Axiomática de la Teoría de Probabilidad

Dr. Pastore, Juan Ignacio

Resumen de la presentación.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ ***modelos determinísticos:*** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.

- ✓ ***modelos no determinísticos o probabilísticos:*** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Resumen de la presentación.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ ***modelos determinísticos:*** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.

- ✓ ***modelos no determinísticos o probabilísticos:*** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Resumen de la presentación.

Los modelos matemáticos los podemos clasificar en:

- ✓ ***modelos determinísticos:*** son aquellos que dan lugar al mismo resultado siempre que se realicen bajo idénticas condiciones. No contemplan la existencia del azar.

- ✓ ***modelos no determinísticos o probabilísticos:*** se caracterizan porque sus resultados pueden variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales.

Experimento: Un experimento especifica exactamente que pruebas han de realizarse y que información debe observarse. Nos ocuparemos por el momento de aquellos experimentos que pueden repetirse sucesivamente bajo las mismas condiciones.

Resumen de la presentación.

Aspectos importantes que describen un **experimento aleatorio**:

•Es posible repetir cada experimento en forma independiente sin cambiar esencialmente las condiciones de experimentación.
•Aunque en general no podemos indicar cuál será un resultado particular del experimento podemos describir el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.
•A medida que el experimento se repite, los resultados individuales parecen ocurrir siguiendo cierto patrón.

Ejemplo:

ε : Se arroja un dado y se observa el número de la cara superior.

Espacio Muestral: con cada experimento se define el ***espacio muestral*** asociado como el conjunto de todos los resultados posibles del experimento. Se simboliza con la letra S.

Resumen de la presentación.

Clasificación de espacios muestrales:

Espacios muestrales discretos sus elementos resultan de hacer conteos.

Espacios muestrales continuos sus resultados resultan de hacer mediciones.

Suceso: es el resultado de un experimento. Si nos basamos en la definición de espacio muestral, un suceso es un subconjunto del espacio muestral. Formalmente, se llama suceso A respecto de un espacio muestral S asociado a un experimento aleatorio a todo subconjunto de S.

Ejemplo

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

$$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

A : Obtener un número impar.

$$A = \{1, 3, 5\}$$

Resumen de la presentación.

Clasificación de sucesos:

a) **Sucesos ciertos**, ocurren siempre independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
b) **Sucesos imposibles**, con certeza no ocurrirán independientemente si se cumplen ciertas condiciones.
c) **Sucesos aleatorios**, son aquellos que pueden o no ocurrir.
d) **Sucesos mutuamente excluyentes**; no pueden ocurrir juntos.
e) **Sucesos únicamente posibles**. (los sucesos únicamente posibles son mutuamente excluyentes pero la recíproca no necesariamente vale).
f) **Sucesos igualmente posibles o probables**: todos tiene la misma "probabilidad" de ocurrir.

Resumen de la presentación.

Operaciones con sucesos

Al suponer los sucesos como subconjuntos de un conjunto ***S*** (espacio muestral) la teoría de conjuntos juega un importante papel en probabilidades. Podremos aplicar operaciones como unión, intersección y diferencia:

1.Unión de sucesos: Dados dos sucesos A y B se llama **unión de A y B**, y se representa por A∪B, al suceso que se realiza cuando se realiza alguno de ellos, A o B, o ambos simultáneamente.

2.Intersección de sucesos: Dados dos sucesos A y B, se llama suceso **intersección de A y B**, y se representa por A ∩ B, al suceso que se realiza si y sólo sí se realizan simultáneamente A y B.

3.Sucesos Complementarios: Dado un suceso **A**, se llama **suceso contrario** o **complementario** de **A**, y se representa por **Ā**, al suceso que se realiza cuando no se realiza **A** y recíprocamente.

4.Suceso contenido en otro: Un suceso A se dice que está contenido o inducido en otro B si siempre que se verifica A se verifica B. Se representa A⊂B.

Resumen de la presentación.

Definición clásica de Probabilidad.

- **Clásica o de Laplace – "A priori"**

Dado un experimento y su espacio muestral asociado, se llama probabilidad de un suceso A a la razón entre el número de resultados favorables a A (m) y el número total de resultados posibles (n). (Bajo la suposición de que cada uno de estos resultados son igualmente probables).

En símbolos:

$$P(A) = \frac{n^{o} \text{ de casos favorables}}{n^{o} \text{ de casos totales}} = \frac{m}{n} \quad con\ n > 0;$$

a) La definición de la Laplace supone que el número de casos favorables, y por tanto también el de casos posibles, es finito. En este caso la probabilidad de un suceso es siempre un número real entre 0 y 1. La probabilidad 0 significa que no hay ningún caso favorable, es decir que el suceso es un suceso imposible. La probabilidad 1 significa que el número de casos favorables es igual al número de casos posibles, es decir el suceso es un suceso cierto.

Resumen de la presentación.

