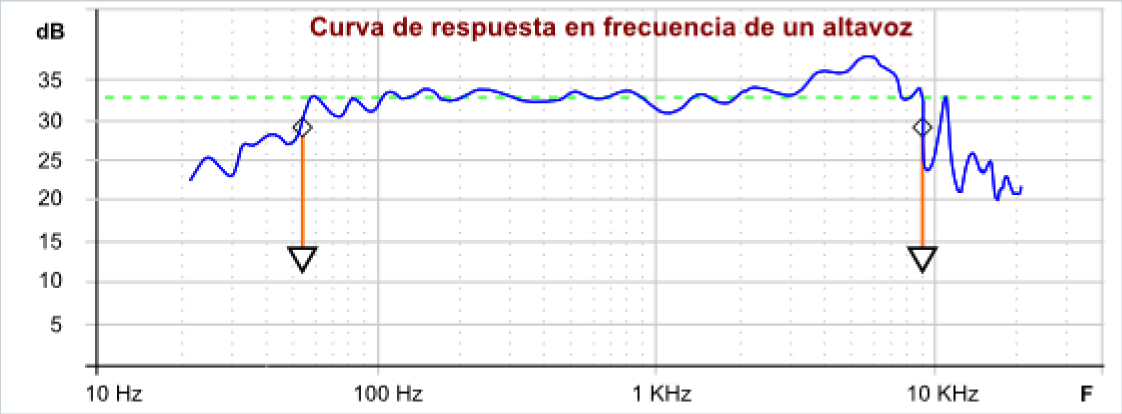
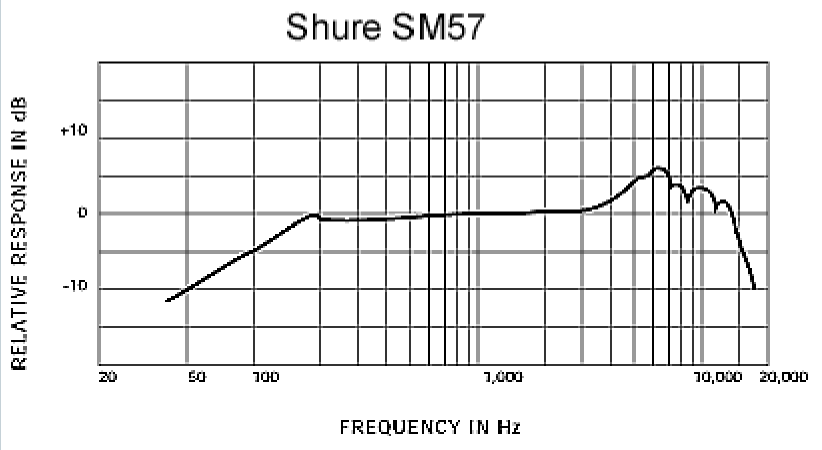
Electrotecnia

Prof. Ing. G. Belliski

- CIRCUITOS CON FRECUENCIA VARIABLE
- RESONANCIA
- RESONANCIA EN PARALELO
- RESONANCIA EN SERIE
- LUGARES GEOMÉTRICOS

Comportamiento según la frecuencia

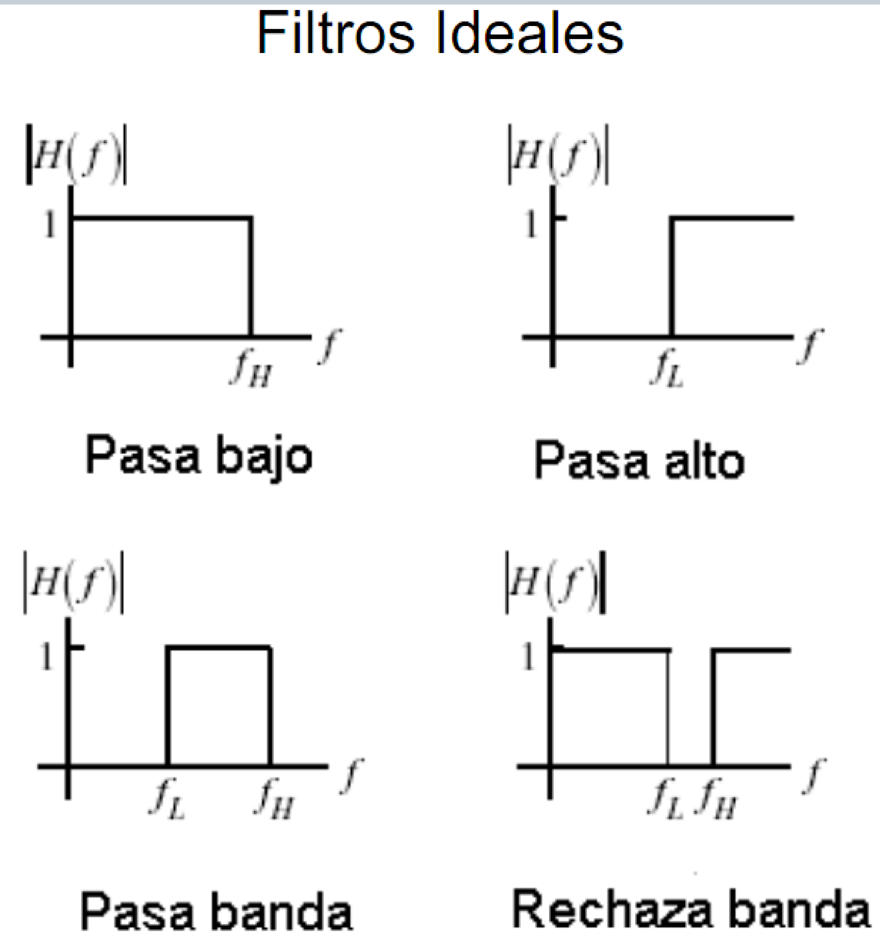




La forma en que un circuito responde al variar la frecuencia de alimentación es llamada “respuesta en frecuencia” del circuito

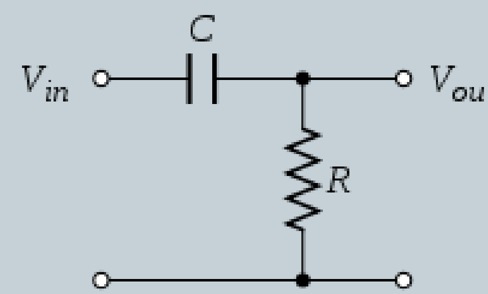
Normalmente se representa el eje horizontal en una escala logarítmica, que permite ver grandes cantidades en una pequeña porción de gráfica. Este tipo de gráfico se conoce como semilogarítmico

Filtros

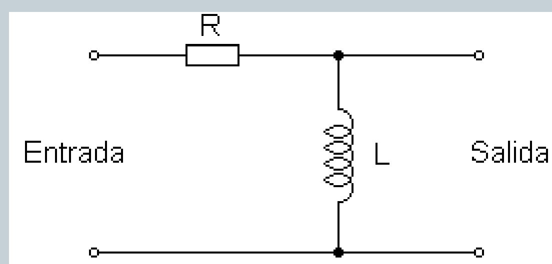


Aprovechando que la tensión baja al principio y al final del gráfico de frecuencias para los valores extremos, pueden fabricarse unos circuitos especiales que condicionen el paso de ciertas frecuencias a través de un circuito: los filtros. Por ej.:

¿Qué tipo de filtros son?

