

Axiomática de la Teoría de Probabilidad

Dr. Pastore, Juan Ignacio

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ ***modelos determinísticos:*** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.
- ✓ ***modelos no determinísticos o probabilísticos:*** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

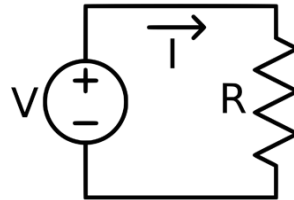
- ✓ ***modelos determinísticos:*** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.
- ✓ ***modelos no determinísticos o probabilísticos:*** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ **modelos determinísticos:** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.

Ley de Ohm: la intensidad de corriente que atraviesa un circuito está dada por $I = V/R$

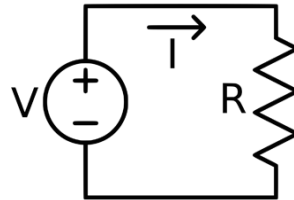


Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ **modelos determinísticos:** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.

Ley de Ohm: la intensidad de corriente que atraviesa un circuito está dada por $I = V/R$



- ✓ **modelos no determinísticos o probabilísticos:** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Experimento: Un experimento especifica exactamente que pruebas han de realizarse y que información debe observarse. Nos ocuparemos por el momento de aquellos experimentos que pueden repetirse sucesivamente bajo las mismas condiciones.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Aspectos importantes que describen un **experimento aleatorio**:

- Es posible repetir cada experimento en forma independiente sin cambiar esencialmente las condiciones de experimentación.
- Aunque en general no podemos indicar cuál será un resultado particular del experimento podemos describir el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.
- A medida que el experimento se repite, los resultados individuales parecen ocurrir siguiendo cierto patrón.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Aspectos importantes que describen un **experimento aleatorio**:

- Es posible repetir cada experimento en forma independiente sin cambiar esencialmente las condiciones de experimentación.
- Aunque en general no podemos indicar cuál será un resultado particular del experimento podemos describir el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.
- A medida que el experimento se repite, los resultados individuales parecen ocurrir siguiendo cierto patrón.

Ejemplo:

$\mathcal{E}$: Se arroja un dado y se observa el número de la cara superior.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Aspectos importantes que describen un **experimento aleatorio**:

- Es posible repetir cada experimento en forma independiente sin cambiar esencialmente las condiciones de experimentación.
- Aunque en general no podemos indicar cuál será un resultado particular del experimento podemos describir el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.
- A medida que el experimento se repite, los resultados individuales parecen ocurrir siguiendo cierto patrón.

Ejemplo:

$\mathcal{E}$: Se arroja un dado y se observa el número de la cara superior.

Espacio Muestral: con cada experimento se define el ***espacio muestral*** asociado como el conjunto de todos los resultados posibles del experimento. Se simboliza con la letra S.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{?\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo

ε_2 : Se fabrica una lámpara, se la prueba y se anota el tiempo transcurrido hasta que deja de funcionar.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo

ε_2 : Se fabrica una lámpara, se la prueba y se anota el tiempo transcurrido hasta que deja de funcionar.

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo

ε_2 : Se fabrica una lámpara, se la prueba y se anota el tiempo transcurrido hasta que deja de funcionar.

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Ejemplo

ε_3 : Se arroja una moneda tres veces y se observa la sucesión de resultados (cara (c), cruz (X)) .

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo

ε_2 : Se fabrica una lámpara, se la prueba y se anota el tiempo transcurrido hasta que deja de funcionar.

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Ejemplo

ε_3 : Se arroja una moneda tres veces y se observa la sucesión de resultados (cara (c), cruz (X)) .

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xcx, cxx, xxx\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. **Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .**

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. **Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S.**

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar.

$$A = \{1, 3, 5\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. **Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S.**

Ejemplo

ε_2 : Se fabrica una lámpara, se la prueba y se anota el tiempo transcurrido hasta que deja de funcionar.

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Espacios muestrales continuo

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. **Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S.**

Ejemplo

ε_3 : Se arroja una moneda tres veces y se observa la sucesión de resultados (cara (c), cruz (X)) .

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xc x, cxx, xxx\}$$

Observación: el resultado de un experimento no necesariamente es un número, puede ser un vector, una función, etc.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales finitos

Espacios muestrales infinitos: Si el espacio muestral es infinito puede ser numerable o no numerable.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xc x, cxx, xxx\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales finitos

Espacios muestrales infinitos: Si el espacio muestral es infinito puede ser numerable o no numerable.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales finito

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xc x, cxx, xxx\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales finitos

Espacios muestrales infinitos: Si el espacio muestral es infinito puede ser numerable o no numerable.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales finito

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Espacios muestrales infinito

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xc x, cxx, xxx\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales finitos

Espacios muestrales infinitos: Si el espacio muestral es infinito puede ser numerable o no numerable.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales finito

$$S_2 = \{t : t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$$

Espacios muestrales infinito

$$S_3 = \{ccc, ccx, cxc, xcc, xxc, xc x, cxx, xxx\}$$

Espacio muestral finito

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- c) **Sucesos aleatorios**, son aquellos que pueden o no ocurrir.

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- c) **Sucesos aleatorios**, son aquellos que pueden o no ocurrir.
- d) **Sucesos mutuamente excluyentes**; no pueden ocurrir juntos.

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- c) **Sucesos aleatorios**, son aquellos que pueden o no ocurrir.
- d) **Sucesos mutuamente excluyentes**; no pueden ocurrir juntos.
- e) **Sucesos únicamente posibles**. son aquellos sucesos para los cuales uno y solamente uno de ellos es un suceso cierto en el resultado del experimento.

Clasificación de sucesos.

e) **Sucesos únicamente posibles:** son aquellos sucesos para los cuales uno y solamente uno de ellos es un suceso cierto en el resultado del experimento.

Ejemplo

$\mathcal{E}_6$: elegir al azar una carta de un mazo de 40 cartas.

A: obtener una carta de oro.

B: obtener una carta de copa.

C: obtener una carta de espada.

D: obtener una carta de basto.

Observación: los sucesos únicamente posibles son mutuamente excluyentes pero la recíproca no es cierta.

Clasificación de sucesos.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S .

Clasificación de sucesos:

- a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
- c) **Sucesos aleatorios**, son aquellos que pueden o no ocurrir.
- d) **Sucesos mutuamente excluyentes**; no pueden ocurrir juntos.
- e) **Sucesos únicamente posibles**. son aquellos sucesos para los cuales uno y solamente uno de ellos es un suceso cierto en el resultado del experimento.
- f) **Sucesos igualmente posibles o probables**: todos los sucesos tienen la misma “probabilidad” de ocurrir.

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto $\mathbf{S}$ (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos A y B se llama **unión de A y B** , y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B , o ambos simultáneamente.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

B : Obtener un 6. $B = \{6\}$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

B : Obtener un 6. $B = \{6\}$

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos A y B se llama **unión de A y B**, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B, o ambos simultáneamente.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

B : Obtener un 6. $B = \{6\}$

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos A y B se llama **unión de A y B**, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B, o ambos simultáneamente.

$$A \cup B = \{1, 3, 5, 6\}$$

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto **S** (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos A y B se llama **unión de A y B**, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B, o ambos simultáneamente.