➢ **Definición axiomática**

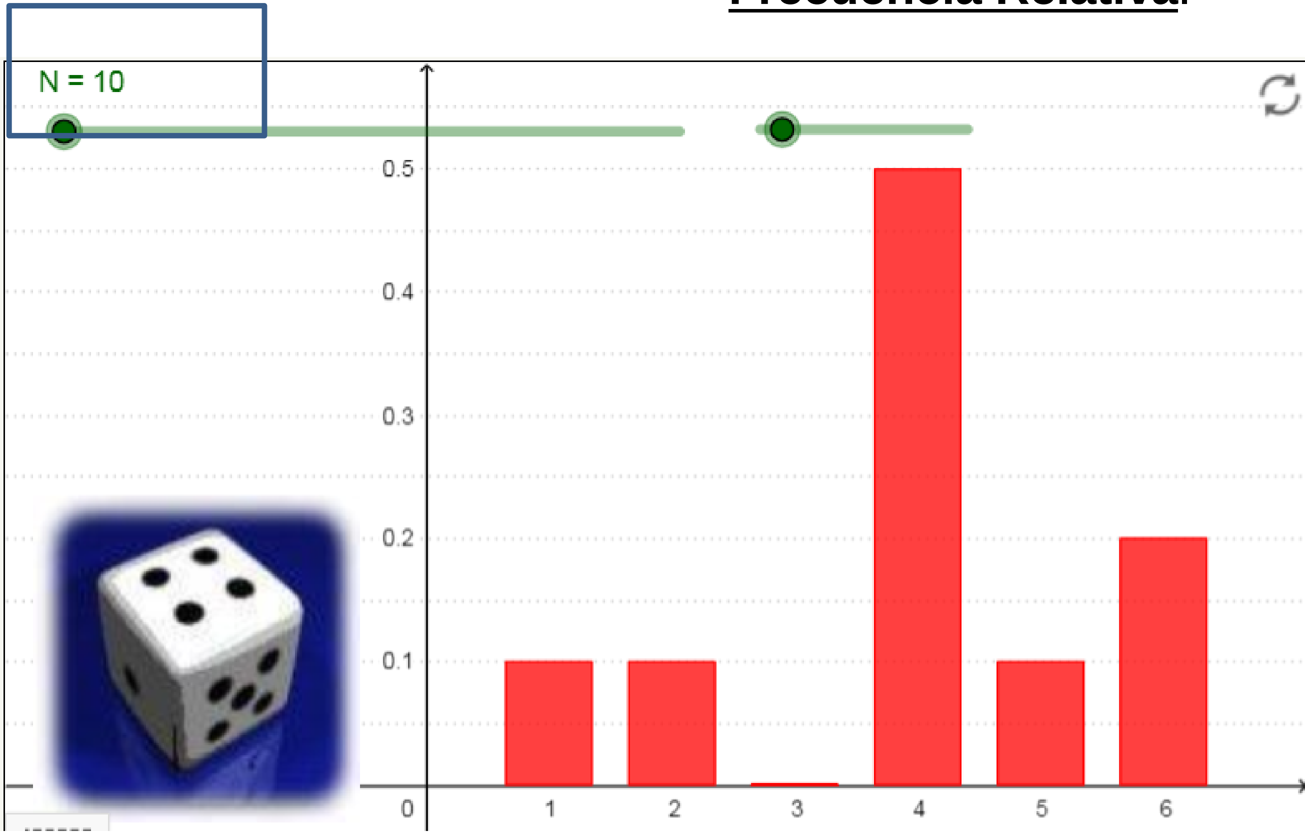
Frecuencia relativa. Consideremos un experimento que se repite ***n*** veces y sea ***A*** un suceso asociado con dicho experimento. Sea n_A el número de veces que ocurre el suceso ***A*** en las ***n*** repeticiones. Se llama frecuencia relativa de ***A*** al cociente:

$$f_A = \frac{n_A}{n} \quad n > 0$$

Propiedades:

1) $0 \leq f_A \leq 1$
2) $f_A = 1$ si y sólo sí A ocurre en las n repeticiones.
3) $f_A = 0$ si y sólo sí A no ocurre en las n repeticiones.
4) Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes y si $f_{A \cup B}$ es la frecuencia relativa del suceso $A \cup B$ entonces $f_{A \cup B} = f_A + f_B$
5) f_A "converge" es sentido probabilístico a ***P(A)*** cuando n tiende a infinito. (principio de estabilidad de las frecuencias).

Frecuencia Relativa.

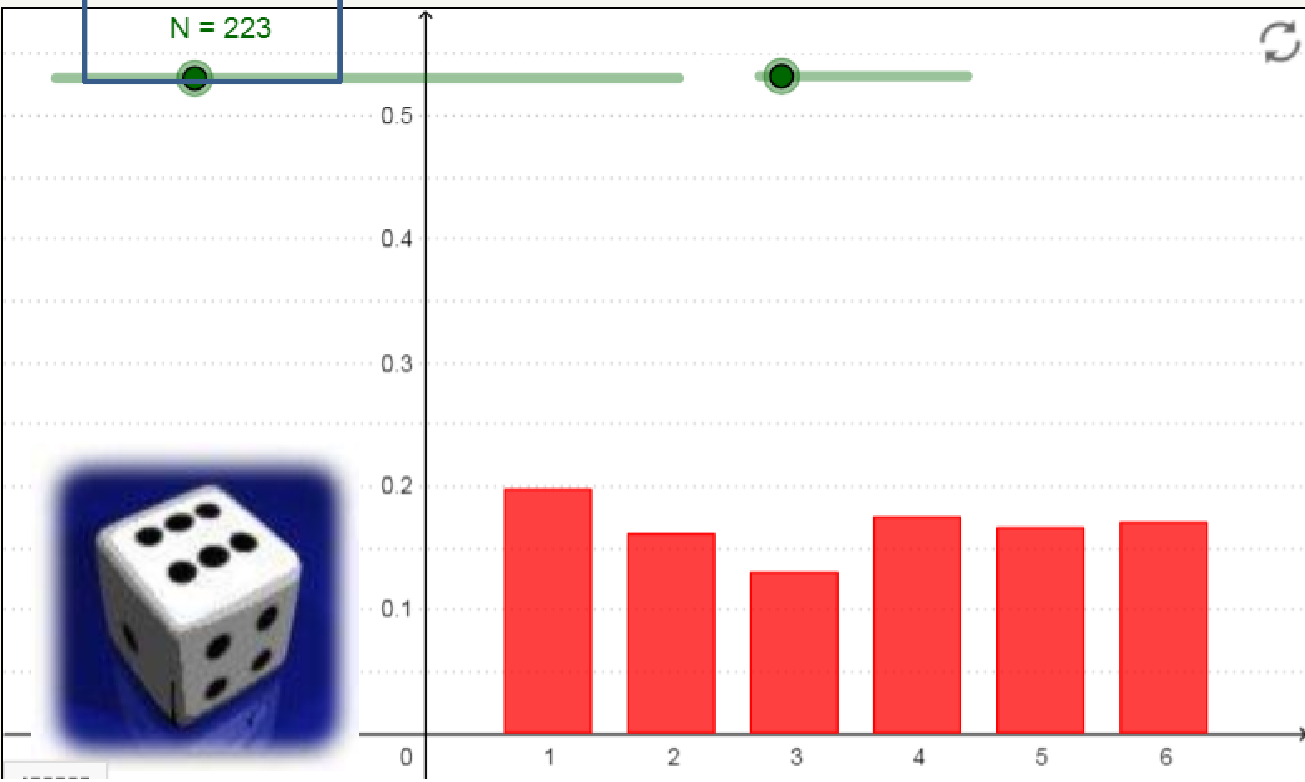


	A	B	C	D
1		F Absoluta	F. Relativas	Prob.T.
2	1	1	0.1	0.1667
3	2	1	0.1	0.1667
4	3	0	0	0.1667
5	4	5	0.5	0.1667
6	5	1	0.1	0.1667
7	6	2	0.2	0.1667
8	total	10		
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

$$f_r = \frac{n_A}{n}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Frecuencia Relativa.

