UNIDAD Nº 10 : GRÁFICOS DE CONTROL

CONTROL DE CALIDAD ESTADÍSTICO

La calidad de los productos y servicios utilizados por nuestra sociedad se ha convertido en un importante factor de decisión del consumidor en muchos, o quizá en todos los negocios de hoy día. Sin que importe que el consumidor sea un individuo, una corporación, un programa de defensa militar o una tienda al menudeo, es probable que el consumidor considere la calidad tan importante como el costo o como el plazo de entrega. En consecuencia, el **mejoramiento de la calidad** se ha vuelto la principal preocupación de los consumidores.

INCREMENTO DE CALIDAD Y ESTADÍSTICA

Calidad significa **idoneidad para el uso**. Por ejemplo, se puede comprar automóviles que se espera no tengan defectos de fabricación y que brinden transporte confiable y económico; un vendedor al menudeo compra bienes terminados con la esperanza que estén embalados y arreglados de manera apropiada para almacenarlos y exhibirlos con facilidad, o un fabricante adquiere materia prima y espera procesarla con reproceso y desperdicio mínimos. En otras palabras, todos los consumidores esperan que los productos y los servicios que compran cumplan sus requerimientos, y esos requerimientos definen lo idóneo para su uso.
La calidad o idoneidad para el uso se determina a través de la interacción de la **calidad de diseño y la calidad de conformidad**. Por calidad de diseño entendemos los diferentes grados o niveles de desempeño, confiabilidad, servicio y función que son el resultado de decisiones de ingeniería y administración premeditadas. Por calidad de conformidad, se entiende la **reducción de variabilidad** y **eliminación de defectos** sistemáticos hasta que cada unidad producida sea idéntica y esté libre de defectos.
Hay cierta confusión en nuestra sociedad acerca del **mejoramiento de la calidad**; hay todavía quien piensa que ello significa dar un acabado dorado a un producto o gastar más dinero para desarrollar un producto o proceso. Esta idea es equivocada. El mejoramiento de la calidad significa la **eliminación de desperdicio**. Entre los ejemplos de desperdicio se encuentran los desechos y el reprocesamiento en la manufactura, inspección y prueba, errores en documentos (como dibujos de ingeniería, verificaciones, órdenes de compra y planos), quejas del cliente mediante llamadas telefónicas, costos de garantía y el tiempo requerido para hacer de nuevo las cosas que podrían haberse realizado de manera correcta la primera vez. Un esfuerzo de mejoramiento de la calidad que tenga éxito puede eliminar muchas de estas pérdidas y conducir a costos menores, mayor productividad, satisfacción creciente del cliente, aumento de la reputación comercial, mayor participación en el mercado y, a la larga, mayores rendimientos para la compañía.
Los métodos estadísticos desempeñan un papel vital en el mejoramiento de la calidad. Algunas aplicaciones son:
1) En el diseño y desarrollo del producto, determinados métodos estadísticos que incluyen experimentos diseñados pueden utilizarse para comparar diferentes materiales, distintos componentes o ingredientes y ayudar en la determinación de la tolerancia tanto del sistema como de los componentes. Todo ello reduce en forma significativa el desarrollo de costos y de tiempos.
2) Los métodos estadísticos, que pueden utilizarse para determinar la capacidad de un proceso de manufactura. El control de procesos estadísticos puede emplearse para mejorar de manera sistemática un proceso mediante la reducción de la variabilidad.
3) Los métodos del diseño del experimento pueden usarse para investigar mejoras en el proceso. Estas mejoras pueden llevar a producciones más altas y menores costos de manufactura.
En esta unidad se dará una introducción a los métodos básicos del control de calidad estadístico.

CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD

El campo del control estadístico de calidad puede definirse en forma amplia como aquél que se compone de métodos estadísticos y de ingeniería útiles en la medición, supervisión, control y mejoramiento de la calidad. Usando una definición más precisa, el control estadístico de calidad es el método de la estadística y de la ingeniería para:

1) El control del proceso
2) El muestreo de aceptación

El control estadístico de calidad es un campo relativamente nuevo, que se remonta a la década de los años 20. El doctor Walter A. Shewhart fue uno de los pioneros del campo.

CONTROL DEL PROCESO ESTADÍSTICO

Es imposible examinar la calidad en un producto; éste debe hacerse bien la primera vez. Esto implica que el proceso de manufactura debe ser estable o repetible y capaz de operar con poca variabilidad en torno al objeto o dimensión nominal. Los controles de proceso estadístico en línea son herramientas poderosas útiles en el logro de la estabilidad del proceso y en el mejoramiento de la capacidad mediante la reducción de la variabilidad.
Es usual considerar el control del proceso estadístico como un conjunto de herramientas de solución de problemas que puede aplicarse en cualquier proceso. Una de las principales herramientas es **el gráfico de control.**