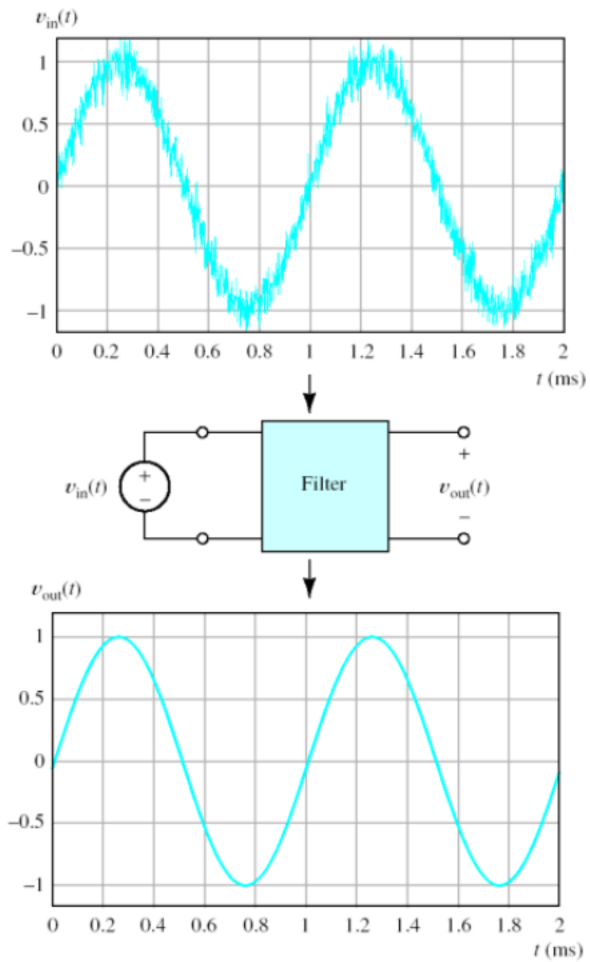


Pasa alto



Pasa Bajo

Efecto de los filtros



Señal de entrada con ruido de alta frecuencia

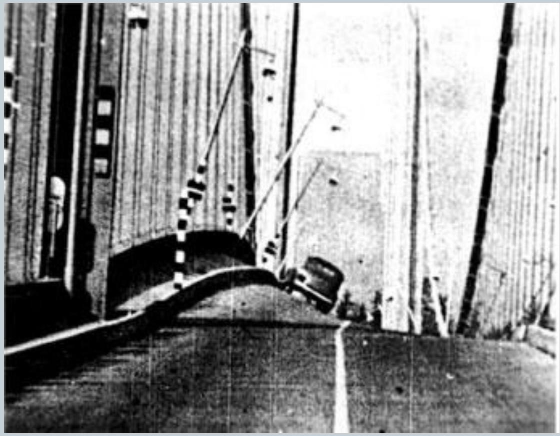
Filtro pasabajo ideal

Señal de salida, el ruido ha sido filtrado, la señal está limpia

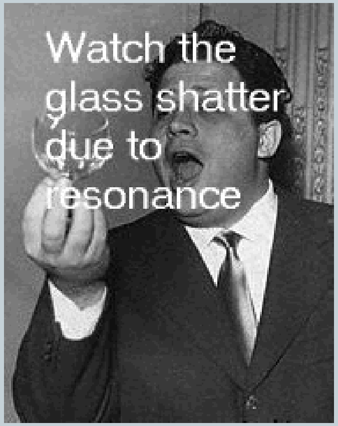
RESONANCIA

- El fenómeno de resonancia se da en muchos aspectos diferentes de la Física: existe la resonancia *acústica*, la resonancia *mecánica*, la resonancia *magnética*, la resonancia *orbital* y la resonancia *eléctrica* …
- La *resonancia* siempre hace referencia a un fenómeno de *refuerzo*, logrado a través de la *coordinación* de un efecto principal con un efecto secundario. Resulta fácil verlo en los casos, por ejemplo de la *acústica*, donde el *eco* refuerza la voz de un cantante cuando está en fase con esta; o en la *mecánica*, donde la aparición de un viento frecuente refuerza la oscilación natural de un puente

La Resonancia aplicada



El Tacoma Narrow Bridge



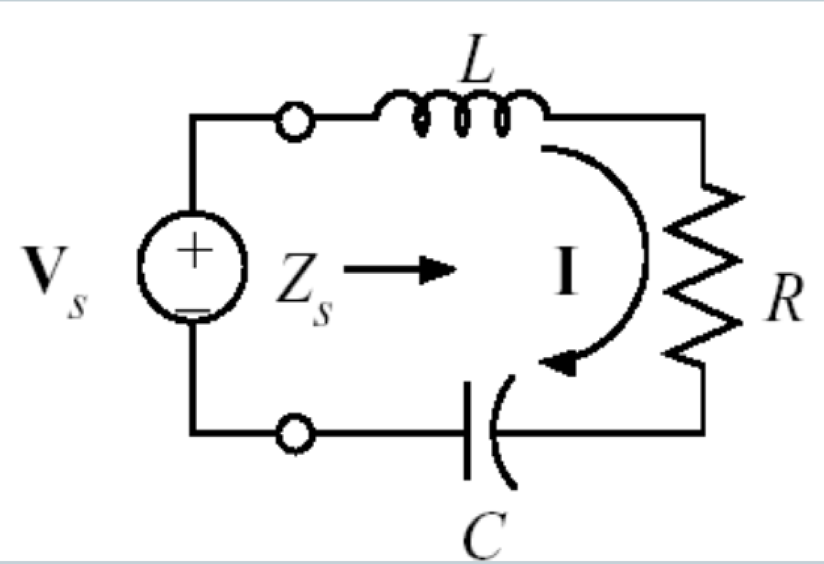
Romper Copas con la voz

?!

¿Cuál representa el efecto de la resonancia eléctrica?

Resonancia Eléctrica

¿Cómo puede lograrse la máxima corriente circulando por el siguiente circuito sin aumentar la tensión?