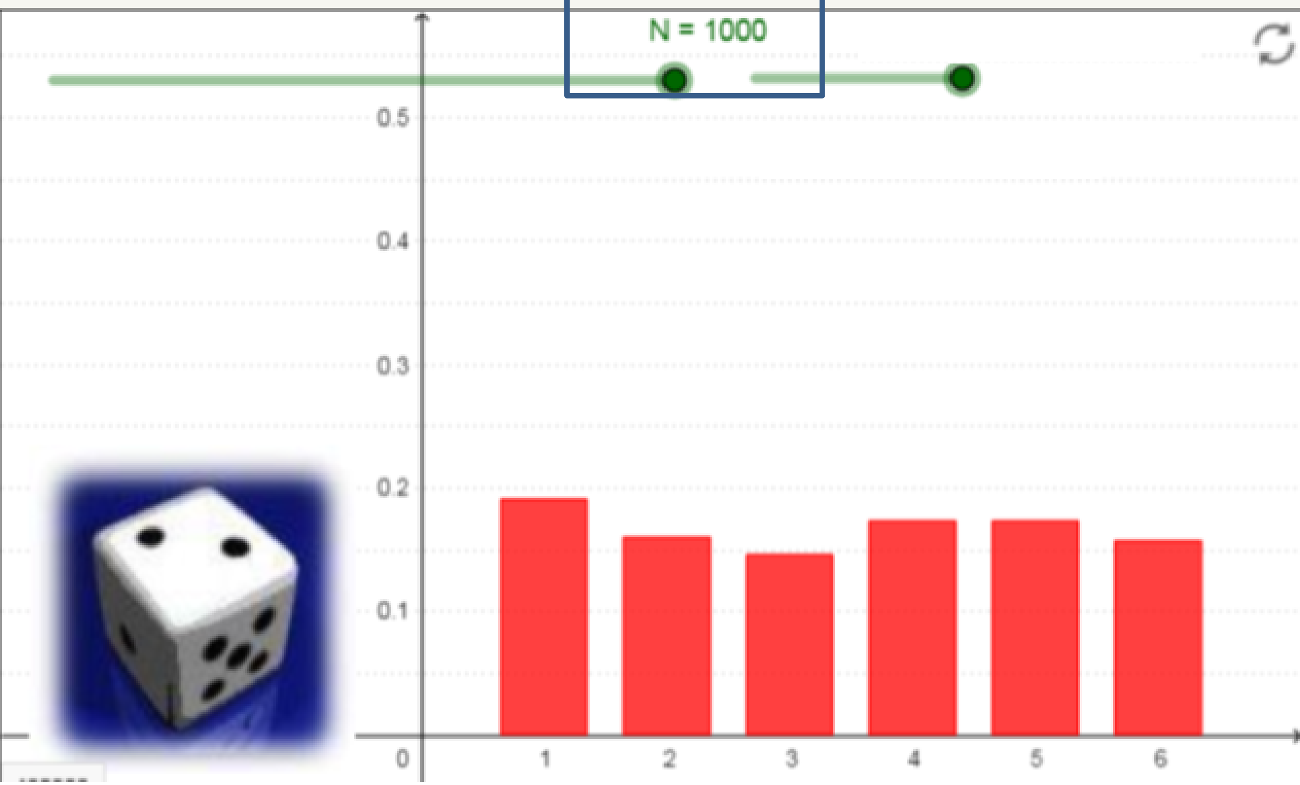


	A	B	C	D
1		F Absoluta	F. Relativas	Prob.T.
2	1	44	0.1973	0.1667
3	2	36	0.1614	0.1667
4	3	29	0.13	0.1667
5	4	39	0.1749	0.1667
6	5	37	0.1659	0.1667
7	6	38	0.1704	0.1667
8	total	223		
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

$$f_r = \frac{n_A}{n}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

Frecuencia Relativa.



	A	B	C	D
1		F Absoluta	F. Relativas	Prob.T.
2	1	191	0.191	0.1667
3	2	160	0.16	0.1667
4	3	146	0.146	0.1667
5	4	173	0.173	0.1667
6	5	173	0.173	0.1667
7	6	157	0.157	0.1667
8	total	1000		
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

$$f_r = \frac{n_A}{n}$$

Axiomática de la teoría de probabilidades.

La frecuencia relativa de un suceso converge en sentido probabilístico a la probabilidad de ese suceso cuando el número de pruebas es lo suficientemente grande.

Resumen de la presentación.

Definición: dado un experimento y su espacio muestral asociado a dicho experimento, se llama *probabilidad* de un suceso A, notada por P(A), al número real que satisface las siguientes condiciones:

1) $0 \leq P(A) \leq 1$

2) $P(S) = 1$

3) Si A y B son sucesos mutuamente excluyentes entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

4) Si $A_1, A_2, \ldots$ son sucesos mutuamente excluyentes dos a dos entonces

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Probabilidad Condicional:

Probabilidad condicional:

La probabilidad condicionada es uno de los conceptos clave en Teoría de la Probabilidad.

En el tema anterior se ha introducido el concepto de probabilidad considerando que la única información sobre el experimento era el espacio muestral. Sin embargo, hay situaciones en las que se incorpora información suplementaria como puede ser que ha ocurrido otro suceso, con lo que **puede variar el espacio de resultados posibles** y consecuentemente, sus probabilidades.

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.

Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.
Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

a) Supongamos que estamos haciendo la extracción **CON SUSTITUCIÓN**.

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.
Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

a) Supongamos que estamos haciendo la extracción **CON SUSTITUCIÓN**.

Cada vez que extraemos una notebook del lote, existen 20 notebook con software comercial de un total de 100.

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.
Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

a) Supongamos que estamos haciendo la extracción **CON SUSTITUCIÓN**.

Cada vez que extraemos una notebook del lote, existen 20 notebook con software comercial de un total de 100.

$$P(A) =$$

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.
Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

a) Supongamos que estamos haciendo la extracción **CON SUSTITUCIÓN**.

Cada vez que extraemos una notebook del lote, existen 20 notebook con software comercial de un total de 100.

$$P(A) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Probabilidad Condicional:

Para introducir este nuevo concepto consideremos la siguiente situación:

Con la incorporación de las nuevas carreras de informática la facultad de ingeniería ha incorporado 100 notebook, de las cuales 20 poseen software comercial y 80 software libre. Supongamos que escogemos en forma aleatoria dos notebook y analizamos su Sistema Operativo.
Definimos lo siguientes sucesos:

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

a) Supongamos que estamos haciendo la extracción **CON SUSTITUCIÓN**.