2.Intersección de sucesos: Dados dos sucesos A y B, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo si se realizan simultáneamente A y B.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

B : Obtener un número mayor o igual a 3. $B = \{3, 4, 5, 6\}$

2. Intersección de sucesos: Dados dos sucesos A y B, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo si se realizan simultáneamente A y B.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

B : Obtener un número mayor o igual a 3. $B = \{3, 4, 5, 6\}$

2. Intersección de sucesos: Dados dos sucesos A y B, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo si se realizan simultáneamente A y B.

$$A \cap B = \{3, 5\}$$

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto **S** (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos **A** y **B** se llama **unión de A y B**, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, **A** o **B**, o ambos simultáneamente.

2.Intersección de sucesos: Dados dos sucesos **A** y **B**, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo si se realizan simultáneamente **A** y **B**.

3.Sucesos Complementarios: Dado un suceso **A**, se llama **suceso contrario** o **complementario** de **A**, y se representa por $\bar{A}$, al suceso que se realiza cuando no se realiza **A** y recíprocamente.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espacios muestrales discretos

A : Obtener un número impar. $A = \{1, 3, 5\}$

3. Sucesos Complementarios: Dado un suceso **A**, se llama **suceso contrario** o **complementario** de **A**, y se representa por $\bar{A}$, al suceso que se realiza cuando no se realiza **A** y recíprocamente.

$$\bar{A} = \{2, 4, 6\}$$

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto **S** (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos **A** y **B** se llama **unión de A y B**, y se representa por $A \cup B$, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, **A** o **B**, o ambos simultáneamente.

2.Intersección de sucesos: Dados dos sucesos **A** y **B**, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por $A \cap B$, al suceso que se realiza si y sólo si se realizan simultáneamente **A** y **B**.

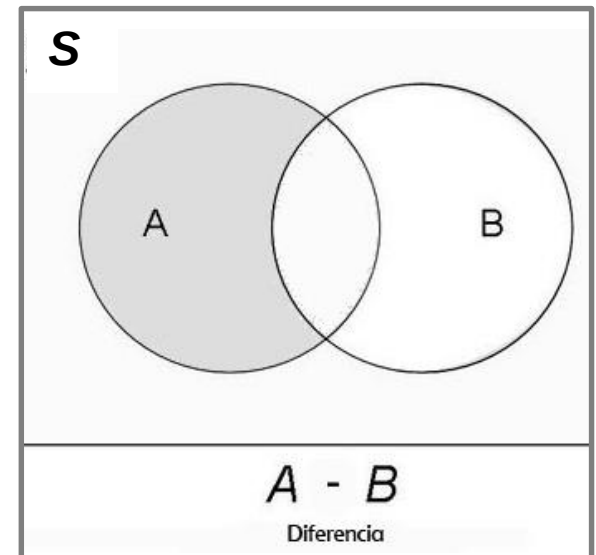
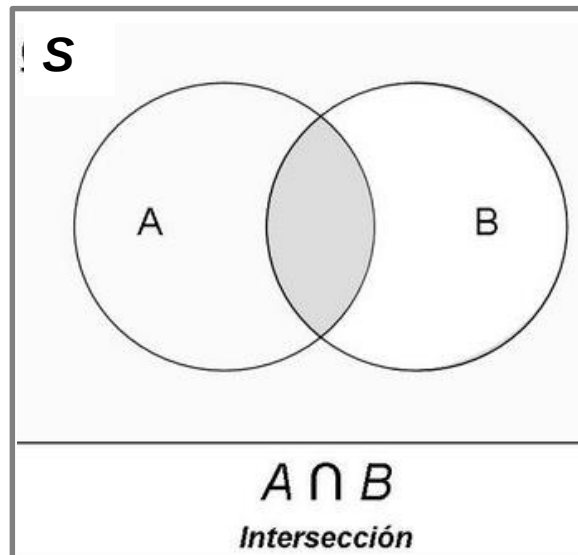
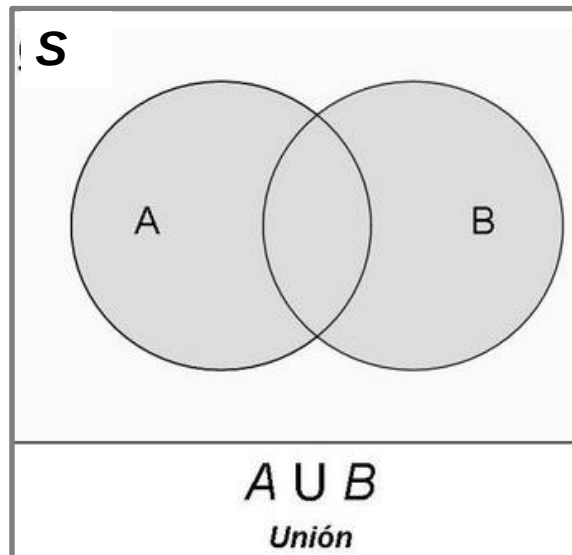
3.Sucesos Complementarios: Dado un suceso **A**, se llama **suceso contrario** o **complementario** de **A**, y se representa por $\bar{A}$, al suceso que se realiza cuando no se realiza **A** y recíprocamente.

4.Suceso contenido en otro: Un suceso **A** se dice que está contenido o inducido en otro **B** si siempre que se verifica **A** se verifica **B**. Se representa $A \subset B$.

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

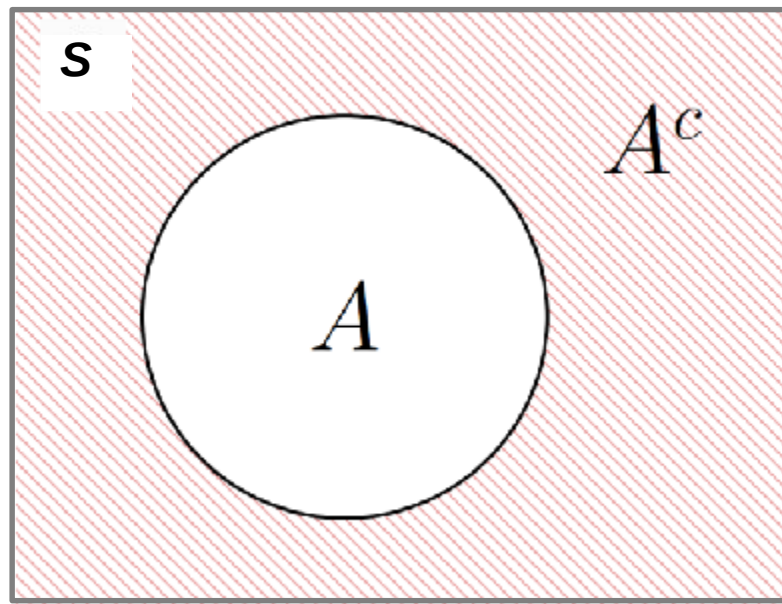
Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto **S** (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:



Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto S (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

