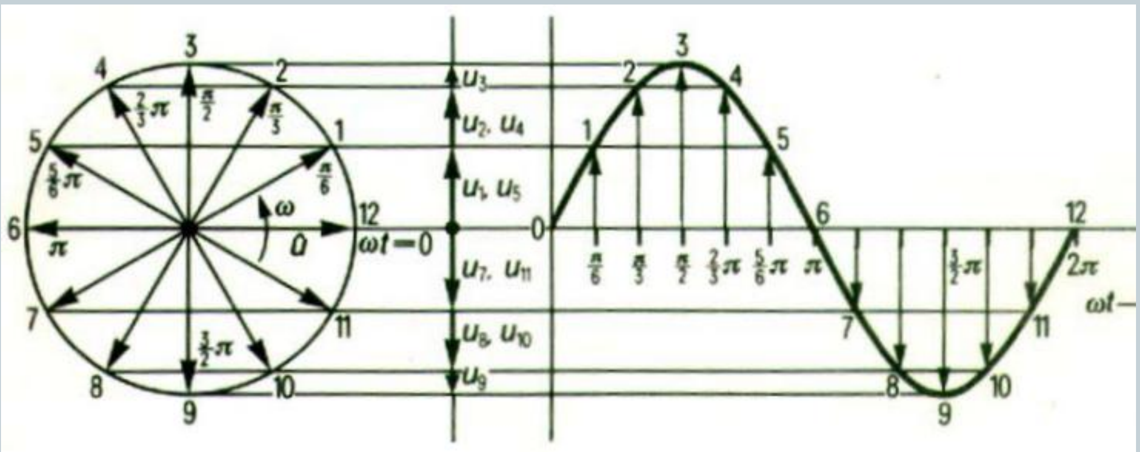
$$P_{ca} = i_{ca}^2.R = (I_M sen\ \omega t)^2.R$$

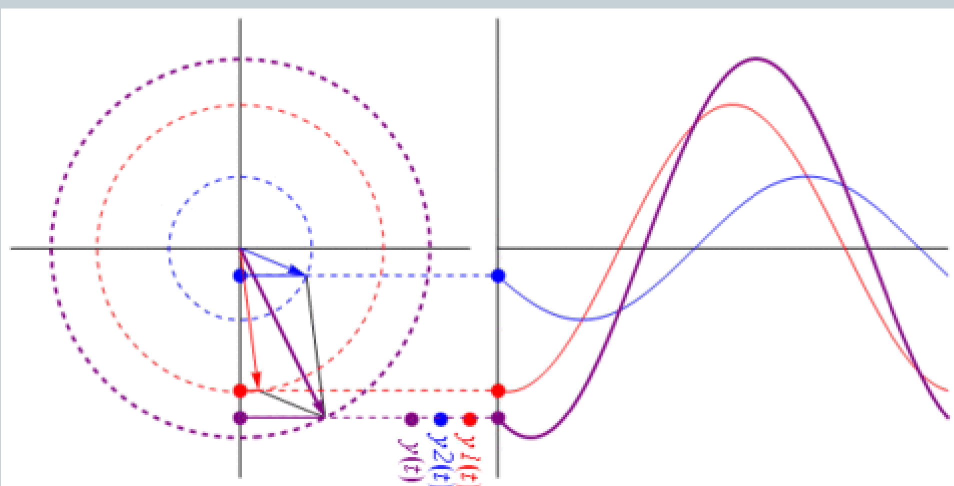
$$P_{ca} = {I_M}^2 sen^2\ \omega t\ \ .R$$

$$sen^2\ \omega t \ = \frac{1}{2}(1 - cos2\omega t) \Rightarrow P_{ca} = {I_M}^2\ \frac{1}{2}(1 - cos2\omega t).R = \frac{I_M^2.R}{2} - \frac{I_M^2.R}{2}.\cos 2\omega t = \frac{I_M^2.R}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{Mca}^2.R}{2} = I_{cd}^2.R \Rightarrow I_{cd} = I_{ef} = I_{rms} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