Cada vez que extraemos una notebook del lote, existen 20 notebook con software comercial de un total de 100.

$$P(A) = P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

$$100 \text{ notebook} \begin{cases} 20 \text{ con software comercial} \\ 80 \text{ con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

$$100 \text{ notebook} \begin{cases} 20 \text{ con software comercial} \\ 80 \text{ con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A) = \frac{1}{5}$$

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial
100 notebook → 80 con software libre

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A) = \frac{1}{5} \qquad P(B) = ?$$

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

$$100 \text{ notebook} \begin{cases} 20 \text{ con software comercial} \\ 80 \text{ con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A) = \frac{1}{5} \qquad P(B) = ?$$

Debemos conocer la composición del lote al momento de extraer la segunda notebook.

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **<u>SIN SUSTITUCIÓN</u>**.

$$100 \text{ notebook} \begin{cases} 20 \text{ con software comercial} \\ 80 \text{ con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A) = \frac{1}{5} \qquad P(B) = ?$$

Debemos conocer la composición del lote al momento de extraer la segunda notebook.

Debemos saber si A ocurre o no

$$P(B) = \begin{cases} \dfrac{20}{99} \text{ si no ocurre A} \\ \dfrac{19}{99} \text{ si ocurre A} \end{cases}$$

Probabilidad Condicional:

b) Supongamos que estamos haciendo la extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

$$100 \text{ notebook} \begin{cases} 20 \text{ con software comercial} \\ 80 \text{ con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A) = \frac{1}{5} \qquad P(B) = ?$$

Debemos conocer la composición del lote al momento de extraer la segunda notebook.

Debemos saber si A ocurre o no

$$P(B) = \begin{cases} \dfrac{20}{99} \text{ si no ocurre A} \\ \dfrac{19}{99} \text{ si ocurre A} \end{cases} \Longrightarrow P(B/A)$$

Probabilidad Condicional:

Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento tal que P(A)>0, se define la probabilidad de B condicionada al evento A como:

$$\boxed{P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}}$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_1 + x_2 = 10 \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_1 > x_2 \right\}$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_1 + x_2 = 10 \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_1 > x_2 \right\}$$

$$P\left(A / B\right) = \frac{P\left(A \cap B\right)}{P\left(B\right)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36} \qquad P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36} \qquad P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36} \qquad P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{1}{15}; \qquad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{3}{36}} = \frac{1}{3};$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36} \qquad P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(B / A) =$$

Probabilidad Condicional:

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 = 10\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_1 > x_2\}$$

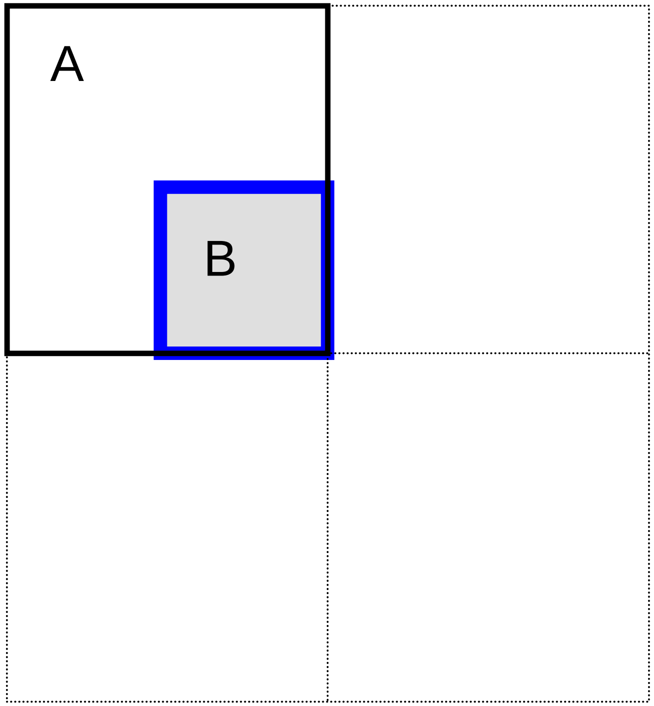
$$P(A) = \frac{3}{36}$$

$$P(B/A) = \frac{1}{3};$$

Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

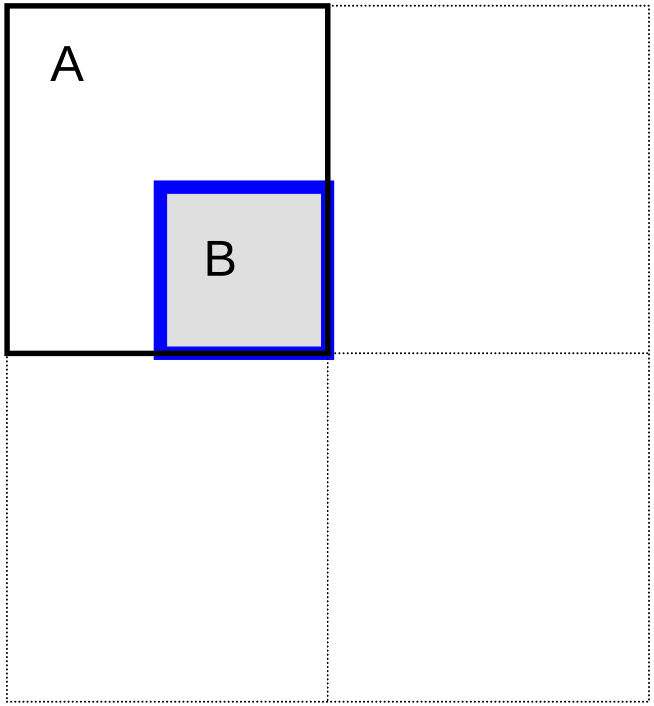
$$a) \quad B \subset A \quad \Rightarrow \quad P\left(B/A\right) = \frac{P\left(B\right)}{P\left(A\right)}$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

$$a) \quad B \subset A \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = \frac{P(B)}{P(A)}$$