GRÁFICOS DE CONTROL

La teoría básica del gráfico de control fue desarrollada por el Dr. Shewhart. Para entender cómo trabaja un gráfico de control, se debe entender primero la teoría de la variación de Shewhart. Éste formuló la teoría de que todos los procesos, inclusos los buenos, se caracterizan por una cierta cantidad de variación si se miden con un instrumento de suficiente resolución. Cuando esta variabilidad se limita sólo a una **variación aleatoria o probabilística**, se afirma que el proceso estará en un estado de **control estadístico**. Sin embargo, puede existir otra situación en la cual la variabilidad del proceso también sea afectada por alguna **causa asignable**, tal como un mal ajuste de una máquina, un error del operador, materia prima inadecuada, componentes de la máquina desgastados, etc. Estas causas de variación asignables suelen tener un efecto adverso en la calidad del producto, por lo que es importante tener alguna técnica sistemática para detectar serias desviaciones de un estado de control estadístico tan rápido como sea posible después de que ocurran.
La importancia del gráfico de control radica en su capacidad para detectar causas asignables. Es trabajo de las personas que emplean los gráficos de control identificar la causa fundamental que originó la condición "fuera de control", desarrrollar e implantar una acción correctiva apropiada y después, asegurar que la causa asignable ha sido eliminada del proceso.
Distinguiremos entre los gráficos de control para **mediciones** y gráficos de control para **atributos**, según si las observaciones respecto a las características de calidad sean mediciones o datos enumerados. Por ejemplo, podemos elegir, medir el diámetro de un eje, con un micrómetro, y utilizar estos datos junto con un gráfico de control para mediciones. Por otra parte es posible que evaluemos cada unidad del producto como defectuosa o no defectuosa, y emplear la fracción de unidades no defectuosas encontradas o el número total de defectos en conjunto con un gráfico de control para atributos.

ALGUNAS DEFINICIONES ÚTILES

a) Proceso: significa cualquier combinación de máquinas, herramientas, métodos, materiales y hombres empleados para lograr productos y servicios con la calidad deseada.

b) Control: por la palabra control se entiende, el proceso de gestión necesario para fijar y hacer cumplir unas normas. El dispositivo básico de control es el circuito de realimentación, ampliamente utilizado en organismos biológicos, mecanismos industriales y sistemas de gestión. En todos estos casos, el circuito de realimentación sirve para descubrir cambios adversos, identificar las causas de estos cambios, y tomar medidas para eliminar esas causas.

c) Causas aleatorias: las variaciones por causas aleatorias no pueden ser eliminadas y ocurren en forma inevitable en un proceso, aunque las operaciones se lleven a cabo utilizando materias primas y métodos estandarizados.

d) Causas asignables: las variaciones por causas asignables indican que existen factores significativos que deben investigarse. Son eliminables y no pueden pasarse por alto; existen casos provocados por negligencia con relación a ciertos estándares o por aplicación de estos últimos en forma inadecuada.

e) Gráficos de control: tienen por objeto eliminar las variaciones anormales de calidad al posibilitar que se distinga entre las variaciones provocadas por **causas asignables** y aquellas ocasionadas por **causas aleatorias**. Consisten en una **línea central** correspondiente a la calidad promedio a la cual el proceso debe comportarse cuando se presenta el control estadístico (LC o CL), un par de **límites de control** ubicados por debajo (LCI o LCL) y por encima (LCS o UCL), y la representación gráfica de los **valores obtenidos** dentro de un proceso.

f) Proceso bajo control: se dice que un proceso está bajo control si en su gráfica los valores se encuentran dentro de los límites de control y sin ninguna tendencia en particular. De lo contrario, se dice que el proceso está fuera de control.

La forma más típica de un gráfico de control establece límites de control que se encuentran dentro de ± 3 desviaciones estándar de la medida estadística de interés (puede ser el promedio, la porción, el alcance, etc.). En general puede establecerse como:

promedio de proceso ± 3 desviaciones estándar

de modo que: LCS = promedio de proceso + 3 desviaciones estándar
LCI = promedio de proceso - 3 desviaciones estándar

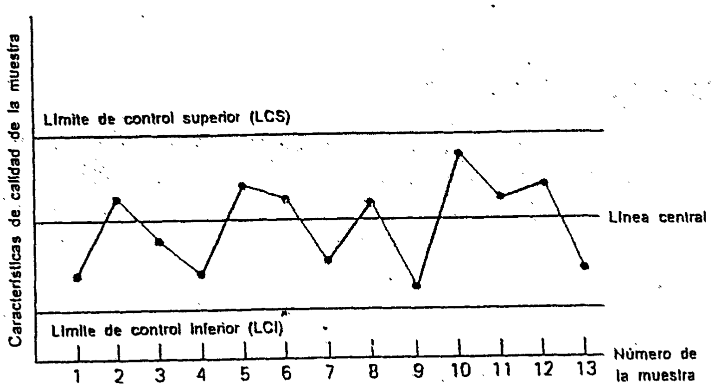
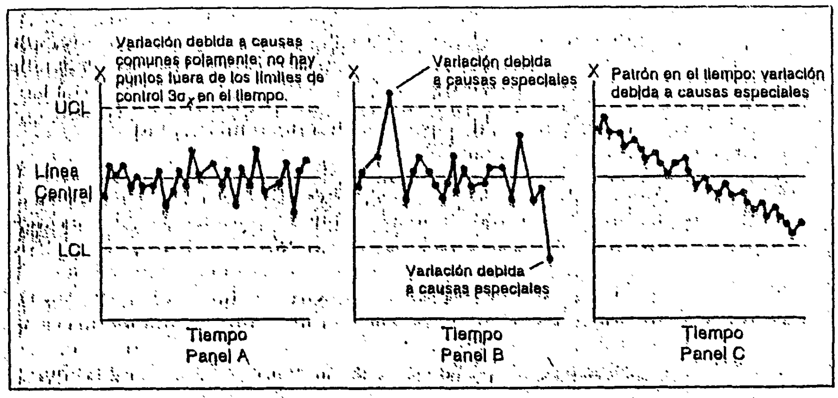


Diagrama de control típico.