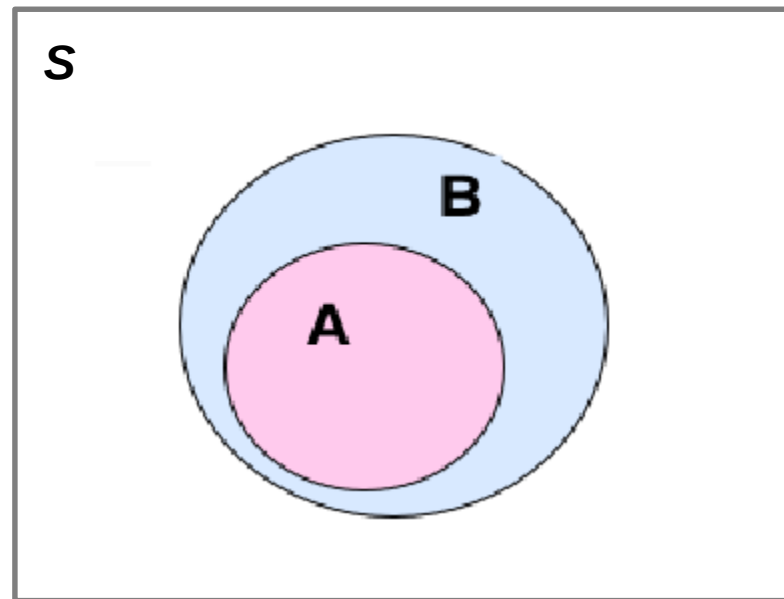


Sucesos Complementarios

Operaciones con sucesos.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos del conjunto S (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:



Sucesos contenidos

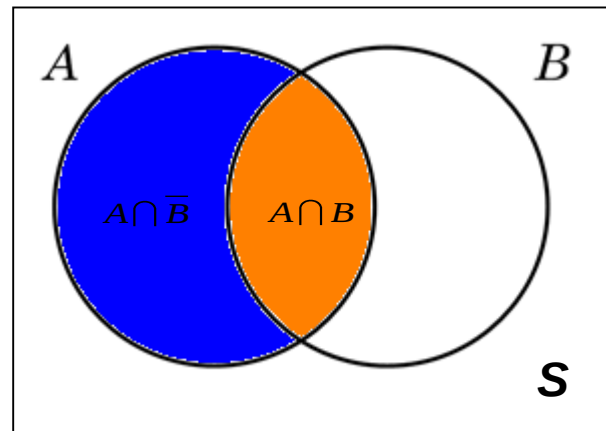
Operaciones con sucesos.

Algunos resultados útiles de la teoría de conjuntos.

i) $A \cup \emptyset = A$; $A \cap \emptyset = \emptyset$

ii) $A \cup S = S$; $A \cap S = A$

iii) Todo conjunto lo podemos escribir como la unión de dos conjuntos disjuntos de la siguiente manera: $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$.



Operaciones con sucesos.

Algunos resultados útiles de la teoría de conjuntos.

i) $A \cup \emptyset = A; \quad A \cap \emptyset = \emptyset$

ii) $A \cup S = S; \quad A \cap S = A$

iii) Todo conjunto lo podemos escribir como la unión de dos conjuntos disjuntos de la siguiente manera: $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$.

iv) Leyes de De Morgan: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}; \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición clásica de Probabilidad.

➤ Clásica o de Laplace – “A priori”

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A a la razón entre el número de resultados favorables a A (m) y el número total de resultados posibles (n). (Bajo la suposición de que cada uno de estos resultados son igualmente probables).

En símbolos:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad \text{con } n > 0;$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición clásica de Probabilidad.

➤ Clásica o de Laplace – “A priori”

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A a la razón entre el número de resultados favorables a A (m) y el número total de resultados posibles (n). (Bajo la suposición de que cada uno de estos resultados son igualmente probables).

En símbolos:

$$P(A) = \frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad \text{con } n > 0;$$

a) La definición de la Laplace supone que el número de casos favorables, y por tanto también el de casos posibles, es finito. En este caso la probabilidad de un suceso es siempre un número real entre 0 y 1. La probabilidad 0 significa que no hay ningún caso favorable, es decir que el suceso es un suceso imposible. La probabilidad 1 significa que el número de casos favorables es igual al número de casos posibles, es decir el suceso es un suceso cierto.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición clásica de Probabilidad.

➤ Clásica o de Laplace – “A priori”

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A

En símbolos:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad \text{con } n > 0;$$

Ejemplo: consideremos el siguiente experimento aleatorio:

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Determinar la probabilidad del Suceso A: obtener un dos: $A = \{2\}$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición clásica de Probabilidad.

➤ Clásica o de Laplace – “A priori”

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A

En símbolos:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad \text{con } n > 0;$$

Ejemplo: consideremos el siguiente experimento aleatorio:

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Determinar la probabilidad del Suceso A: obtener un dos: $A = \{2\}$

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición clásica de Probabilidad.

➤ Clásica o de Laplace – “A priori”

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A

En símbolos:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad \text{con } n > 0;$$

Ejemplo: consideremos el siguiente experimento aleatorio:

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

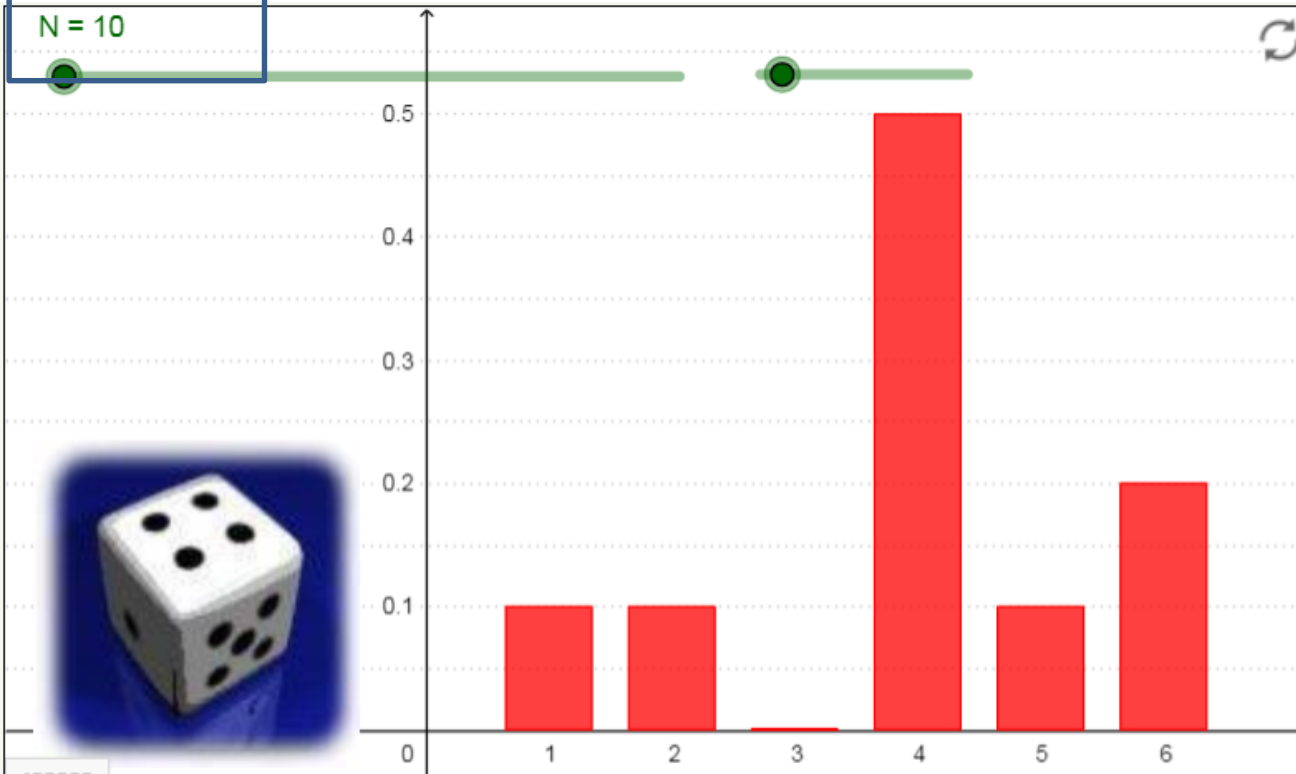
Determinar la probabilidad del Suceso A: obtener un dos: $A = \{2\}$

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables}}{n^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{1}{6} = 0.1667$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Frecuencia Relativa.