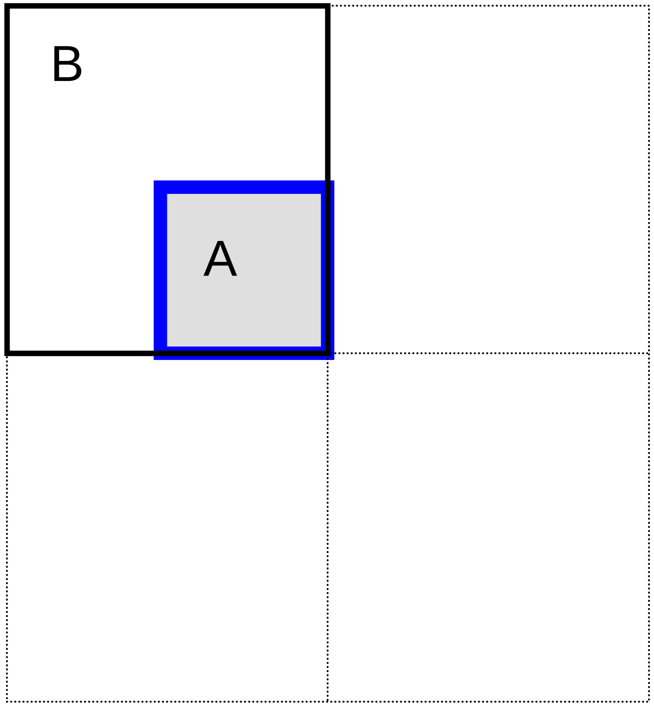


$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} \geq P(B)$$

Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

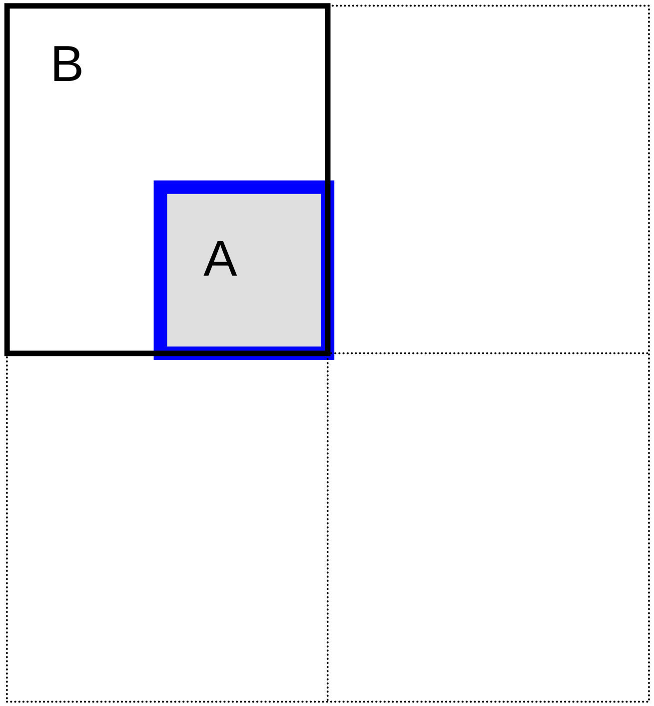
$$b) \quad A \subset B \quad \Rightarrow \quad P\left(B/A\right) = ?$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

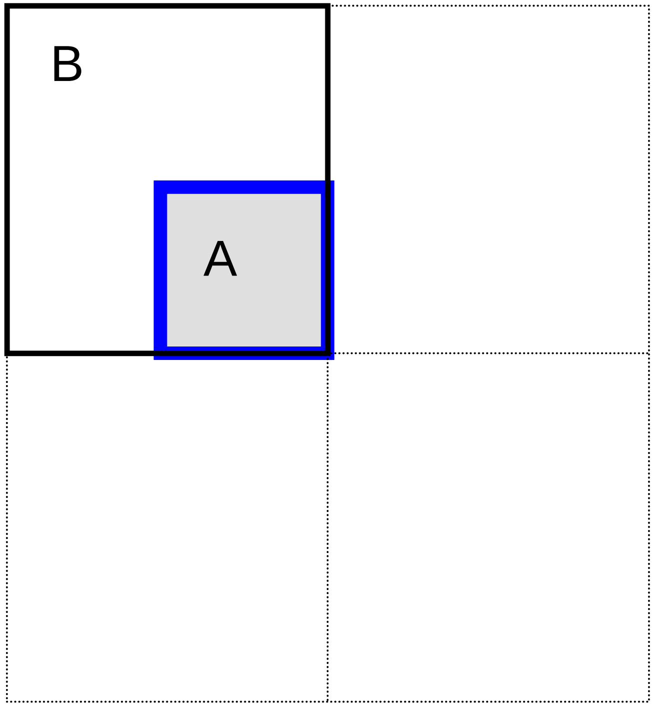
$$b) \quad A \subset B \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