Los fasores





Un fasor es una magnitud "cuasi-vectorial": es un vector dibujado sobre un plano giratorio de velocidad angular ω, que representa la transformada al campo de la frecuencia de una función existente en el campo del tiempo con forma senoidal (o cosenoidal, claro). Para su descripción, los elementos del fasor son: el módulo, el ángulo respecto a una referencia fija en el campo giratorio y la velocidad angular del campo giratorio en el que está inscripto

El método Fasorial

Dada una tensión en el tiempo:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Y dado que por Euler:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\,sen\,\theta$$

Podemos escribir:

$$v(t) = Re(V_m e^{j(\omega t + \varphi)})$$

$$v(t) = Re(V_m e^{j\varphi} e^{j\omega t})$$

Si llamamos:

$$V = V_m e^{j\varphi} = V_{m\,/\varphi}$$ **FASOR**

Obtenemos:

$$v(t) = Re(V.e^{j\omega t})$$

Luego, podemos establecer que:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \Leftrightarrow \mathbf{V} = V_m \angle \phi$$

(Representación en el dominio temporal) (Representación en el dominio fasorial)

<u>Nota</u>: aún si eligiéramos una ecuación de tensión representada por un seno, la ecuación de v(t) se representaría por v(t)=Im(…), pero la definición de fasor tendría igual forma y consecuencias.

Ejemplos de transformaciones fasoriales:

Representación en el dominio temporal	Representación en el dominio fasorial
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi$
$V_m \,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi - 90°$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta$
$I_m \,\mathrm{sen}(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta - 90°$

Consecuencias de la definición de fasor

Por las definiciones que hicimos antes:

$$v(t) = Re\left(V.e^{j\omega t}\right) = V_m \cos\left(\omega t + \varphi\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\omega V_m sen(\omega t + \varphi) =$$

$$= \omega V_m cos(\omega t + \varphi + 90º)$$

$$= Re\left(\omega V_m e^{\omega t + \varphi + 90º}\right)$$

$$= Re(\omega V_m e^{j\omega t} e^{j\varphi} e^{j90º})$$

$$= \omega V_m e^{j\omega t} e^{j\varphi} e^{j90º} = j\omega V e^{j\omega t}$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} \leftrightarrow j\omega V}$$

Por razonamientos análogos:

$$\boxed{\int v(t)dt \leftrightarrow \frac{V}{j\omega}}$$

Ej.: Determine i(t)

$$4i + 8\int i\,dt - 3\frac{di}{dt} = 50\cos(2t + 75°)$$

Escribo:

$$4\mathbf{I} + \frac{8\mathbf{I}}{j\omega} - 3j\omega\mathbf{I} = 50\underline{/75°}$$

$$\mathbf{I} = \frac{50\underline{/75°}}{4 - j10} = \frac{50\underline{/75°}}{10.77\underline{/-68.2°}} = 4.642\underline{/143.2°}\text{ A}$$

Luego: $i(t) = 4.642\cos(2t + 143.2°)\text{ A}$

Ej. 2: Determine v(t)

$$2\frac{dv}{dt} + 5v + 10\int v\,dt = 20\cos(5t - 30°)$$

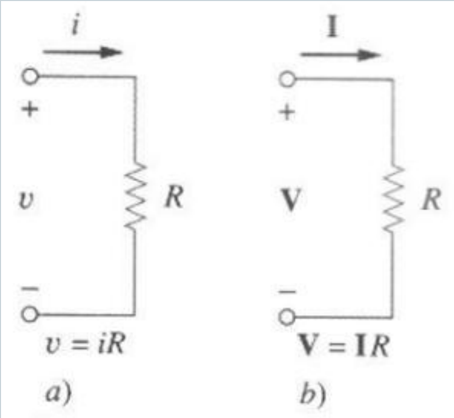
Respuesta: $v(t) = 2.12\cos(5t - 88°)$ V.