La figura muestra un gráfico de control común. Los límites de control se eligen de modo que los valores que caen entre ellos puedan ser atribuidos a la variación probabilística, en tanto que los valores que caen más allá de ellos pueden tomarse para indicar una falta de control estadístico. El planteamiento general se basa en la toma periódica de una muestra aleatoria del proceso, del cómputo de alguna cantidad apropiada, y de la representación de esta última en el gráfico de control. Cuando un valor de muestra cae fuera de los límites de control, se busca alguna causa asignable. Sin embargo, incluso si un valor de muestra cae entre los límites de control, una tendencia o algún otro patrón sistemático puede indicar que cierta acción es necesaria, para evitar un problema más serio.



Tres patrones de diagrama de control.

En el panel A se observa un proceso que es estable y solamente contiene causas comunes de variación, en éste parece no haber ningún patrón en el ordenamiento de los valores respecto al tiempo y no existen puntos que caigan fuera de los límites de control. en el panel B, por el contrario, se tienen dos puntos que caen fuera de los límites de control. Habría que investigar a cada uno de tales puntos para determinar las causas especiales que produjeron su presencia. A pesar de que en el panel C no se tiene ningún punto fuera de los límites de control, en él se encuentra una serie de puntos consecutivos por debajo del valor promedio (LC), así como una serie de puntos consecutivos por encima del valor promedio. Además es claramente visible una tendencia de largo plazo, descendente, en el valor de la variable. Tal situación podría ser un indicativo de que se necesitan tomar medidas correctivas para determinar cuál podría ser la causa de este patrón, antes de empezar cualquier cambio en el sistema.

La capacidad de interpretar en forma precisa los gráficos de control suele adquirirse con la experiencia. Es necesario que el usuario esté familiarizado por completo tanto con los fundamentos estadísticos de los gráficos de control como con la naturaleza del propio proceso de producción.

TIPOS DE GRÁFICOS DE CONTROL

Existen dos tipos de gráficos de control: por **medición de variables** y por **atributos**. Siendo los más comunes el $\overline{X}$ - R y el p, para ambos tipos, respectivamente.

Si bien estos dos tipos son diferentes, el cálculo de los límites de control es esencialmente el mismo, basándose en las leyes de probabilidad que hemos visto anteriormente.

Los pasos a seguir son los siguientes:

1) selección apropiada de la característica de calidad a ser estudiada.
2) recolección y almacenamiento de datos para el número de muestras requerida, cada una conteniendo un número adecuado de elementos
3) determinación de los límites de control para esos datos muestrales
4) determinar si esos límites de control son económicamente satisfactorios para el trabajo. ¿Demasiados anchos, demasiados angostos?
5) Construir el gráfico de control
6) Tomar las medidas correctivas si las características de las muestras de producción exceden los límites de control

En cualquier tipo de gráfico de control, los límites de control se calculan mediante la fórmula indicada anteriormente:

<valor promedio>±3 <desviación estándar>

en donde, la desviación estándar es la variación producida por las causas aleatorias. Estos gráficos de control se denominan 3σ.

El uso de ±3 σ, significa que si sólo actúan las causas aleatorias, el 99,74% de los valores registrados en la carta caerán dentro de los límites de control; el 0,26% restante corresponde a falsas alarmas.

Resulta obviamente tedioso reunir una serie de muestras de tamaño pequeño, determinar los valores de tendencia central y márgenes de error para cada una de esas muestras, y luego

calcular los limites de control. Es por ello, se calcularon una serie de constantes para simplificar los cálculos, las que se encuentran tabuladas.
Hemos dicho que a los gráficos de control los podíamos dividir en dos grandes grupos de acuerdo a los valores característicos. Los mismos se visualizan en la siguiente tabla:

Valor característico	Denominación	Distribución utilizada
Continuo	Gráfico $\overline{X}$ - R (valor y rango promedio)	Distrib. normal
	Gráfico x (valor medido)	Distrib. normal
Discreto	Gráfico pn (cantidad unidades defectuosas)	Distrib. binomial
	Gráfico p (fracción defectuosa)	Distrib. binomial
	Gráfico c (cantidad de defectos)	Distrib. Poisson
	Gráfico u (cantidad de defectos p/unidad)	Distrib. Poisson

GRÁFICOS DE CONTROL POR MEDICIÓN DE VARIABLES

a) Gráficos $\overline{X} - R$

Se utilizan para controlar y analizar un proceso, empleando valores continuos de calidad del producto. De ellos se obtiene la mayor parte de la información sobre el proceso. $\overline{X}$ representa el valor promedio de un subgrupo y R representa el rango de este subgrupo. Generalmente se utiliza un gráfico R en combinación con un gráfico $\overline{X}$ para controlar la variación dentro de un subgrupo.
La gráfica de los valores de $\overline{X}$ dice cuándo se ha producido un cambio en la tendencia central. Esto podría deberse a factores tales como desgaste de las herramientas, un incremento gradual de la temperatura, un nuevo lote de material de mayor dureza, un método diferente utilizado por el operario en el turno de la noche, entre otros.
La gráfica de los valores de R indica cuándo ha tenido lugar una ganancia, o una pérdida significativa de uniformidad. Una pérdida de uniformidad puede deberse a causas tales como cojinetes gastados, un portaherramientas flojo, un suministro irregular de refrigerante, sujeción inadecuada del material, variabilidad de las piezas recibidas de una operación de desgaste previa, o falta de concentración del operario, entre otras.