$$b) \quad A \subset B \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

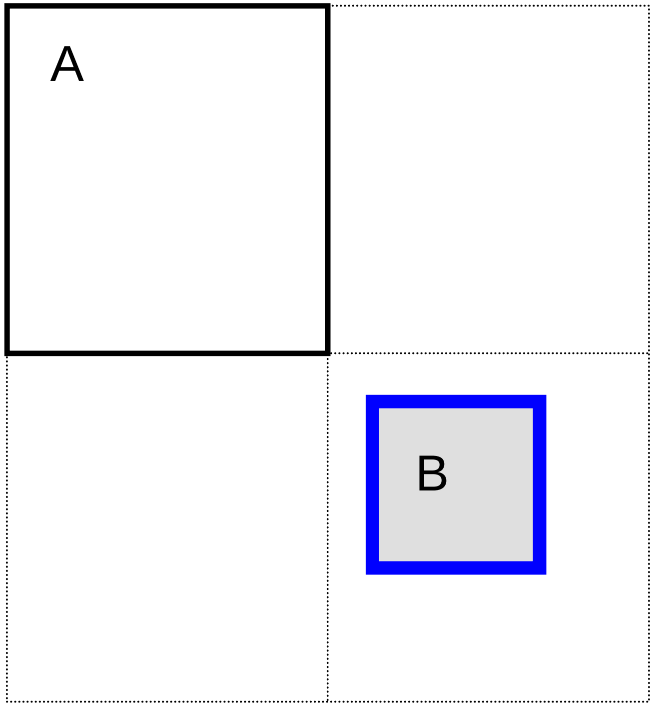


$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

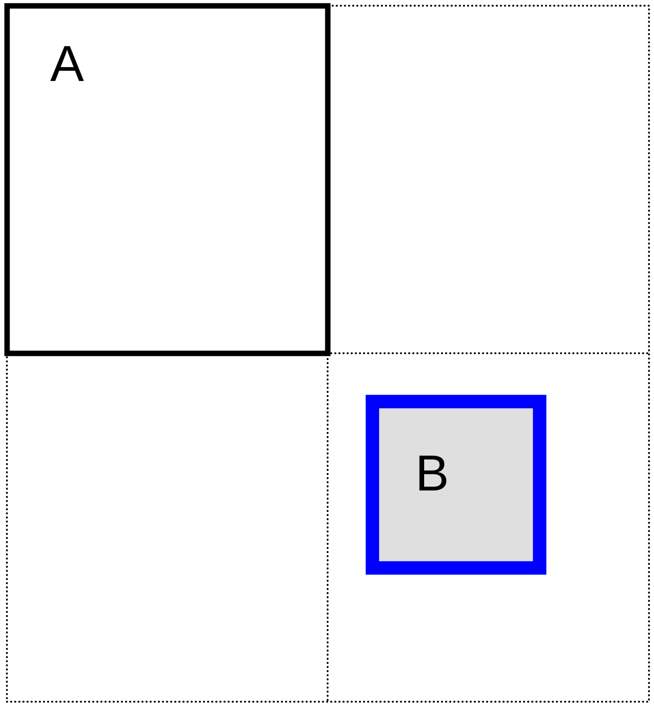
$$c) \quad A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P\left(B / A\right) = ?$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

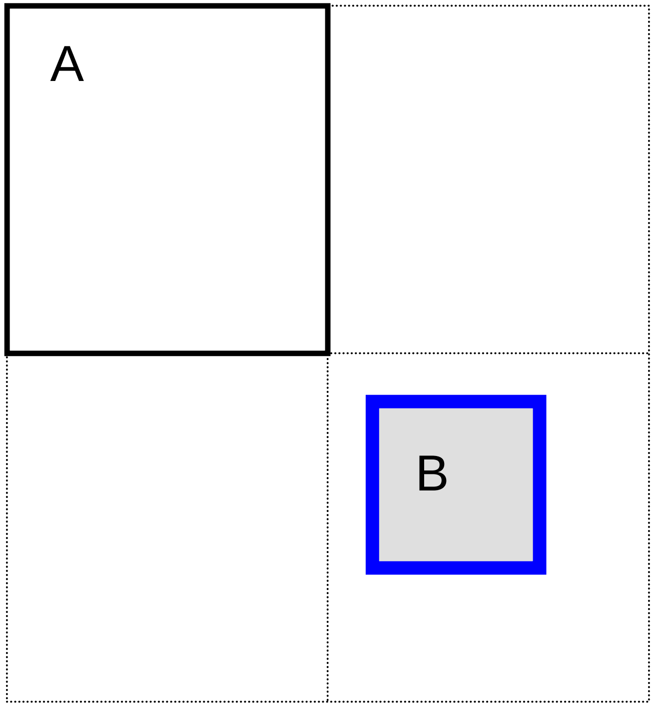
$$c) \quad A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = 0$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

$$c) \quad A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(B / A) = 0$$

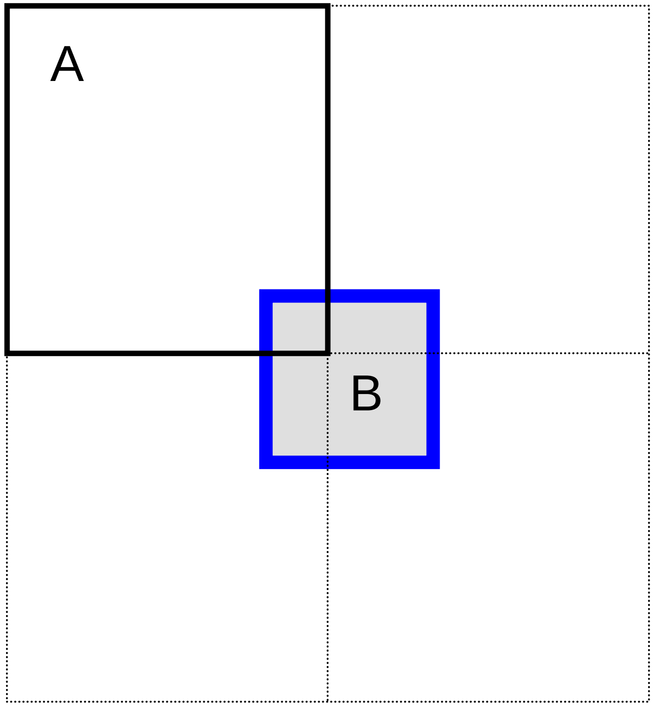


$$P(B / A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\varnothing)}{P(A)} = 0 \leq P(B)$$

Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

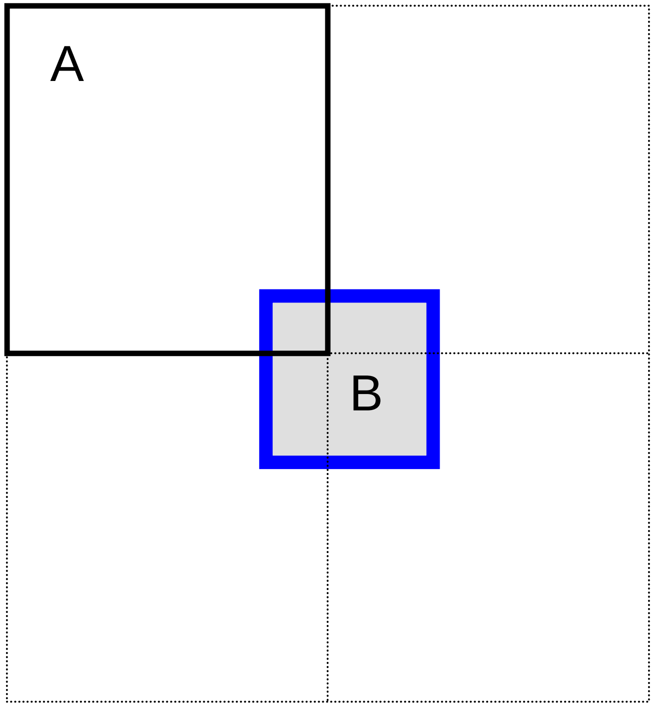
$$d) \quad A \cap B \neq \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = ?$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