Impedancia:

$$Z_S(f) = R + j2\pi fL - \frac{1}{j2\pi fC}$$

$$Z_S(f) = R + j2\pi fL - \frac{j}{2\pi fC} = R + j(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})$$

$$I = \frac{V_S}{Z_S} = \frac{V_S}{R + j(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C})}$$

La corriente será máxima en el circuito cuando la expresión entre paréntesis sea nula y en ese caso, además, será puramente resistiva

Anular el efecto de las Reactancias

Lograr que el paréntesis anterior se anule implica encontrar una frecuencia a la cual se igualen las reactancias capacitiva e inductiva:

$$j2\pi fL - \frac{j}{2\pi fC} = 0$$

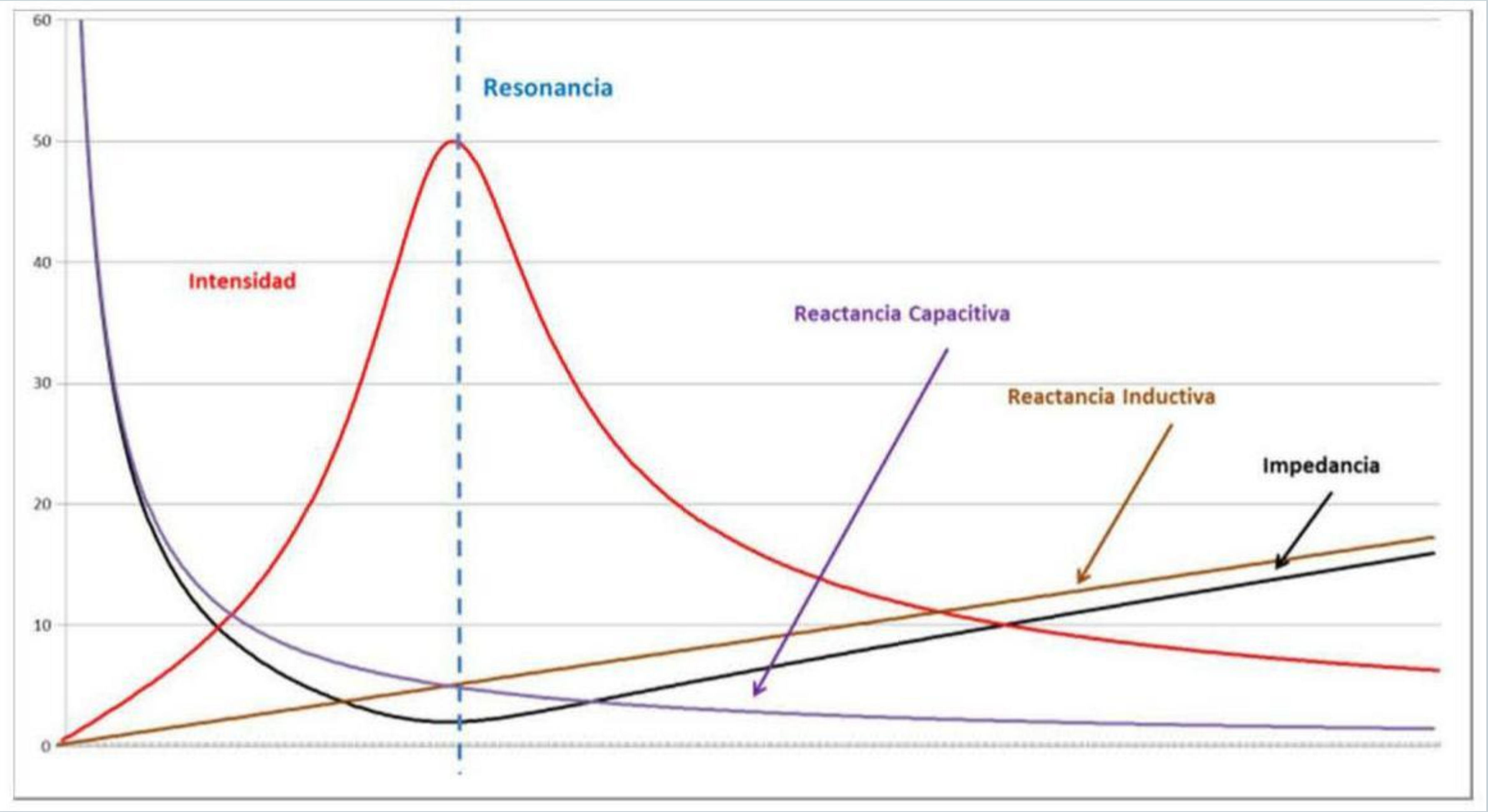
$$j2\pi fL = \frac{j}{2\pi fC}$$

$$f^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 LC}$$

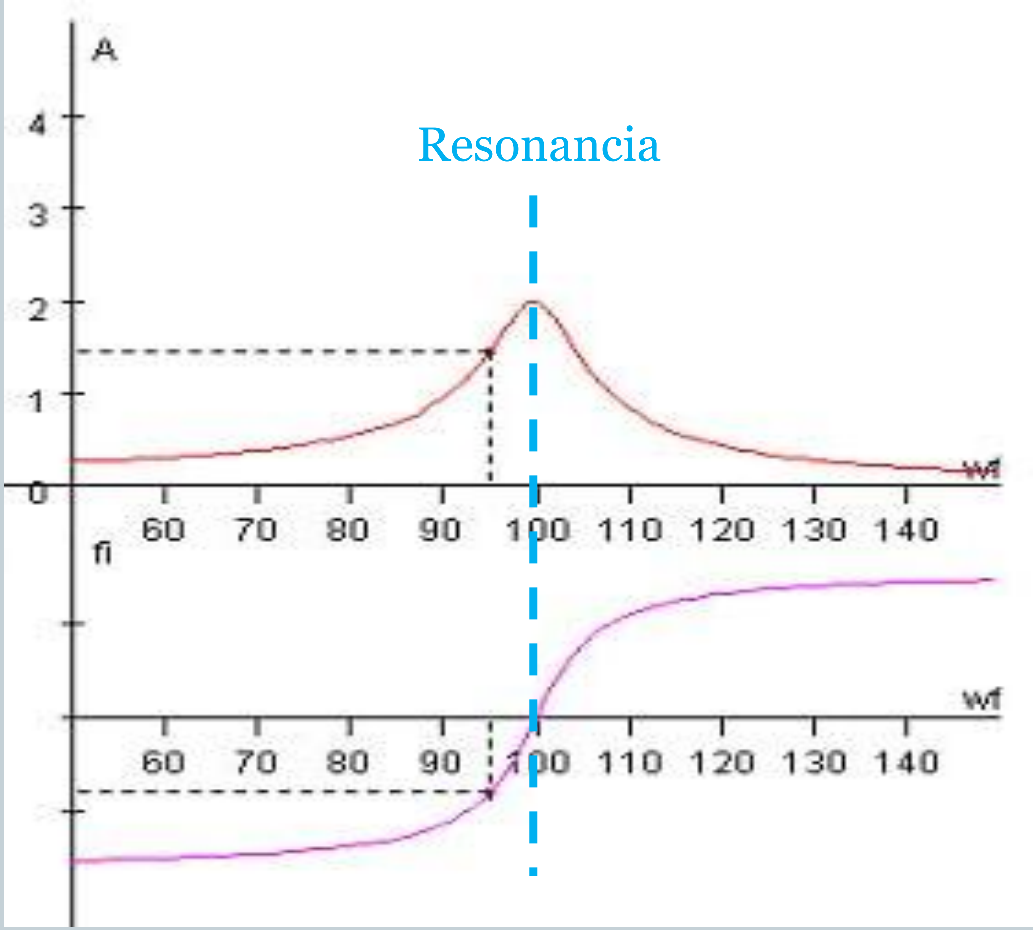
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Frecuencia de Resonancia