N = 10

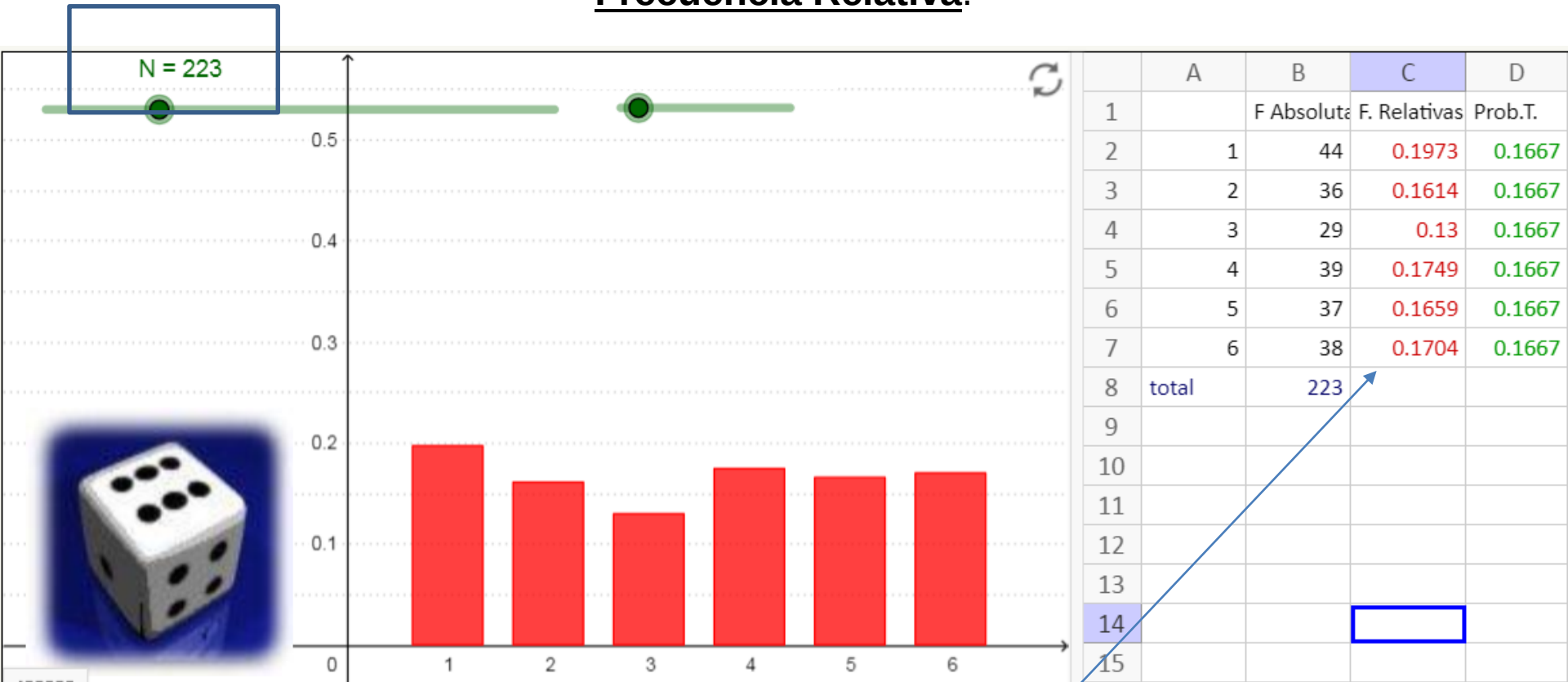


	A	B	C	D
1		F Absoluta	F. Relativas	Prob.T.
2	1	1	0.1	0.1667
3	2	1	0.1	0.1667
4	3	0	0	0.1667
5	4	5	0.5	0.1667
6	5	1	0.1	0.1667
7	6	2	0.2	0.1667
8	total	10		
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

$$f_r = \frac{n_A}{n}$$

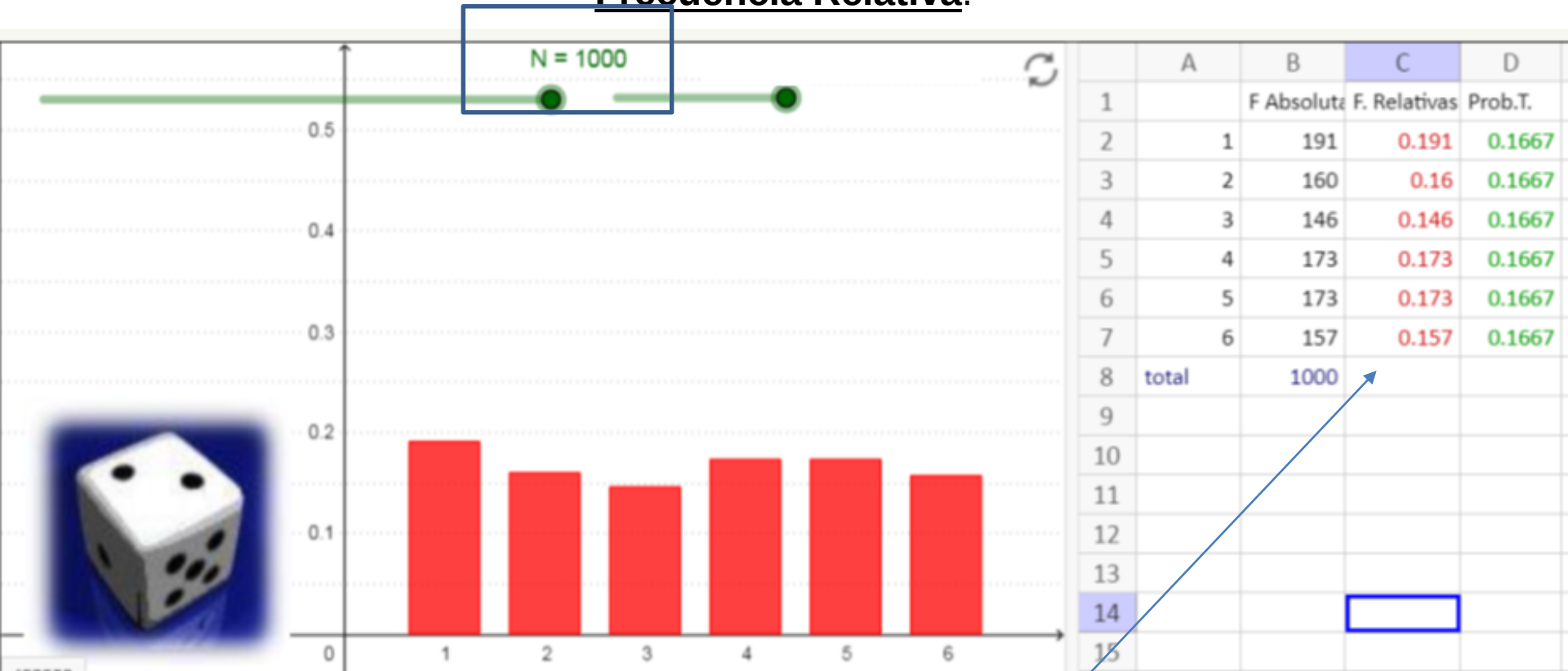
Axiomática de la teoría de probabilidades.