Relaciones fasoriales debidas a la definición

Para una resistencia:

$$v(t) = i(t).R = R.I_m cos(\omega t + \varphi)$$

$$V = I_{m_{/\varphi}}.R = I.R$$



Para un inductor, suponiendo una corriente:

$$i(t) = I_m cos(\omega t + \varphi)$$

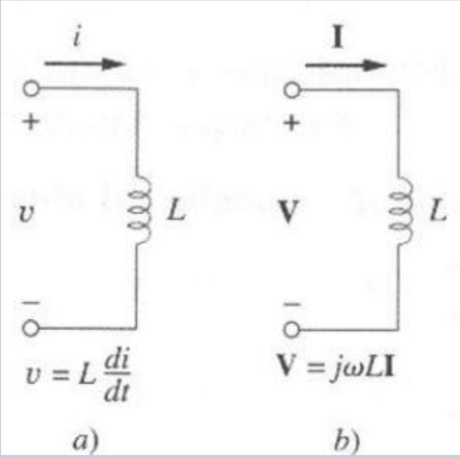
$$v(t) = L\,\frac{di(t)}{dt} = -\omega.L.I_m sen(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \omega.L.I_m cos(\omega t + \varphi + 90^{o})$$

$$v(t) = \omega.L.I_m e^{\omega t + \varphi + 90^{o}} = \omega L I_{m_{\varphi + 90^{o}}}$$

Luego → $V = j\omega L.I$

a) Dominio Temporal
b) Dominio de la frecuencia



Relaciones fasoriales debidas a la definición(II)

Para un capacitor:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Y sabemos que:

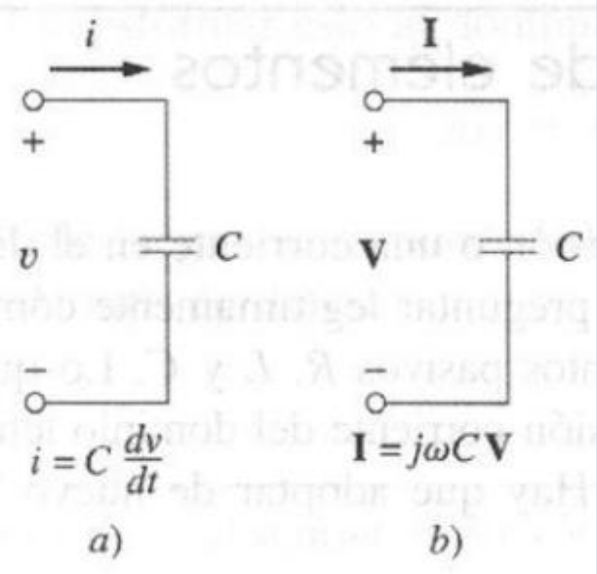
$$i(t) = C\frac{dv}{dt}$$

De donde:

$$I = j\omega C.V$$

Y por lo tanto:

$$V = \frac{1}{j\omega C}.I$$



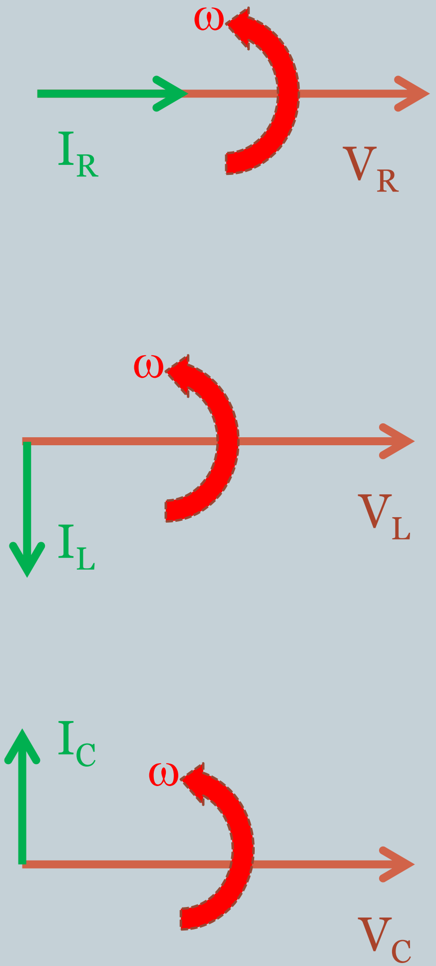
Elemento	Dominio temporal	Dominio de frecuencia
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\frac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\frac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C}$