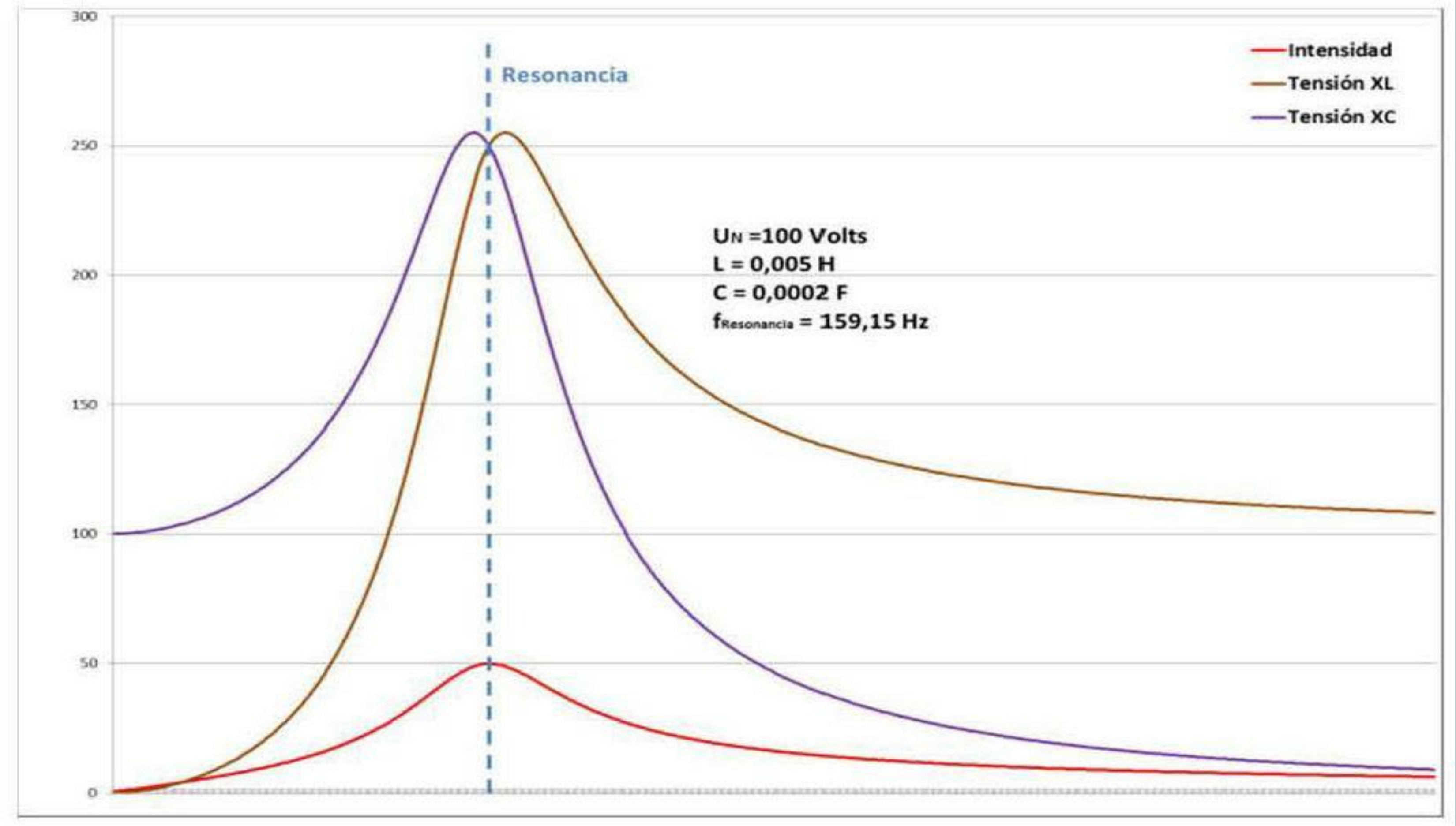
El efecto de la frecuencia



El efecto de la frecuencia



Ojo con las Tensiones!!!



Factor de calidad

Para cualquier circuito resonante, el factor de calidad, *Q*, se define como la razón entre la potencia reactiva y la potencia activa

$$Q = \frac{potencia\ reactiva}{potencia\ activa}$$

$$Q_S = \frac{I^2 X_L}{I^2\ R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

$$Para\ una\ bobina{:}\ Q_{bobina} = \frac{X_L}{R_{bobina}}$$

$$Q_S = \frac{X_L}{R} = \frac{I\ X_L}{I\ R} = \frac{V_L}{E} \Rightarrow \boxed{V_L = V_C = Q_S\ E\ (en\ resonancia)}$$

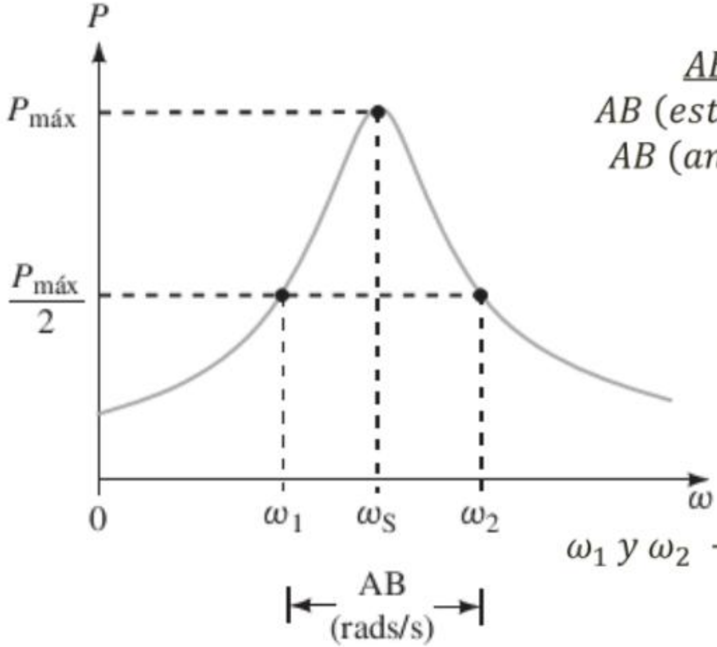
$$\boxed{Q_S \gg 1}$$

Las frecuencias características

Magnitud de ***P***(ω)

(curva de respuesta de potencia para un circuito RLC serie o curva de selectividad)

$$P = I^2R;\ en\ resonancia:\ P_{máx} = {I_{máx}}^2R = \frac{E^2}{R}$$



$\underline{AB \longrightarrow Ancho\ de\ Banda}$

$AB\ (estrecho) \Rightarrow selectividad\ alta$

$AB\ (ancha) \Rightarrow selectividad\ baja$

$$\omega_1 = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \qquad \omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}$$

$\omega_1\ y\ \omega_2 \longrightarrow frecuencias\ de\ potencia\ mitad$

Ancho de Banda

- El ancho de banda ($\Delta\omega$) es la diferencia entre las dos frecuencias de potencia mitad.