Los límites de control para las medias de los subgrupos son: $\bar{x} \pm 3\sigma(\bar{x})$ donde $\sigma(\bar{x}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

En la práctica se calculan los límites de control con las siguientes fórmulas; obteniéndose los coeficientes de la tabla correspondiente.

Gráfico $\bar{x}$: LC=CL= $\bar{\bar{x}}$ LCS=UCL=$\bar{\bar{x}}$ + A_2 $\overline{R}$ LCI=LCL=$\bar{\bar{x}}$ - A_2 $\overline{R}$

$$\text{donde: } d_2 = \frac{\overline{R}}{s(x)} \quad \text{y} \quad A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

Gráfico R: LC= $\overline{R}$ LCS= D_4 $\overline{R}$ LCI= D_3 $\overline{R}$

Para construir un gráfico de este tipo se siguen los pasos que se dan a continuación:
1) se toman aproximadamente 100 datos, dividiéndolos en 20 o 25 subgrupos de 4 o 5 datos cada uno, de manera tal que los subgrupos queden uniformes. Si no existiera ninguna razón técnica para la clasificación de los mismos se ordenan en forma correlativa a medida que se obtienen
2) se calcula el valor medio, $\bar{x}$, para cada uno de los subgrupos
3) se calcula el promedio total, $\bar{\bar{x}}$, dividiendo la suma de los $\bar{x}$ por el número de subgrupos*
4) se calcula el rango R de cada subgrupo
5) se calcula el valor $\overline{R}$ de los rangos *
6) se calculan las líneas de control para el gráfico $\bar{x}$ y el rango R
7) se trazan los gráficos en las hojas de control ubicando en la ordenada los valores $\bar{x}$ (para el gráfico de $\bar{x}$) o R (para el gráfico de R), y en abscisas el número de subgrupos. Luego se marcan los límites de control.

* Se debe calcular el $\overline{\overline{x}}$ y $\overline{R}$ con el mismo número de decimales y con dos posiciones decimales más que los valores originales.

Ejemplo: Para mostrar la metodología de construcción de las gráficas de control se presenta la siguiente tabla basada en la realización de un ensayo de título sobre un hilado de bremer, en el cual se obtuvieron 80 valores en TEX, los que se muestran en dicha tabla agrupados en 20 subgrupos de 4 elementos, con sus correspondientes valores medios y rango por subgrupo.

Nº subgrupo	x_1	x_2	x_3	x_4	SUMA x	$\overline{x}$	R
1	68	65	89	57	279	69,75	32
2	73	78	67	81	299	74,75	14
3	61	78	73	68	280	70,00	17
4	66	62	73	60	261	65,25	13
5	96	80	82	74	332	83,00	22
6	79	67	73	94	313	78,25	27
7	65	75	87	75	302	75,50	22
8	86	88	75	78	327	81,75	13
9	84	75	61	88	308	77,00	27
10	79	82	97	72	330	82,50	25
11	90	95	95	62	342	85,50	33
12	93	85	69	76	323	80,75	24
13	62	78	60	88	288	72,00	28
14	77	63	76	59	275	68,75	18
15	79	85	60	53	277	69,25	32
16	65	63	71	85	284	71,00	22
17	76	68	75	93	312	78,00	25
18	75	83	74	75	307	76,75	9
19	76	71	77	72	296	74,00	6
20	62	78	71	74	285	71,25	16

media $\overline{x}$ = 75,25
media R = 21,25

Gráfico $\overline{x}$: A_2 = 0,729

LCS= 90,741
LC = 75,25
LCI =59,759

Gráfico R: D_3 = 0
D_4 = 2,282

LCS= 48,493
LC = 21,25
LCI = 0

GRAFICO X-MEDIO

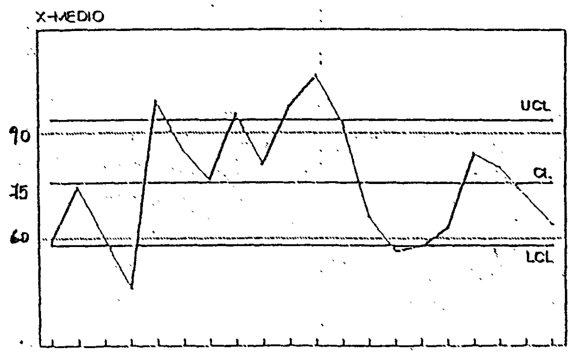
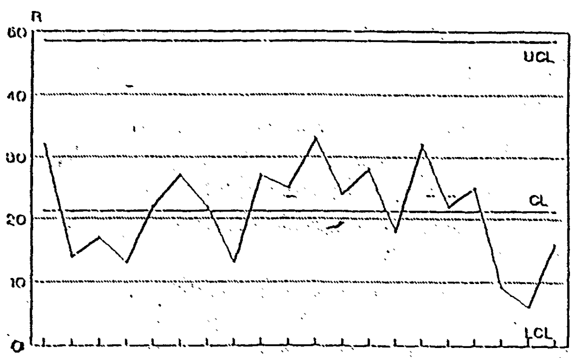


GRAFICO R



b) Gráfico x

Se indican los valores en forma individual, pudiendo utilizarse los mismos para confeccionar el gráfico de control. Debido a que en este caso, no existen subgrupos y por ende no se puede calcular R, se utiliza el rango móvil R_s de datos consecutivos para el cálculo de los límites de control de x.
Se aplica en los siguientes casos: cuando los datos sobre un proceso se obtienen luego de un intervalo prolongado o cuando el agrupamiento en subgrupos no resulta efectivo; cuando una partida o un lote se evalúa mediante una única medición; cuando aparecen en el proceso ciclos cortos o tendencias y hay que detectarlos rápidamente.
Los límites de control para valores individuales pueden compararse directamente con los límites de la especificación. Los límites de control deben determinarse con por lo menos 15 valores individuales. Los mismos se calculan con las siguientes fórmulas:

LCS= $\bar{x} + 2{,}66\bar{R}_s$ LC= $\bar{x}$ LCI= $\bar{x} - 2{,}66\bar{R}_s$

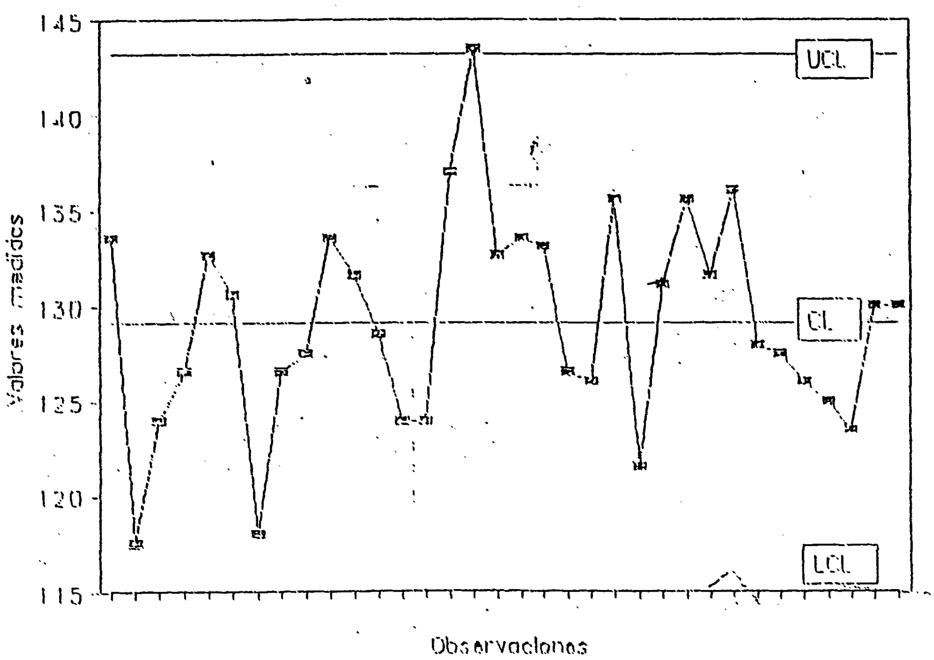
Ejemplo: En un proceso de teñido sobre fibra poliester por partida, se controla en una partida al azar la temperatura del baño de tintura, obteniéndose la siguiente nómina de valores:

x	R_s	x	R_s	x	R_s
133,5	16,0	124,0	0,0	135,5	4,0
117,5	6,5	124,0	13,0	131,5	4,5
124,0	2,5	137,0	6,5	136,0	8,0
126,5	6,0	143,5	11,0	128,0	0,5
132,5	2,0	132,5	1,0	127,5	1,5
130,5	12,5	133,5	0,5	126,0	1,0
118,0	8,5	133,0	6,5	125,0	1,5
126,5	1,0	126,5	0,5	123,5	6,5
127,5	6,0	126,0	9,5	130,0	0,0
133,5	2,0	135,5	14,0	130,0	
131,5	3,0	121,5	9,5		
128,5	4,5	131,0	4,5		

n = 34 $\bar{x}$ = 129,15 $\bar{R}_s$= 5,29

LCS = $\bar{x}$ + 2,66 $\bar{R}_s$ LCS = 143,22
LC = $\bar{x}$ LC = 129,15
LCI = $\bar{x}$ - 2,66 $\bar{R}_s$ LCI = 115,08

GRAFICO X



GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

a) Gráfico p (fracción defectuosa o no concordante)

A menudo es deseable clasificar un producto como defectuoso o no defectuoso sobre la base de la comparación con un estándar. Esto suele hacerse para lograr economía y simplicidad en la operación de inspección. Por ejemplo, el diámetro de un cojinete de bola puede verificarse determinando si pasará a través de un medidor compuesto por agujeros circulares cortados en una plantilla. Esto sería mucho más simple que medir el diámetro con un micrómetro. Los diagramas de control para atributos se emplean en estas situaciones. Sin embargo, los diagramas de control de atributos requieren un tamaño de muestra bastante más grande que en el caso de las mediciones de contrapartes.
Supóngase que D es el número de unidades defectuosas en una muestra aleatoria de tamaño n. Se supone que D es una variable aleatoria binomial con parámetro desconocido p. Entonces la fracción de muestra defectuosa es un estimador de p, esto es: $\hat{p} = \dfrac{D}{n}$