Relaciones Tensión-Corriente: Reactancias

De las relaciones Tensión-Corriente anteriores, pueden deducirse las formas de oposición a la circulación de corriente que cada elemento presenta para una alimentación de tensión dada, o viceversa:

$$\frac{V_R}{I_R} = R; \ \frac{V_L}{I_L} = j\omega L \ ; \ \frac{V_C}{I_C} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$$

A la oposición que presentan los elementos no lineales (capacitor e inductancia) se le llama **Reactancia**, para diferenciarlas de la Resistencia, única oposición existente en continua en forma permanente. En base a las definiciones, pueden graficarse las relaciones fasoriales:



Relaciones Tensión-Corriente en circuitos compuestos

En circuitos compuestos, la distinta naturaleza de la reacción de los elementos permite definir una única forma de oposición al paso de la corriente (aunque no sea un término apropiado en este caso, conservamos por similaridad la definición de resistencia dada al principio de la materia), compuesta por la combinación de los elementos en forma apropiada, a la que llamamos **impedancia**:

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

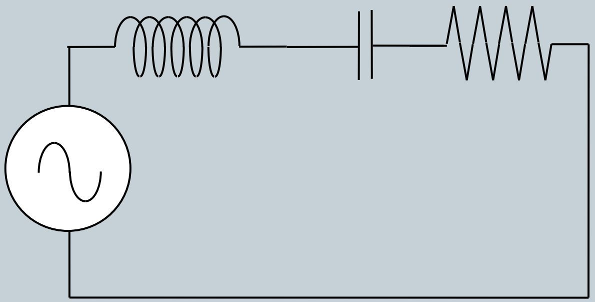
Si definimos las Reactancias Inductiva y Capacitiva, respectivamente, como:

$$X_L = \omega L \;\; y \;\; X_C = \frac{1}{\omega C}$$

La **impedancia total** queda definida como:

$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

Para un circuito serie con este formato



De la ecuación de impedancia, tomando en cuenta que es un número complejo, puede verse que:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(X_L - X_C)}{R}$$

Las leyes de Kirchoff en el dominio de la frecuencia

La ley de Kirchoff de las tensiones establece que en una malla cerrada:

$$v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 0$$

Por lo tanto, puede escribirse:

$$V_{m1} \cos(\omega t + \theta_1) + V_{m2} \cos(\omega t + \theta_2) + \cdots + V_{mn} \cos(\omega t + \theta_n) = 0$$

Luego:

$$Re(V_{m1} e^{j\omega t} e^{j\theta_1}) + Re(V_{m2} e^{j\omega t} e^{j\theta_2}) + \cdots + Re(V_{mn} e^{j\omega t} e^{j\theta_n}) = 0$$

Sacando factores comunes:

$$Re((V_{m1} e^{j\theta_1}) + (V_{m2} e^{j\theta_2}) + \cdots + (V_{mn} e^{j\theta_n}) e^{j\omega t}) = 0$$

Y si: $V_k = V_{mk} e^{j\theta_k}$

$$Re(V_1 + V_2 + \cdots + V_n) e^{j\omega t}) = 0$$

La ley de Kirchoff de las tensiones en forma fasorial queda, por tanto:

$$\boxed{V_1 + V_2 + \cdots + V_n = 0}$$

Análogamente puede trabajarse algebraicamente con la Ley de las Corrientes de Kirchoff para llegar a:

$$\boxed{I_1 + I_2 + \cdots + I_n = 0}$$

Algunas representaciones fasoriales habituales