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_{Hi} - \omega_{Lo}$$

- En consecuencia, un circuito con alto factor de calidad tiene una ancho de banda pequeño.

- Para un circuito RLC serie, el factor de calidad es:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = Q_{serie} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ancho de Banda

Expresiones para AB y frecuencias de potencia mitad

$$\omega_1 = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \qquad \omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}$$

$$AB = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}\,(rad/s)$$

$$AB = \frac{R}{L} = \frac{\omega_s\,R}{\omega_s\,L} = \frac{\omega_s}{Q}\,(rad/s) \qquad pues\; Q = \frac{\omega_s L}{R}$$

Impedancia de un circuito resonante serie

La impedancia total de un circuito RLC en serie es:

$$Z_T = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)$$

La magnitud y el ángulo de fase del vector de impedancia $\boldsymbol{Z_T}$ es:

$$Z_T = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC}\right)$$

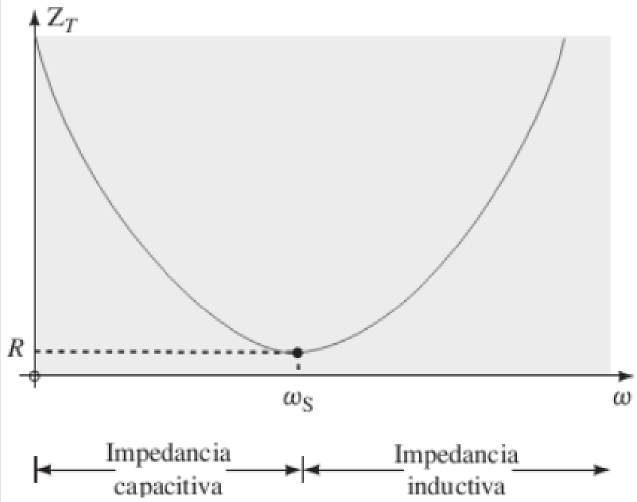
$$Si\ \omega = \omega_S \Rightarrow \begin{cases} Z_T = R \\ \theta = 0^o \end{cases}$$

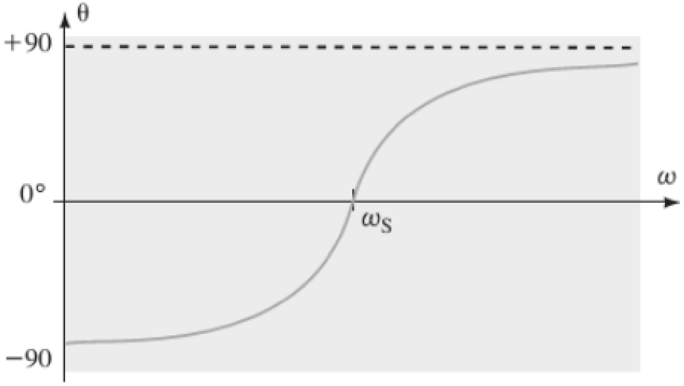
$$Si\ \omega < \omega_S \Rightarrow \begin{cases} Z_T \uparrow hasta\ \omega = 0 \\ 0^o < \theta \leq -90^o \end{cases}$$

$$Si\ \omega > \omega_S \Rightarrow \begin{cases} Z_T \uparrow \\ 0^o < \theta \leq +90^o \end{cases}$$

Impedancia de un circuito resonante serie

Magnitud y fase de $Z_T(\omega)$



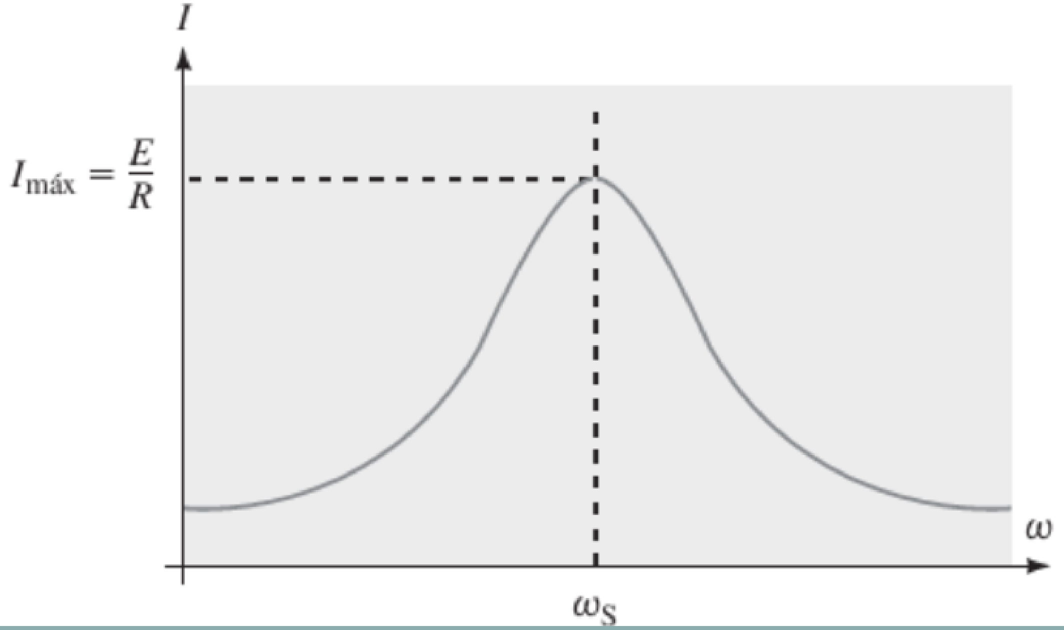


Impedancia de un circuito resonante serie

Magnitud de ***I***(ω)

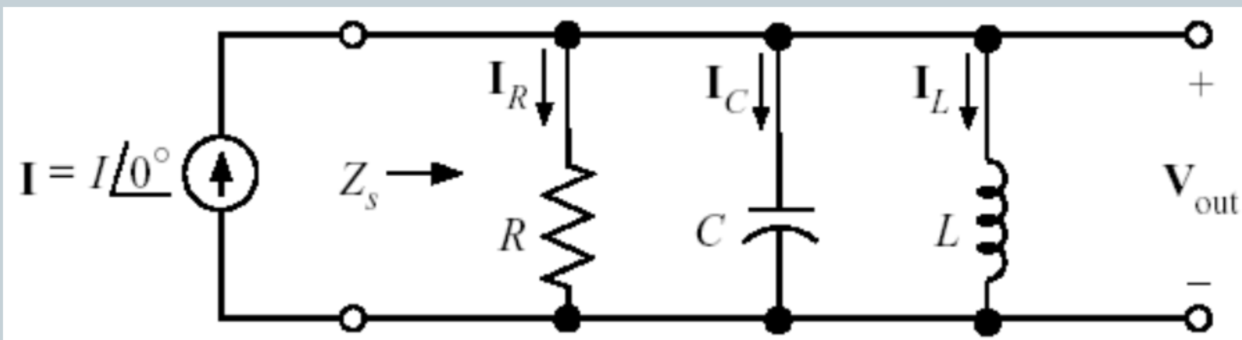
(curva de respuesta de corriente para un circuito RLC serie)

$$\text{En resonancia:} \quad I_{\text{máx}} = \frac{E}{R}$$



La resonancia en paralelo

Así como analizamos la resonancia de un circuito RLC paralelo en alterna, podemos analizar la resonancia de un circuito RLC en paralelo:



Impedancia:

$$\frac{1}{Z_p(f)} = \frac{1}{R} + j2\pi fC - \frac{j}{2\pi fL}$$

$$\frac{1}{Z_p(f)} = \frac{1}{R} + j2\pi fC - \frac{j}{2\pi fL} = \frac{1}{R} + j(2\pi fC - \frac{1}{2\pi fL})$$

Nuevamente, podemos anular la expresión entre paréntesis:

La resonancia en paralelo (segunda parte)

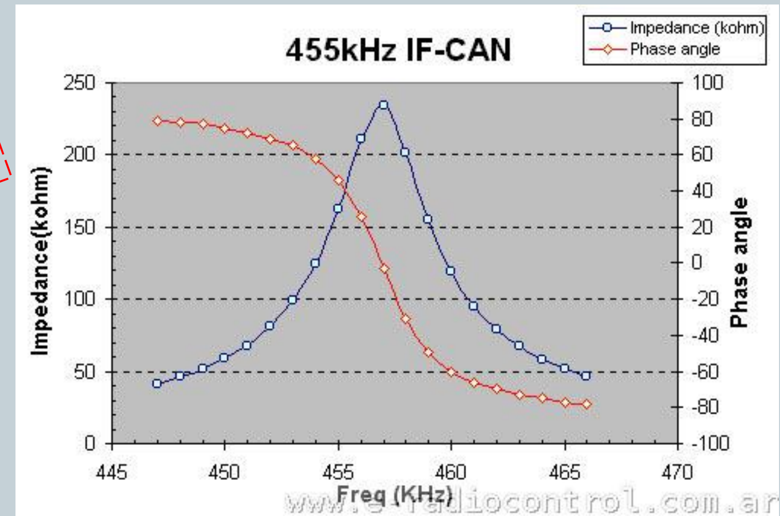
Frecuencia de Resonancia

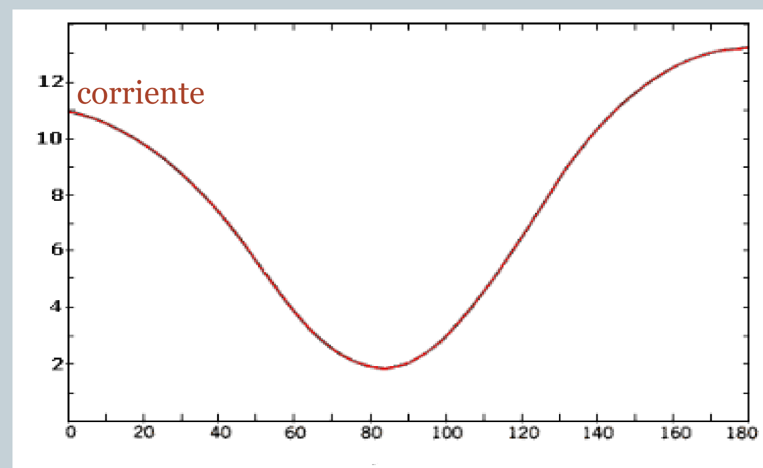
$$j2\pi fC - \frac{j}{2\pi fL} = 0 \qquad j2\pi fC = \frac{j}{2\pi fL}$$

Sí, la Resonancia es la misma!!!

$$f^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 LC} \qquad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

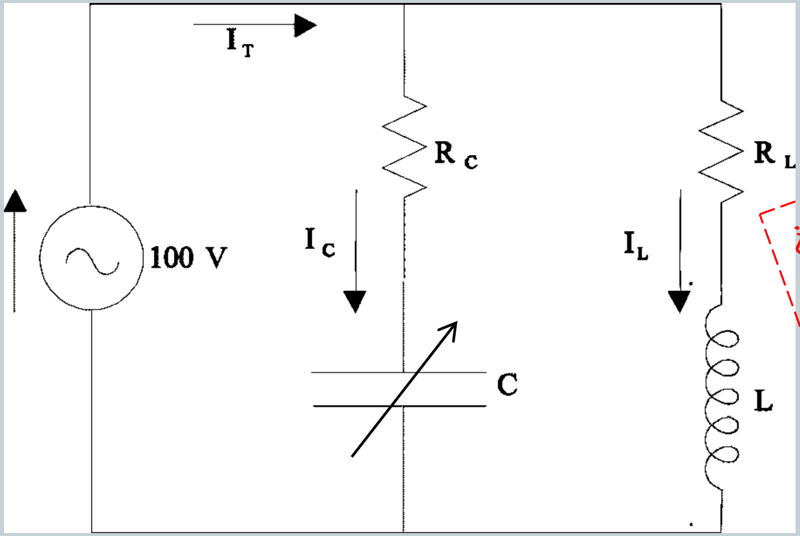
Aún cuando el cálculo de la frecuencia de resonancia es el mismo que en el caso serie, las consecuencias de entrar en resonancia son bastante diferentes en algunos casos particulares. En el caso general, ambos circuitos se comportan como si las fuentes sólo tuvieran conectadas únicamente la resistencia. Sin embargo, observemos las curvas:





Diagramas de Lugar Geométrico

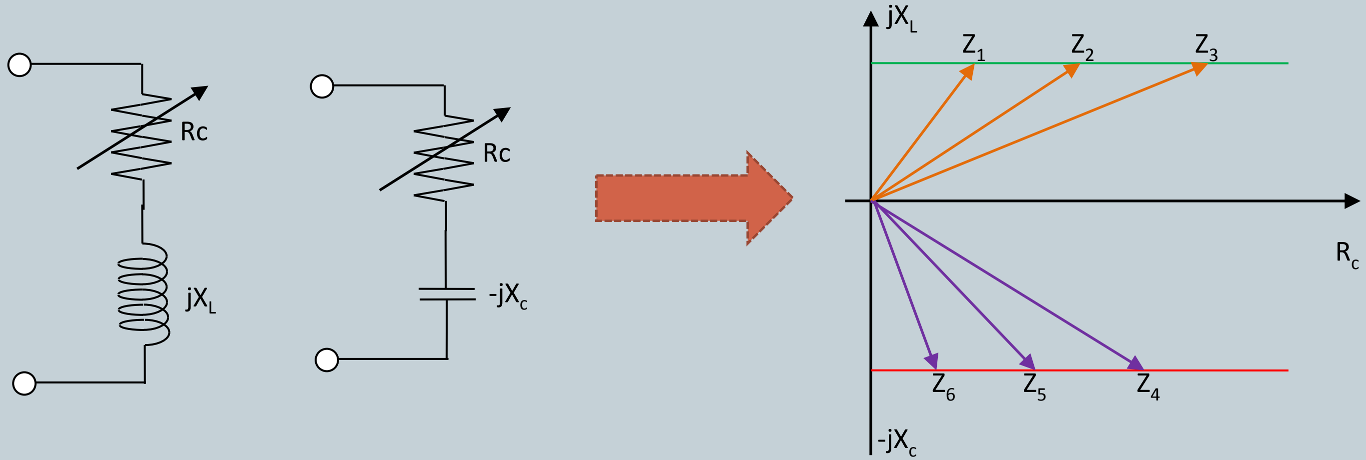
- En un circuito de varias ramas combinadas (no puramente RLC serie o paralelo), puede resultar difícil establecer si tiene o no frecuencia de resonancia y si esta frecuencia es única. Para estos circuitos más complejos puede recurrirse a una representación de fasores de corrientes y tensión/es que permitan observar si para algún valor de capacidad, inductancia o resistencia existe una frecuencia de resonancia, ninguna o más de una. A esta forma de representación fasorial se la llama **Método del Lugar Geométrico** de las corrientes y tensiones.



¿Cuál es la frecuencia de resonancia de este circuito? ¿Es única?

El principio: diagrama de impedancias

Para comenzar a analizar el método de Lugar Geométrico, veamos el diagrama de impedancias y el de sus inversas, las admitancias:



$$Z = R \pm jX \quad e \quad Y = G \mp jB$$

$$0 \leq R \leq \infty$$

$$Z = R + jX = \frac{1}{Y} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j\left(-\frac{B}{G^2 + B^2}\right)$$

$$X = -\frac{B}{G^2 + B^2} \Rightarrow G^2 + B^2 + \frac{B}{X} = 0$$

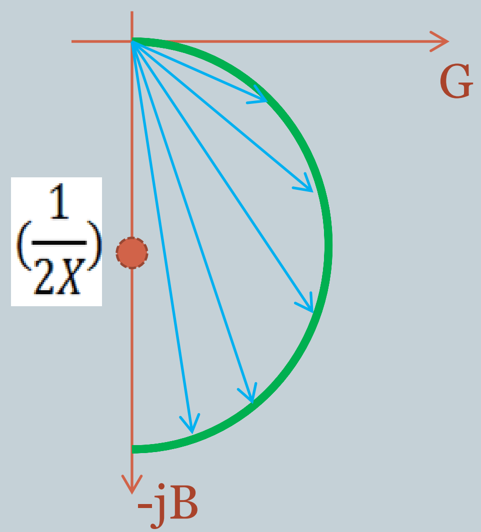
$$B^2 + \frac{B}{X} + \left(\frac{1}{2X}\right)^2 - \left(\frac{1}{2X}\right)^2 + G^2 = 0$$

$$\boxed{(B + \frac{1}{2X})^2 + G^2 = (\frac{1}{2X})^2}$$

Llegamos al LUGAR GEOMÉTRICO

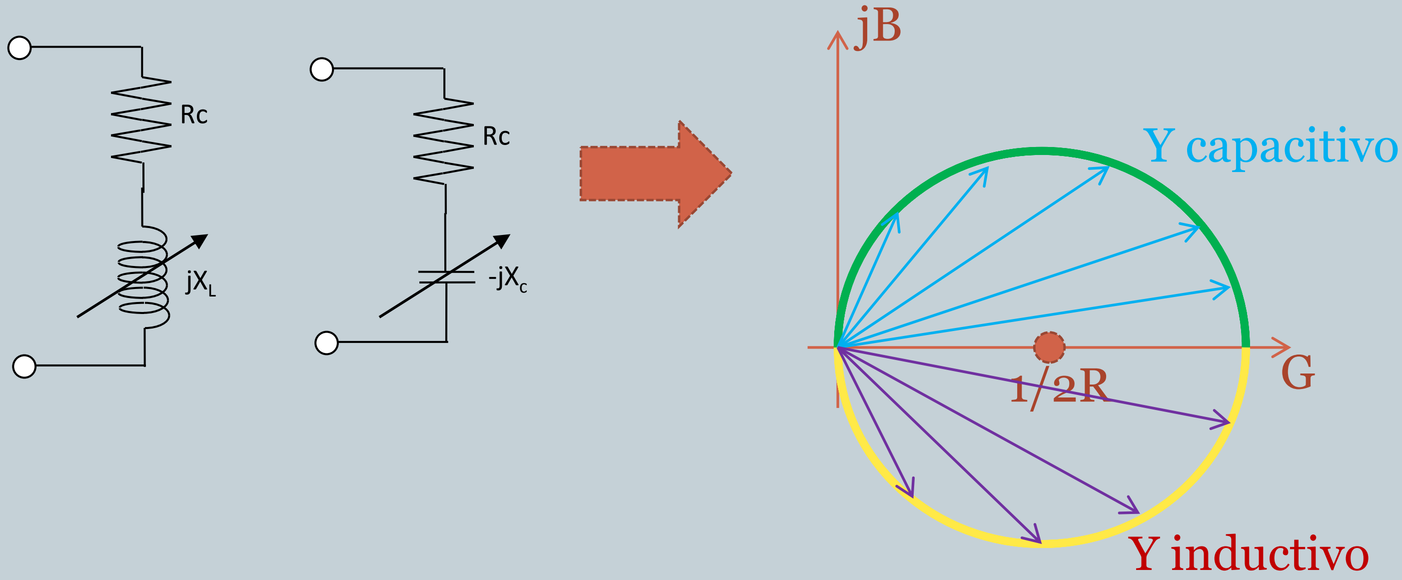
La ecuación anterior es la de una circunferencia con centro en –j1/2X y radio 1/2X en ejes G y jB; y es el **LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS ADMITANCIAS** que tienen Rc variable y X inductivo fijo en serie:

$$\boxed{(B+\frac{1}{2X})^2+G^2=(\frac{1}{2X})^2}$$



Otros LUGARES GEOMETRICOS

Análogamente, puede demostrarse que una reactancia inductiva o capacitiva variable en serie con una resistencia fija dan como resultado semicírculos como LUGAR GEOMETRICO de las admitancias, sólo que en estos casos, el centro de los mismos estará en el eje horizontal :