Frecuencia Relativa.



Axiomática de la teoría de probabilidades.

Frecuencia Relativa.



$$f_r = \frac{n_A}{n}$$

La frecuencia relativa de un suceso converge en sentido probabilístico a la probabilidad de ese suceso cuando el número de pruebas es lo suficientemente grande.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

➤ Definición axiomática

Frecuencia relativa. Consideremos un experimento que se repite n veces y sea A un suceso asociado con dicho experimento. Sea n_A el número de veces que ocurre el suceso A en las n repeticiones. Se llama frecuencia relativa de A al cociente:

$$f_A = \frac{n_A}{n} \quad n > 0$$

Propiedades:

- 1) $0 \leq f_A \leq 1$
- 2) $f_A = 1$ si y sólo si A ocurre en las n repeticiones.
- 3) $f_A = 0$ si y sólo si A no ocurre en las n repeticiones.
- 4) Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes y si $f_{A \cup B}$ es la frecuencia relativa del suceso $A \cup B$ entonces $f_{A \cup B} = f_A + f_B$
- 5) f_A "converge" es sentido probabilístico a $P(A)$ cuando n tiende a infinito. (principio de estabilidad de las frecuencias).

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición: dado un experimento y su espacio muestral asociado a dicho experimento, se llama *probabilidad* de un suceso A , notada por $P(A)$, al número real que satisface las siguientes condiciones:

1) $0 \leq P(A) \leq 1$

2) $P(S) = 1$

3) Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes entonces
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

4) Si $A_1, A_2, \dots$ son sucesos mutuamente excluyentes dos a dos entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Propiedades de la Probabilidad:

1) Si $A = \emptyset \Rightarrow P(A) = 0$

2) Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

3) Si A y B son sucesos cualesquiera entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

4) Si A , B y C son sucesos cualesquiera entonces:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

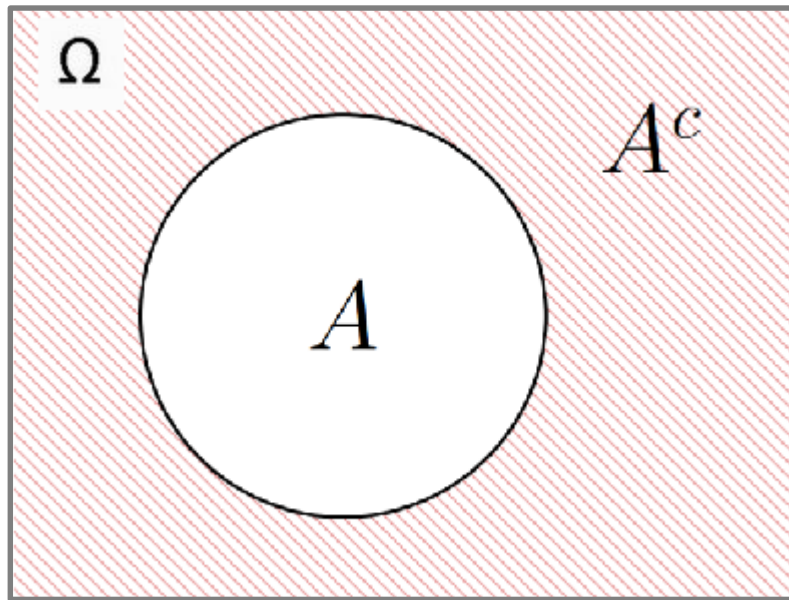
5) Si $A \subset B$ entonces $P(A) \leq P(B)$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

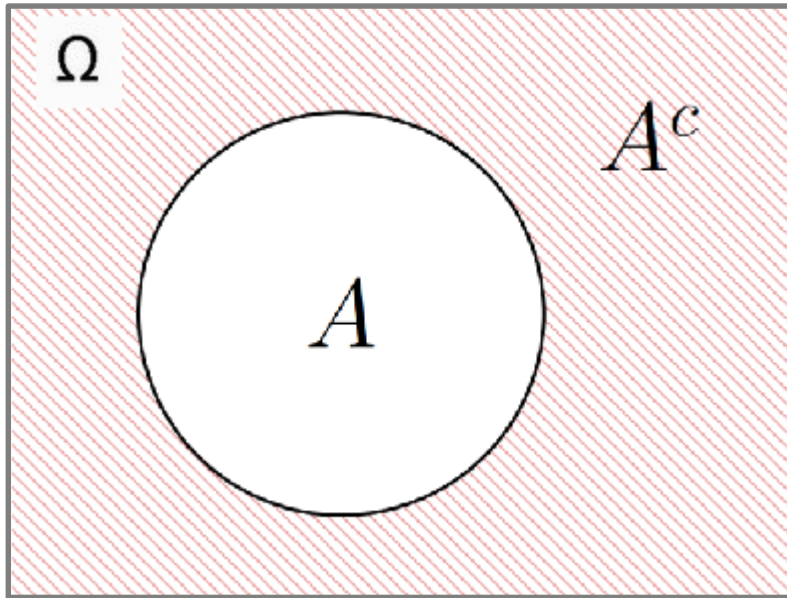
Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$