Para el cálculo de los límites de control se utilizan las siguientes fórmulas:

$$LCS = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} \qquad LC = \bar{p} \qquad LCI = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}$$

donde $\bar{p} = \dfrac{\sum (p_i / n_i)}{N}$ siendo p_i : cantidad de productos defectuosos en la muestra i

n_i : número de productos de la muestra i

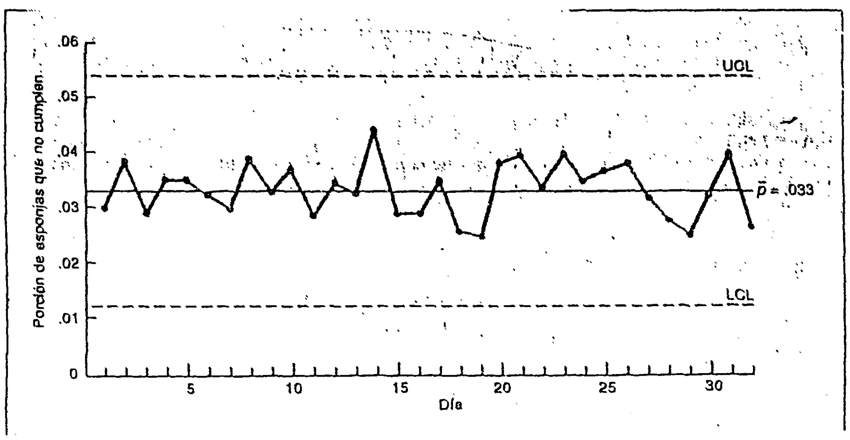
y $\bar{n} = \dfrac{\sum n_i}{N}$ N : número de muestras

Ejemplo:

Esponjas que no cumplen con las especificaciones producidas diariamente durante un periodo de 32 días.

Día	Cantidad producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Porción	Día	Cantidad producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Porción
1	690	21	.030	17	575	20	.035
2	580	22	.038	18	610	16	.026
3	685	20	.029	19	596	15	.025
4	595	21	.035	20	630	24	.038
5	665	23	.035	21	625	25	.040
6	596	19	.032	22	615	21	.034
7	600	18	.030	23	575	23	.040
8	620	24	.039	24	572	20	.035
9	610	20	.033	25	645	24	.037
10	595	22	.037	26	651	25	.038
11	645	19	.029	27	660	21	.032
12	675	23	.034	28	685	19	.028
13	670	22	.033	29	671	17	.025
14	590	26	.044	30	660	22	.033
15	585	17	.029	31	595	24	.040
16	560	16	.029	32	600	16	.027

$\bar{p} = 0{,}033$; $\bar{n} = 622{,}6875$; $LCI = 0{,}033 - 0{,}021 = 0{,}012$, $LCS = 0{,}033 + 0{,}021 = 0{,}054$



b) Gráfico pn (tamaño de la muestra constante)

Este gráfico se basa en la comparación de los valores recogidos de fracción o porcentaje de defectos de muestras de tamaño constante con los límites de control. Estas muestras se seleccionan periódicamente en el proceso de producción, por ejemplo: cada hora, cada 15 minutos, cada mañana, cada turno, etc.

Los límites de control se calculan mediante:

$$LCS = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad ; \quad LC = n\bar{p} \quad ; \quad LCI = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad \text{donde } n\bar{p} = \frac{\sum np}{N}$$

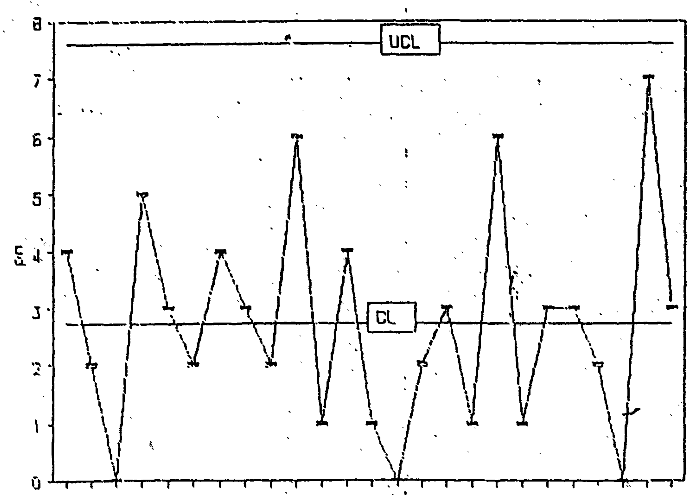
Ejemplo: En la siguiente tabla se presentan los datos provenientes de la inspección de defectos en muestras de 100 metros de paño

Dia	n	np	Día	n	np
1	100	4	13	100	1
2	100	2	14	100	0
3	100	0	15	100	2
4	100	5	16	100	3
5	100	3	17	100	1
6	100	2	18	100	6
7	100	4	19	100	1
8	100	3	20	100	3
9	100	2	21	100	3
10	100	6	22	100	2
11	100	1	23	100	0
12	100	4	24	100	7
			25	100	3

$\bar{p} = 0{,}0272$ $\quad n\bar{p} = 2{,}72$ $\quad LCS = 7{,}60$ $\quad LC = 2{,}72$ $\quad LCI = -2{,}16$

Si p es pequeño, el límite de control puede ser un número negativo. Si esto ocurre, como en este ejemplo, se considera al límite inferior como cero, entonces LCI = 0

GRAFICO pn



Debe establecerse una distinción entre defecto y unidad defectuosa. Un defecto es la no conformidad con algún requisito mientras que una unidad defectuosa es un elemento que contiene uno o más defectos.