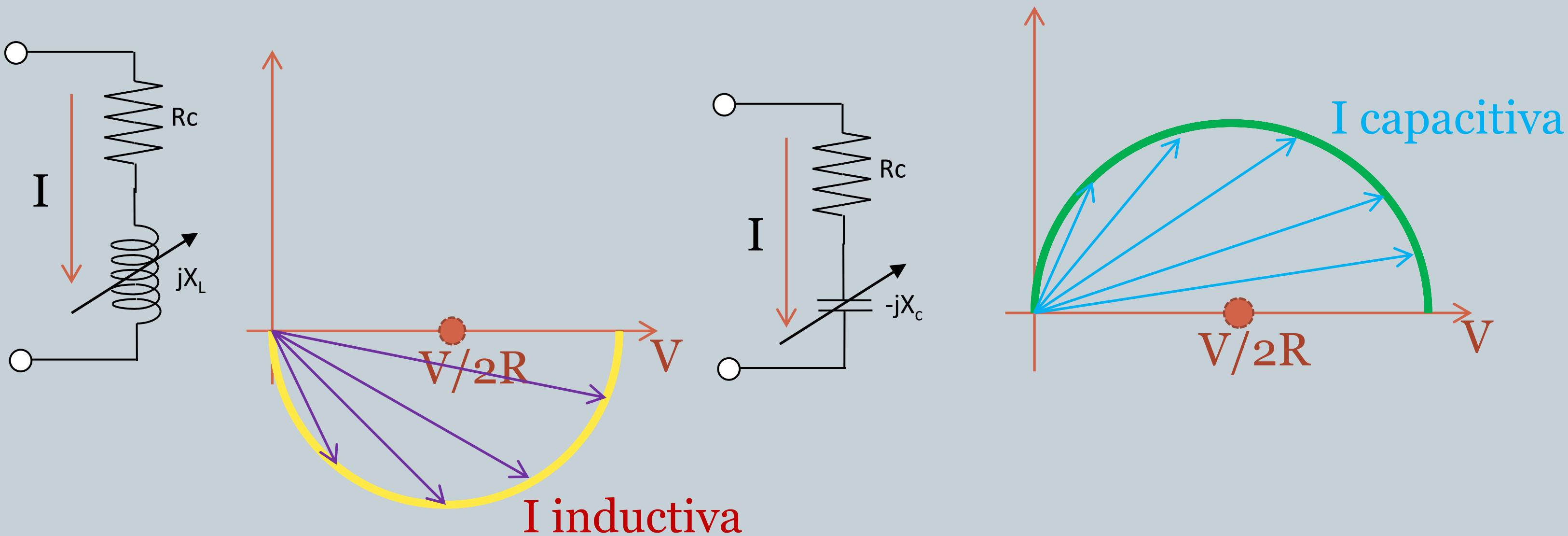


Habiendo encontrado los Lugares Geométricos de las admitancias, podemos ir al núcleo del método de Lugar Geométrico aplicado a las cuestiones de Resonancia. Para eso, debemos recordar que corriente, tensión y admitancia en una rama se relacionan por:

$$\boxed{I = V.Y}$$

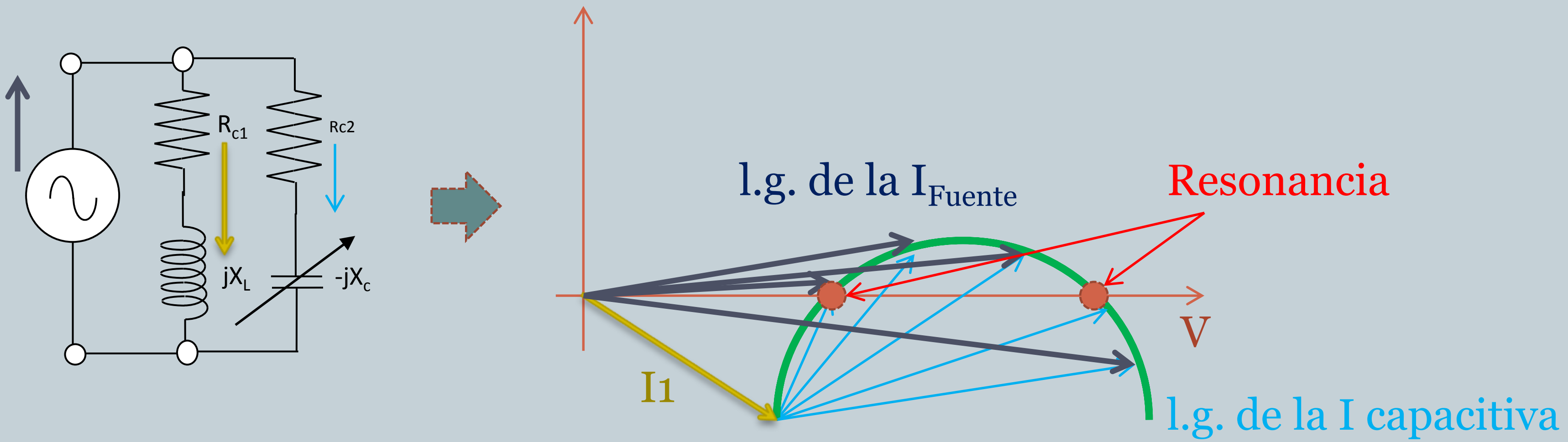
LUGAR GEOMETRICO DE CORRIENTES

Dada la relación anterior (I=V.Y), podemos decir que el lugar geométrico de la corriente es el mismo que el lugar geométrico de la admitancia multiplicado por una constante, que es la tensión. Luego, podemos dibujar el diagrama fasorial tensión-corriente de un circuito con un parámetro variable como:



RESONANCIA EN EL LUGAR GEOMETRICO

Finalmente, llegamos a la relación que queríamos establecer: ¿Cómo afectan las ramas en paralelo fijas a una rama variable que puede o no provocar una resonancia, e inclusive provocar hasta dos (y no más de dos)?



Bibliografía para repasar o ampliar

- *"Circuitos Eléctricos"* Dorf, R y Svoboda, J., 5ta. Ed. – Cap 13 (Nº invent. Biblioteca FI 9854,10790, 10791)
- "*Análisis de Redes*" Van Valkenburg, M.E. – Cap 13 (Nº invent. Biblioteca FI 2523, 2719, 4069, 4128, 9849, 11675)
- *"Circuitos de Corriente Alterna"* Kerchner, Rusell y Corcoran – Cap 5 (Nº invent. Biblioteca FI 2129, 7389, 9561)
- *"Circuitos en Ingeniería Eléctrica"* Skilling, Hugh H. – Cap.6 (Nº invent. Biblioteca FI 711, 712, 713, 3454, 3455, 4019)
- "*Circuitos Eléctricos*" M.I.T. - Cap. 4 (Nº invent. Biblioteca FI 10224, 10838,10839,10840)
- *Apuntes de Cátedra*, Bacino, G. (a consultarse en el entorno Moodle en http://e-mat.fi.mdp.edu.ar/ingreso/course/view.php?id=54)
- Sitio web de la Universidad de Buenos Aires de apuntes de electrotecnia http://users.df.uba.ar/moreno/docencia/lab3/apuntes/resonancia.pdf