Sucesos Complementarios

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

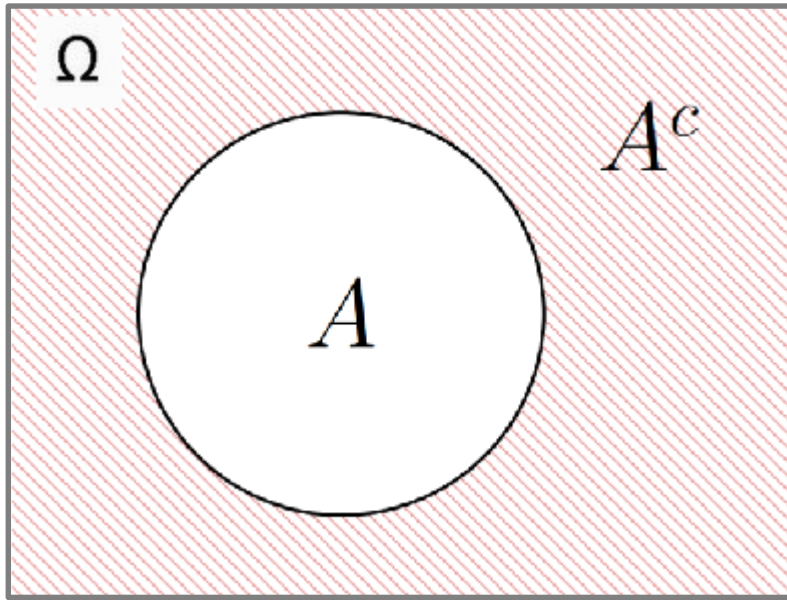


$$\Omega = A \cup \bar{A}$$

Sucesos Complementarios

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$



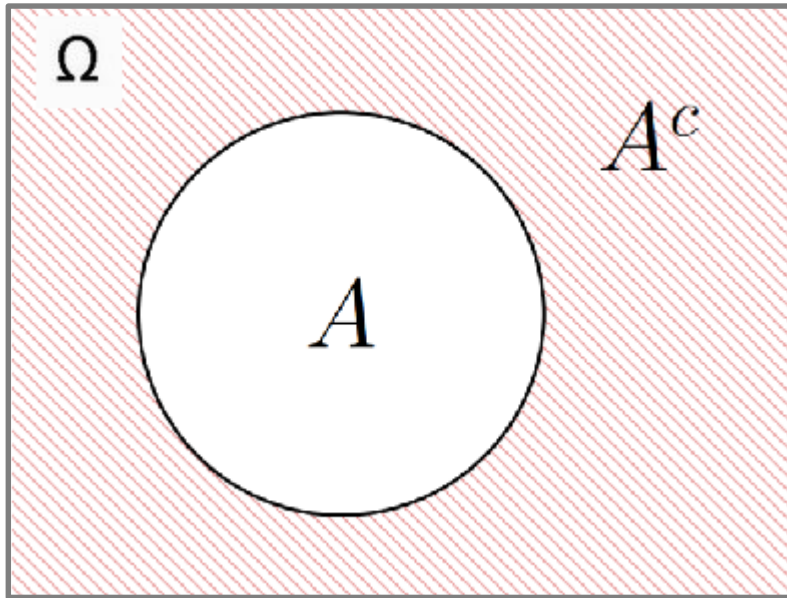
$$\Omega = A \cup \bar{A}$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

Sucesos Complementarios

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$



$$\Omega = A \cup \bar{A}$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

De 2) y 3) de la definición axiomática de Probabilidad

Sucesos Complementarios

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Definición: dado un experimento y su espacio muestral asociado a dicho experimento, se llama *probabilidad* de un suceso A , notada por $P(A)$, al número real que satisface las siguientes condiciones:

1) $0 \leq P(A) \leq 1$

2) $P(S) = 1$

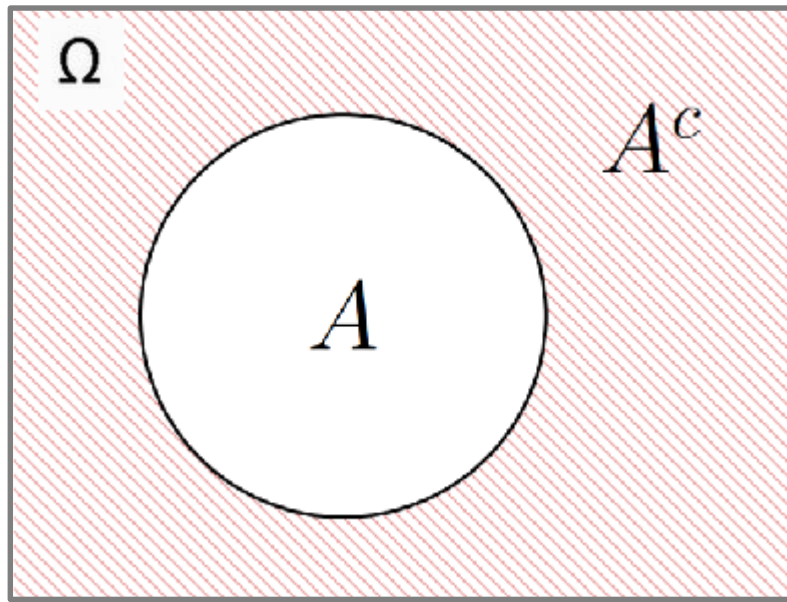
3) Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes entonces
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

4) Si $A_1, A_2, \dots$ son sucesos mutuamente excluyentes dos a dos entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Si $\bar{A}$ es el suceso complementario de suceso A , entonces $P(A) = 1 - P(\bar{A})$



Sucesos Complementarios

$$\Omega = A \cup \bar{A}$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

De 2) y 3) de la definición axiomática de Probabilidad

$$\underbrace{1}_{2)} = \underbrace{P(\Omega)}_{2)} = \underbrace{P(A) + P(\bar{A})}_{3)}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplos:

1. Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?

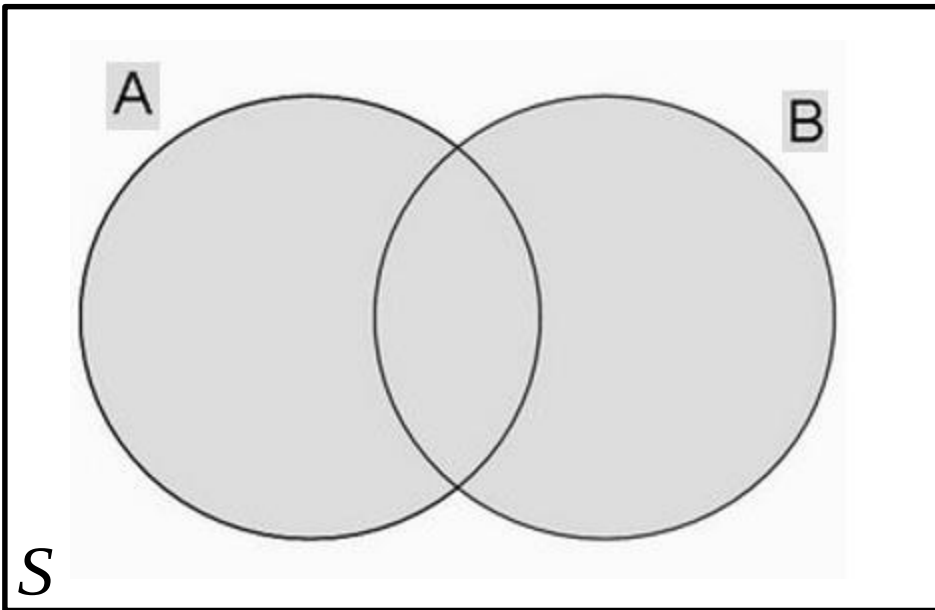
b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