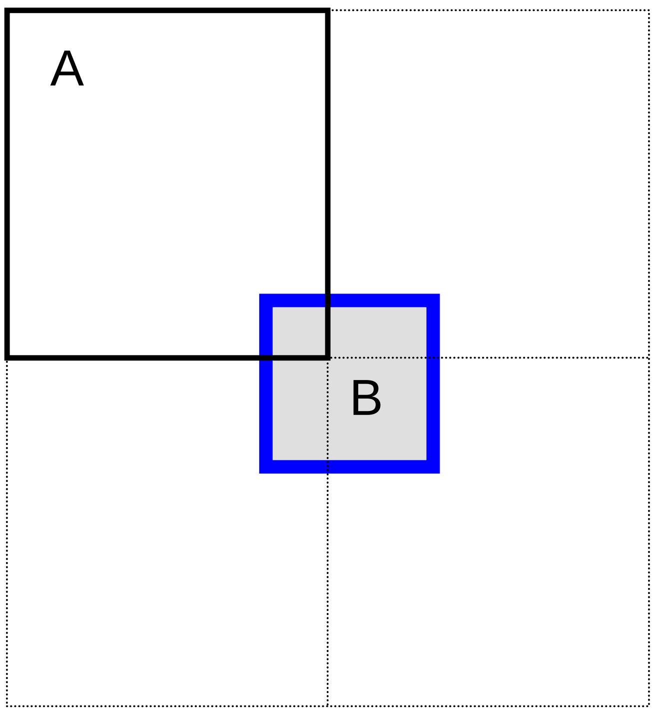
$$d) \quad A \cap B \neq \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Probabilidad Condicional:

La probabilidad condicional cumple con las siguientes propiedades:

$$d) \quad A \cap B \neq \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Teorema del producto de probabilidades

De la definición de probabilidad condicional tenemos que:

$$P(A) > 0, \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B/A)}$$

o su equivalente

$$P(B) > 0, \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(B)P(A/B)}$$

Teorema del producto de probabilidades

De la definición de probabilidad condicional tenesmos que: :

$$P(A)>0, \quad P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B/A)}$$

o su equivalente

$$P(B)>0, \quad P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A\cap B)=P(B)P(A/B)}$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial
100 notebook → 80 con software libre

$$A=\{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B=\{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

Teorema del producto de probabilidades

De la definición de probabilidad condicional tenesmos que: :

$$P(A) > 0, \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B/A)}$$

o su equivalente

$$P(B) > 0, \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = P(B)P(A/B)}$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial
100 notebook → 80 con software libre

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A \cap B) = ?$$

Teorema del producto de probabilidades

De la definición de probabilidad condicional tenesmos que: :

$$P(A)>0, \quad P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B/A)}$$

o su equivalente

$$P(B)>0, \quad P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A\cap B)=P(B)P(A/B)}$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial
100 notebook → 80 con software libre

$A=\{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$

$B=\{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B/A)$$

Teorema del producto de probabilidades

De la definición de probabilidad condicional tenesmos que: :

$$P(A)>0, \quad P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B/A)}$$

o su equivalente

$$P(B)>0, \quad P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A\cap B)=P(B)P(A/B)}$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial
100 notebook → 80 con software libre

$A=\{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$

$B=\{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$

$$P(A\cap B)=P(A)P(B/A)=\frac{20}{100}\times\frac{19}{99}$$

Teorema del producto de probabilidades

Podemos generalizar el resultado para una secuencia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P\left(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n\right) = P\left(A_1\right) P\left(A_2 / A_1\right) P\left(A_3 / A_1 \cap A_2\right) \ldots P\left(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}\right)$$

Teorema del producto de probabilidades

Podemos generalizar el resultado para una secuencia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1)P(A_3 / A_1 \cap A_2)\ldots P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial

100 notebook → 80 con software libre

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$C = \{\text{la tercera notebook tiene software comercial}\}$$

Teorema del producto de probabilidades

Podemos generalizar el resultado para una secuencia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P\left(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n\right) = P\left(A_1\right) P\left(A_2 / A_1\right) P\left(A_3 / A_1 \cap A_2\right) \ldots P\left(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}\right)$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

$$\text{100 notebook} \begin{cases} \nearrow \text{20 con software comercial} \\ \searrow \text{80 con software libre} \end{cases}$$

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$C = \{\text{la tercera notebook tiene software comercial}\}$$

$$P\left(A \cap B \cap C\right) = ?$$

Teorema del producto de probabilidades

Podemos generalizar el resultado para una secuencia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1)P(A_3 / A_1 \cap A_2)\ldots P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial

100 notebook → 80 con software libre

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$C = \{\text{la tercera notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B / A)P(C / A \cap B)$$

Teorema del producto de probabilidades

Podemos generalizar el resultado para una secuencia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1)P(A_3 / A_1 \cap A_2)\ldots P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Retomemos el ejemplo de las Notebook. Extracción **SIN SUSTITUCIÓN**.

100 notebook → 20 con software comercial

100 notebook → 80 con software libre

$$A = \{\text{la primer notebook tiene software comercial}\}$$

$$B = \{\text{la segunda notebook tiene software comercial}\}$$

$$C = \{\text{la tercera notebook tiene software comercial}\}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B / A)P(C / A \cap B) = \frac{20}{100} \times \frac{19}{99} \times \frac{18}{98}$$

Sucesos Independientes

De las propiedades ***b)*** y ***c)*** de la probabilidad condicional:

$$b) \quad B \subset A \quad \Rightarrow \quad P(A/B) = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

$$c) \quad A \bigcap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(A/B) = 0$$

La ocurrencia del suceso B, influye en la probabilidad de ocurrencia del suceso A.

Sucesos Independientes

De las propiedades ***b)*** y ***c)*** de la probabilidad condicional:

$$b) \quad B \subset A \quad \Rightarrow \quad P(A/B) = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

$$c) \quad A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P(A/B) = 0$$

La ocurrencia del suceso B, influye en la probabilidad de ocurrencia del suceso A.

Existen muchos casos en los cuales la ocurrencia de un suceso B no tiene influencia en la PROBABILIDAD de ocurrencia de otro suceso A. Es decir:

$$\boxed{P(A/B) = P(A)}$$

En este caso los sucesos A y B son **Sucesos Independientes**.