Las muestras deben ser lo suficientemente grandes de modo que la falta de defectos en un subgrupo indique una mejora significativa con respecto a la norma. Esto requiere un tamaño de muestra n mayor que $(9-9\bar{p})\bar{p}$ unidades, por ello en la práctica se restringe el uso de estas gráficas cuando n > 50 o cuando $n\bar{p} \geq 4$, tanto para el gráfico p o np.

c) Gráfico c

En algunas situaciones puede ser necesario controlar el número de defectos en una unidad de producto, en vez de la fracción de defectos. En estas situaciones podemos emplear el gráfico de control para defectos, o gráfico c.
Supóngase que en la producción de ropa es necesario controlar el número de defectos por metro, o que en el ensamblado de un ala de avión el número de remaches faltantes debe controlarse. Muchas situaciones de defectos por unidad pueden modelarse por medio de la distribución de Poisson.
Las muestras incluidas en un gráfico c son productos individuales de tamaño constante. El número de defectos en cada producto representados por c, se cuenta y se registra como el valor de una muestra. Por ejemplo;

Producto	Cantidad de defectos (c)
Botellas de vidrio	nº de burbujas de aire en el vidrio
Hojas de metal pintado	nº de defectos en la superficie de c/hoja
Alambre de Cu para uso eléctrico	nº de puntos débiles en la longitud
Piezas de tela	nº de imperfecciones por m^2
Hilado peinado	nº de puntos finos en una longitud dada
Paño de tejido de punto	nº de puntos caídos por paño

Los ejemplos indican que no es necesario que las muestras deban ser productos manufacturados en forma individual. Cada muestra puede ser cualquier unidad de tamaño constante con igual probabilidad de ocurrencia de defectos, tal como una longitud o área.
Podemos extender la aplicación de este tipo de gráficos a diversas operaciones como, por ejemplo, rendimiento de un operario, donde contaríamos el número de errores durante un período de tiempo dado.
Sea c el número de defectos en una unidad, donde c es una variable aleatoria de Poisson con parámetro α. Por lo tanto, si se disponen k unidades y c_i es el número de defectos en la unidad i, la línea central del diagrama de control es : $\bar{c} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} c_i$

$LCS = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$ $LCI = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$ son los límites de control superior e inferior, respectivamente.

Ejemplo: Se ensamblan tarjetas de circuito impreso por medio de una combinación de ensamblado manual y automático. Una máquina de soldadura de flujo se emplea para realizar las conexiones mecánicas y eléctricas de los componentes emplomados a la tarjeta. Las tarjetas se someten a un proceso de soldadura de flujo casi de manera continua, y cada hora se seleccionan e inspeccionan 5 tarjetas con el fin de controlar el proceso. se anota el número de defectos en cada muestra de 5 tarjetas. Los resultados de 20 muestras se presentan en la siguiente tabla:

Número de defectos en muestras de cinco tarjetas de circuito impreso

Muestra	Núm. de defectos	Muestra	Núm. de defectos
1	6	11	9
2	4	12	15
3	8	13	8
4	10	14	10
5	9	15	8
6	12	16	2
7	16	17	7
8	2	18	1
9	3	19	7
10	10	20	13

$\bar{c} = \frac{160}{20} = 8$ $LCS = 8 + 3\sqrt{8} = 16{,}485$ $LCI = 8 - 3\sqrt{8} = -0{,}485 \Rightarrow LCI = 0$

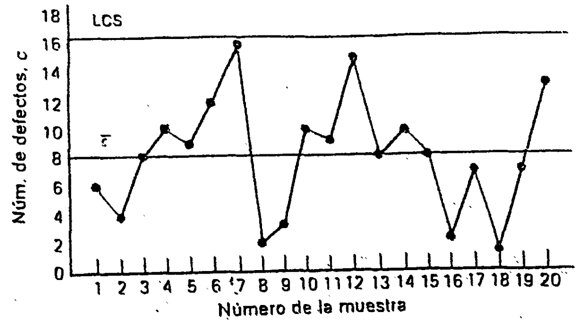


Diagrama c

d) Gráfico u

Una carta de control para u, cantidad de defectos por unidad, en una muestra es el equivalente a una carta de control c, en la que el tamaño de la muestra puede ser variable o constante.
Cuando las muestras no son de igual tamaño los límites de control superior o inferior se calculan por separado para cada tamaño siendo:

$$LC = \bar{u} \qquad LCS = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \qquad LCI = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

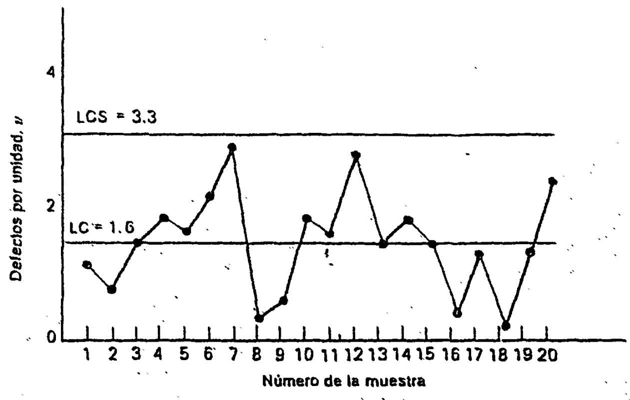
donde n_i es la cantidad de elementos de la muestra i.

En la práctica, para simplificar los cálculos se reemplaza n_i por $\bar{n} = \frac{\sum n_i}{N}$, con lo cual permanecen constantes LCS y LCI.

Ejemplo: Es posible construir un diagrama u para los datos de defectos de la tarjeta de circuito impreso del ejemplo anterior.