$$P(A) = 0.01$$

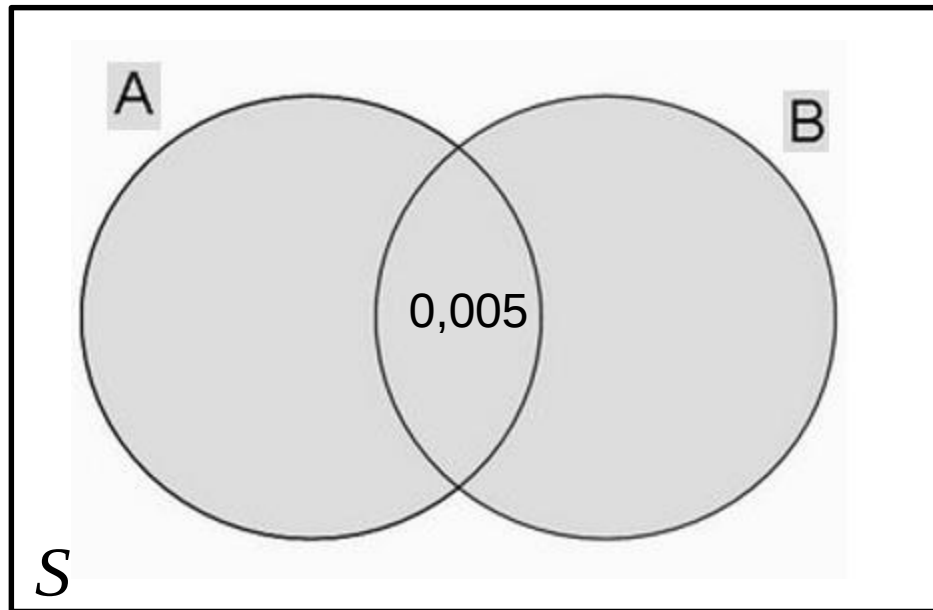
$$P(B) = 0.02$$

$$P(A \cap B) = 0.005$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

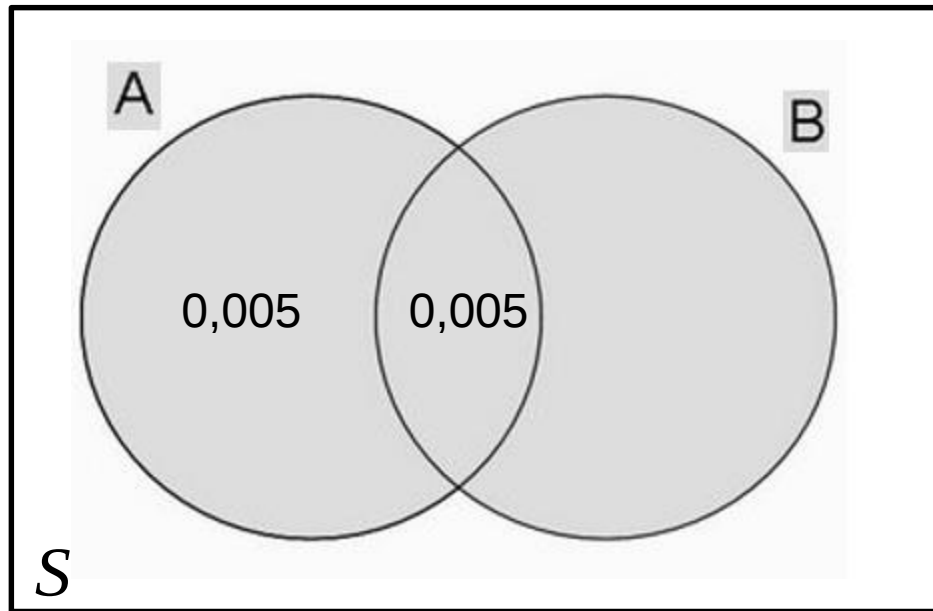
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

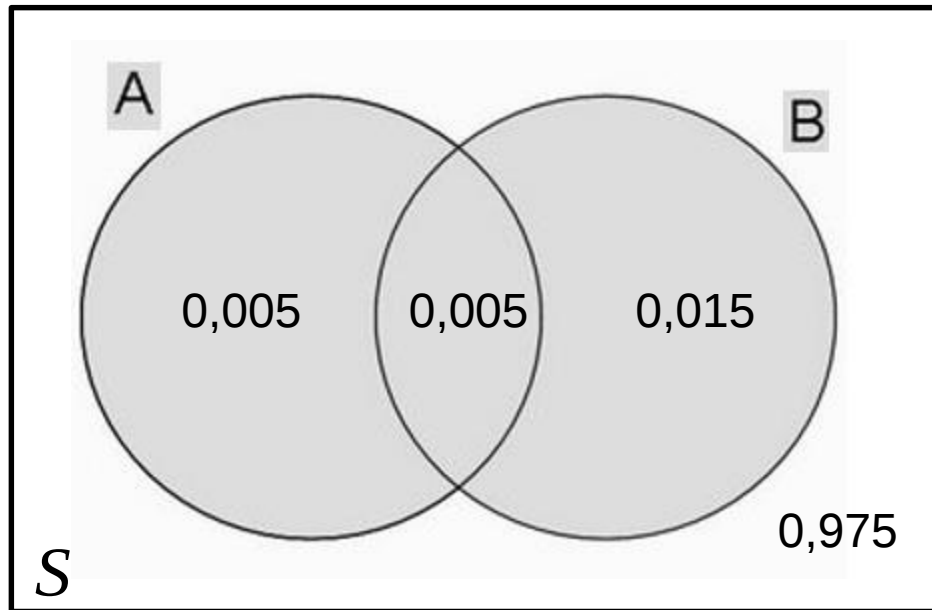
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

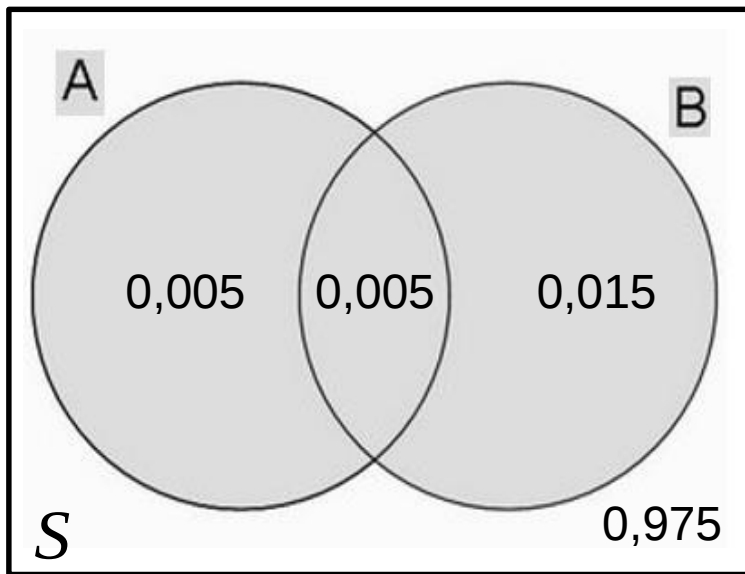
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?

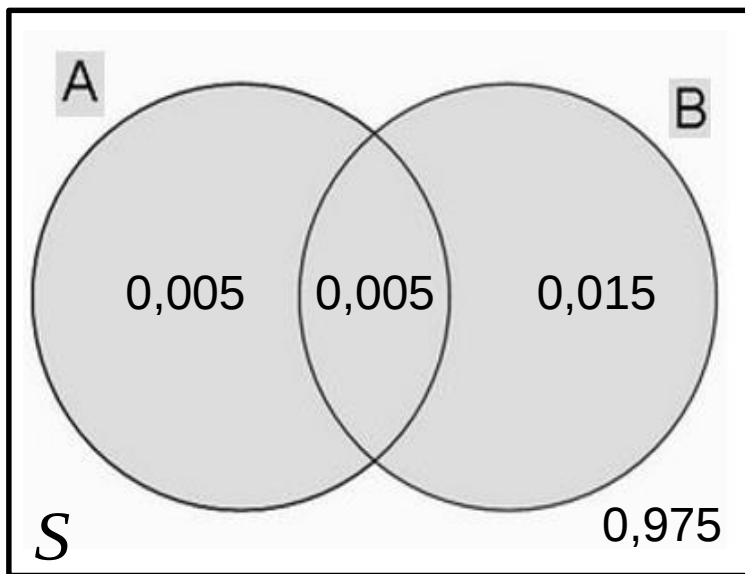


$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \equiv P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



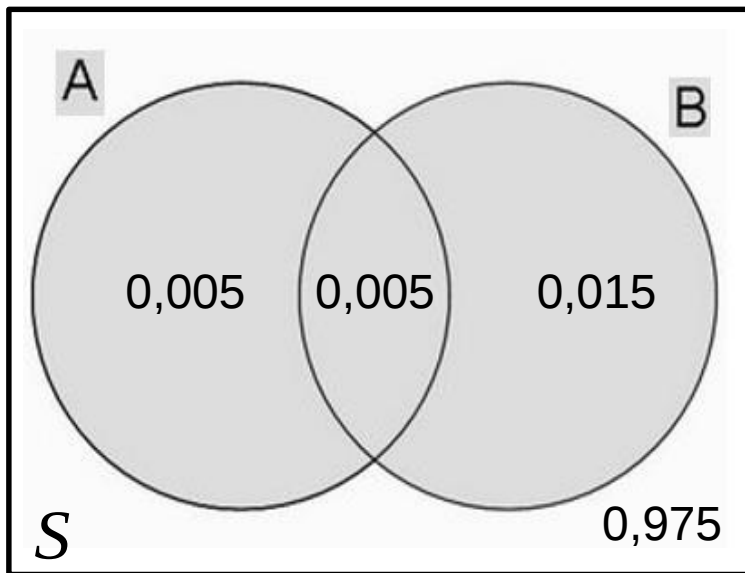
$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \equiv P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0.01 = 0.99$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



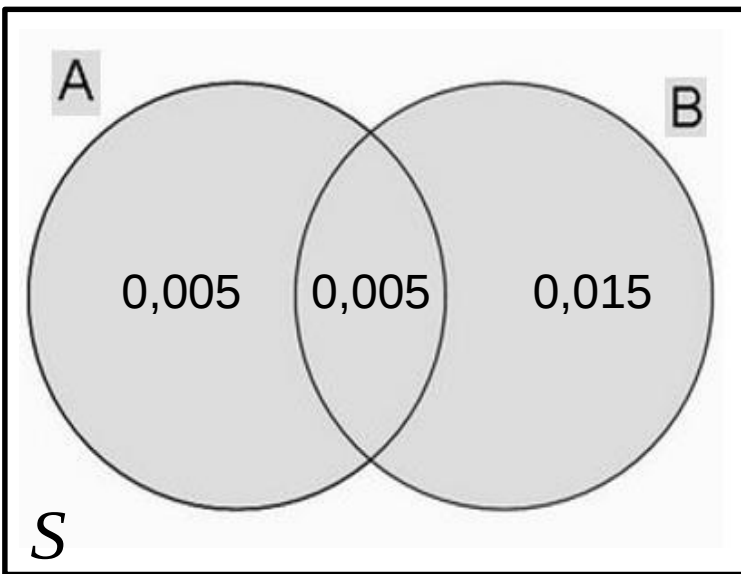
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Los artículos que fabrica una determinada empresa pueden salir con dos tipos de defectos: A ó B. La probabilidad de que un artículo tenga un defecto tipo A es 0,01 ; la de tener un defecto tipo B es 0,02 y la de tener ambos tipos de defectos es 0,005. Si se extrae un artículo al azar;

a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo no tenga defectos tipo A?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho artículo tenga defectos?



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.01 + 0.02 - 0.005 = 0.025$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Ejemplos:

2. Se extrae una tarjeta al azar de 30 tarjetas numeradas del 1 al 30. ¿Cuál es la probabilidad de que la tarjeta sea un múltiplo de 4 o de 6?

Axiomática de la teoría de probabilidades.

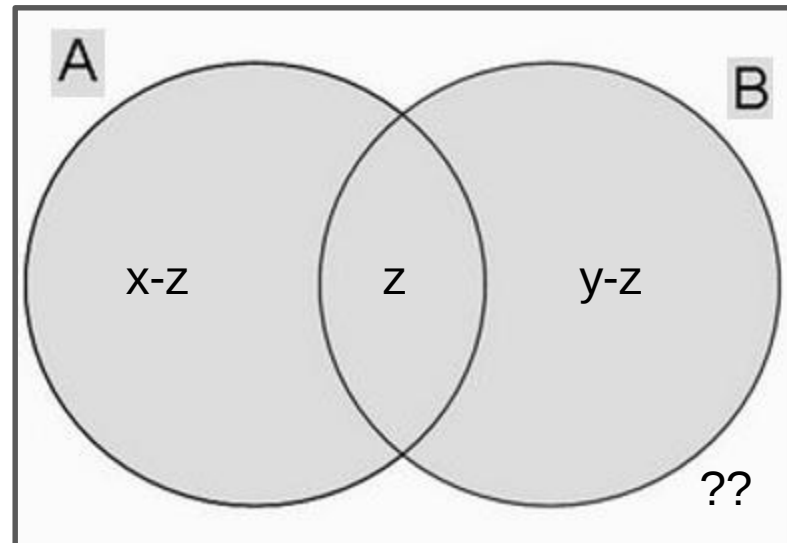
9. @Supóngase que A y B son sucesos para los cuales $P(A) = x$; $P(B) = y$; $P(A \cap B) = z$. Exprese cada una de las probabilidades siguientes en términos de x, y, z:

a) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

b) $P(\bar{A} \cap B)$

c) $P(\bar{A} \cup B)$

d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$



Operaciones con sucesos.

Algunos resultados útiles de la teoría de conjuntos.

i) $A \cup \emptyset = A; \quad A \cap \emptyset = \emptyset$

ii) $A \cup S = S; \quad A \cap S = A$

iii) Todo conjunto lo podemos escribir como la unión de dos conjuntos disjuntos de la siguiente manera: $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$.

iv) Leyes de De Morgan: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}; \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Pensar y resolver para el encuentro sincrónico

Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo, por observar que al jugar con 3 dados, la suma “10” aparece con más frecuencia que la “9”. Según el jugador, los casos favorables al 9 serían:

1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4 y 3-3-3; y al 10: 1-3-6, 1-4-5, 2-2-6, 2-3-5, 2-4-4 y 3-3-4.

Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables.

Explicar por qué y calcular las correspondientes probabilidades.

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo, por observar que al jugar con 3 dados, la suma “10” aparece con más frecuencia que la “9”. Según el jugador, los casos favorables al 9 serían:

1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4 y 3-3-3; y al 10: 1-3-6, 1-4-5, 2-2-6, 2-3-5, 2-4-4 y 3-3-4.

Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables.

Explicar por qué y calcular las correspondientes probabilidades.

Cada una de las caras de un dado puede emparejarse con cada una de las 6 caras de los otros dos dados. Por lo tanto existen $6 \times 6 \times 6 = 216$ tríos posibles, o 216 casos totales.

$$A = \{(X_1, X_2, X_3) / X_1 + X_2 + X_3 = 9\}$$

$$B = \{(X_1, X_2, X_3) / X_1 + X_2 + X_3 = 10\}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo, por observar que al jugar con 3 dados, la suma “10” aparece con más frecuencia que la “9”. Según el jugador, los casos favorables al 9 serían:

1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4 y 3-3-3; y al 10: 1-3-6, 1-4-5, 2-2-6, 2-3-5, 2-4-4 y 3-3-4.

Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables.

Explicar por qué y calcular las correspondientes probabilidades.

Cada una de las caras de un dado puede emparejarse con cada una de las 6 caras de los otros dos dados. Por lo tanto existen $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ tríos posibles, o 216 casos totales.

$$A = \{(X_1, X_2, X_3) / X_1 + X_2 + X_3 = 9\}$$

$$A = \{126, 135, 144, 225, 234, 333\}$$

$$B = \{(X_1, X_2, X_3) / X_1 + X_2 + X_3 = 10\}$$

$$B = \{136, 145, 226, 235, 244, 334\}$$