Muestra	Tamaño de muestra n	Número de defectos, c	Defecto por unidad
1	5	6	1.2
2	5	4	0.8
3	5	8	1.6
4	5	10	2.0
5	5	9	1.8
6	5	12	2.4
7	5	16	3.2
8	5	2	0.4
9	5	3	0.6
10	5	10	2.0
11	5	9	1.8
12	5	15	3.0
13	5	8	1.6
14	5	10	2.0
15	5	8	1.6
16	5	2	0.4
17	5	7	1.4
18	5	1	0.2
19	5	7	1.4
20	5	13	2.6

$$LC = \bar{u} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} u_i = \frac{32}{20} = 1{,}6 \;;\; LCS = 1{,}6 + 3\sqrt{\frac{1{,}6}{5}} = 3{,}3 \;,\; LCI = 1{,}6 - 3\sqrt{\frac{1{,}6}{5}} = 3{,}3 \Rightarrow LCI = 0$$



INTERPRETACIÓN DE LAS GRÁFICAS DE CONTROL

A través de la lectura de un gráfico de control podemos obtener la interpretación exacta del estado de los procesos bajo observación.
Se dice que un proceso se halla bajo control si el mismo es estable, y en consecuencia el promedio y la variación del proceso no varían. Los criterios que daremos a continuación servirán para determinar si un proceso está bajo control o no, a partir del análisis de los gráficos de control.

1) Verificar si los puntos caen dentro o fuera de los límites de control.

2) Tratar de identificar series. Se denomina serie a la sucesión de puntos situados a una mismo lado de la línea central. Se considera anormal (falta de aleatoriedad) a una serie de:

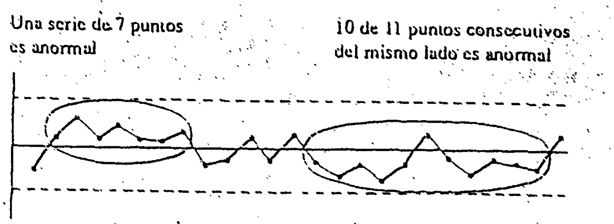
   a) 7 o más puntos

   b) con menos de 7 puntos si:

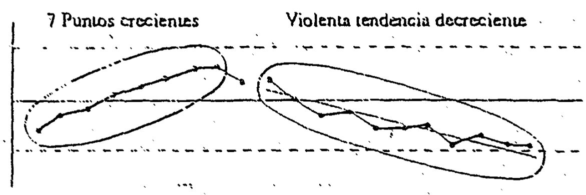
      b_1) entre 11 puntos consecutivos, 10 aparecen del mismo lado de LC

      b_2) entre 14 puntos consecutivos, 12 aparecen del mismo lado de LC

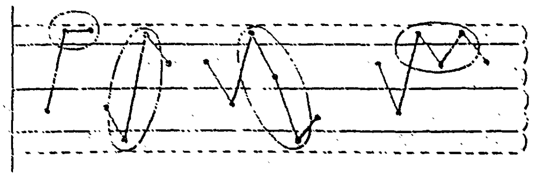
      b_3) entre 20 puntos consecutivos, 16 aparecen del mismo lado de LC



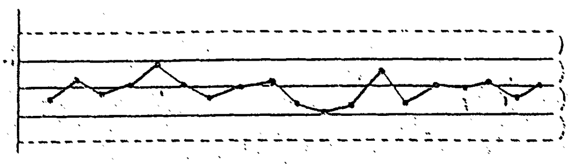
3) Analizar si existe tendencia, es decir una serie continuamente creciente o decreciente



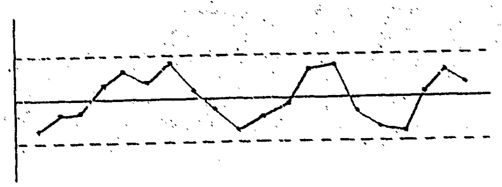
4) Observar los puntos que se aproximan a los límites de control 3σ.
Si dos de tres puntos aparecen fuera de la línea 2σ se considera el caso como anormal.



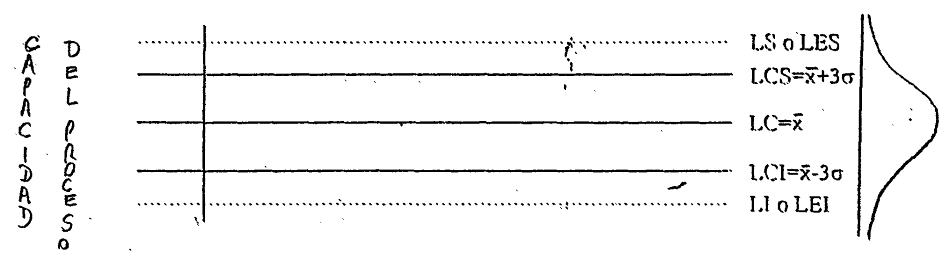
5) Comprobar si la mayor parte de los puntos se alinean dentro de la franja central de las líneas 1,5σ. Ello se debe a un agrupamiento inadecuado de los subgrupos. La aproximación a la línea central no implica que el proceso se halle bajo control, sino que se trata de una mezcla de datos con diferentes poblaciones en cada subgrupo, que torna demasiado amplia la separación dentro de los límites de control. En estos casos es necesario cambiar la forma de subagrupamieno.



6) Analizar la periodicidad. Cuando la gráfica presenta una tendencia zigzagueante hacia ambos lados de la línea central en forma repetitiva para el mismo intervalo se considera que es anormal.



ESTIMACIÓN DE LA CAPACIDAD DEL PROCESO



comportamiento del proceso

Los límites de tolerancia o límites de especificación determinan la capacidad del proceso. Éstos no se relacionan con los límites de control. Esto significa que los límites de