Si A y B son dos sucesos **independientes** entonces:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

Si A y B son dos sucesos **independientes** entonces:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

De la definición de probabilidad conjunta tenemos que:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B)$$

Si A y B son dos sucesos **independientes** entonces:

$$\boxed{P\left(A \cap B\right) = P\left(A\right) P\left(B\right)}$$

De la definición de probabilidad conjunta tenemos que:

$$P\left(A \cap B\right) = P\left(B\right) P\left(A / B\right)$$

Si A y B son sucesos independientes Tenemos que *P(A/B)=P(A), por lo tanto:*

Si A y B son dos sucesos **independientes** entonces:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

De la definición de probabilidad conjunta tenemos que:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B)$$

Si A y B son sucesos independientes Tenemos que *P(A/B)=P(A), por lo tanto:*

$$P(A \cap B) = P(B)\underbrace{P(A/B)}_{P(A)} = P(B)P(A)$$

Por lo tanto diremos que dos sucesos A y B **son independientes** si:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \, x_2 \text{ es impar, } x_2 \neq 1 \right\}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \ x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \ x_2 \text{ es impar}, \ x_2 \neq 1 \right\}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 \text{ es par}\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_2 \text{ es impar}, x_2 \neq 1\}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \; x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \; x_2 \text{ es impar}, \; x_2 \neq 1 \right\}$$

$$P\left(A\right) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \; x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \; x_2 \text{ es impar, } x_2 \neq 1 \right\}$$

$$P\left(A\right) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \ x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) / \ x_2 \text{ es impar, } x_2 \neq 1 \right\}$$

$$P\left(A\right) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad P\left(B\right) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 \text{ es par}\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_2 \text{ es impar}, x_2 \neq 1\}$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 \text{ es par}\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_2 \text{ es impar}, x_2 \neq 1\}$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

Ejemplo: Dos dados equilibrados son lanzados, registrándose el resultado como (x_1, x_2), donde x_i es el resultado del i-ésimo dado con i=1,2.

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \left\{ (x_1, x_2) / x_1 \text{ es par} \right\}$$

$$B = \left\{ (x_1, x_2) / x_2 \text{ es impar, } x_2 \neq 1 \right\}$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \qquad P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{12}{36}} = \frac{1}{2}; \qquad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{18}{36}} = \frac{1}{3};$$

$$\boxed{P(A/B) = P(A) \quad y \quad P(B/A) = P(B)}$$

De la definición de probabilidad conjunta tenemos que:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A/B) = P(B)P(A)$$

Por lo tanto diremos que dos sucesos A y B **son independientes** si y sólo sí:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$A = \{(x_1, x_2) / x_1 \text{ es par}\}$$

$$B = \{(x_1, x_2) / x_2 \text{ es impar, } x_2 \neq 1\}$$

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A)P(B)}$$

Generalización:

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ son sucesos independientes si y solo sí para k=2,…,n

$$P\left(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_k}\right) = P\left(A_{i_1}\right) P\left(A_{i_2}\right) \ldots P\left(A_{i_k}\right)$$

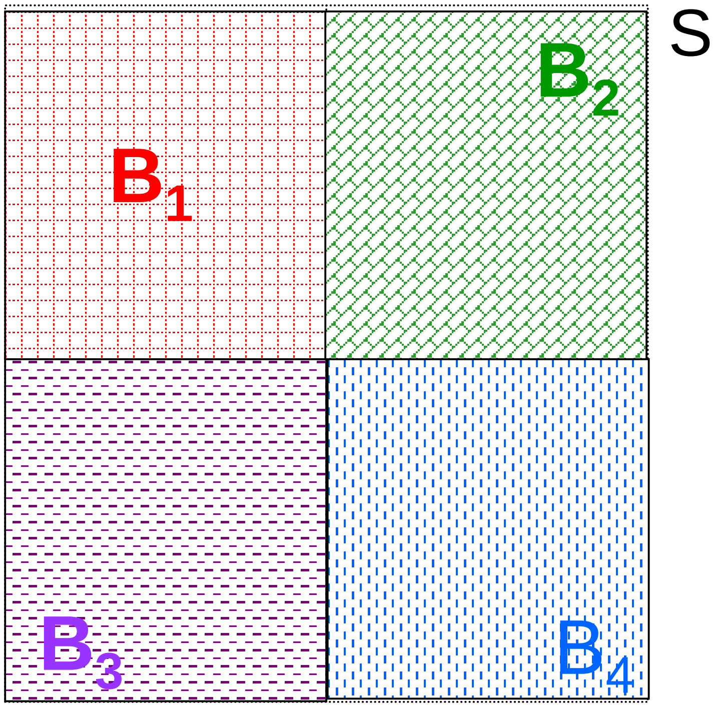
Teorema de la probabilidad total

Definición: Diremos que los sucesos $B_1, B_2, \ldots, B_n$ representan una **partición** del espacio muestral S si:

$$a) \quad B_i \bigcap B_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$$

$$b) \quad S = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$$

$$c) \quad P(B_i) > 0 \quad \forall i$$



En palabras: cuando se efectúa el experimento, ocurre uno y sólo uno de los sucesos B_i

Teorema de la probabilidad total

Definición: Diremos que los sucesos $B_1, B_2, \ldots, B_n$ representan una **partición** del espacio muestral S si:

$$a) \quad B_i \cap B_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$$

$$b) \quad S = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$$

$$c) \quad P(B_i) > 0 \quad \forall i$$

En palabras: cuando se efectúa el experimento, ocurre uno y sólo uno de los sucesos B_i

Teorema de la probabilidad total

Definición: Diremos que los sucesos $B_1, B_2, \ldots, B_n$ representan una **partición** del espacio muestral S si:

$$a) \quad B_i \bigcap B_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$$

$$b) \quad S = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$$

$$c) \quad P\left(B_i\right) > 0 \quad \forall i$$

En palabras: cuando se efectúa el experimento, ocurre uno y sólo uno de los sucesos B_i

Ejemplo: En el lanzamiento de un dado:

$B_1 = \{1, 2\}$ $B_2 = \{3, 4, 5\}$ $B_3 = \{6\}$ representa una partición del espacio muestral?.

Teorema de la probabilidad total

Definición: Diremos que los sucesos $B_1, B_2, \ldots, B_n$ representan una **partición** del espacio muestral S si:

$$a) \quad B_i \bigcap B_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$$

$$b) \quad S = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$$

$$c) \quad P\left(B_i\right) > 0 \quad \forall i$$

En palabras: cuando se efectúa el experimento, ocurre uno y sólo uno de los sucesos B_i

Ejemplo: En el lanzamiento de un dado:

$$B_1 = \{1,2\} \quad B_2 = \{3,4,5\} \quad B_3 = \{6\} \quad \text{representa una partición del espacio muestral.}$$

Teorema de la probabilidad total

Definición: Diremos que los sucesos $B_1, B_2, \ldots, B_n$ representan una **partición** del espacio muestral S si:

$$a) \quad B_i \bigcap B_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$$

$$b) \quad S = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$$

$$c) \quad P\left(B_i\right) > 0 \quad \forall i$$

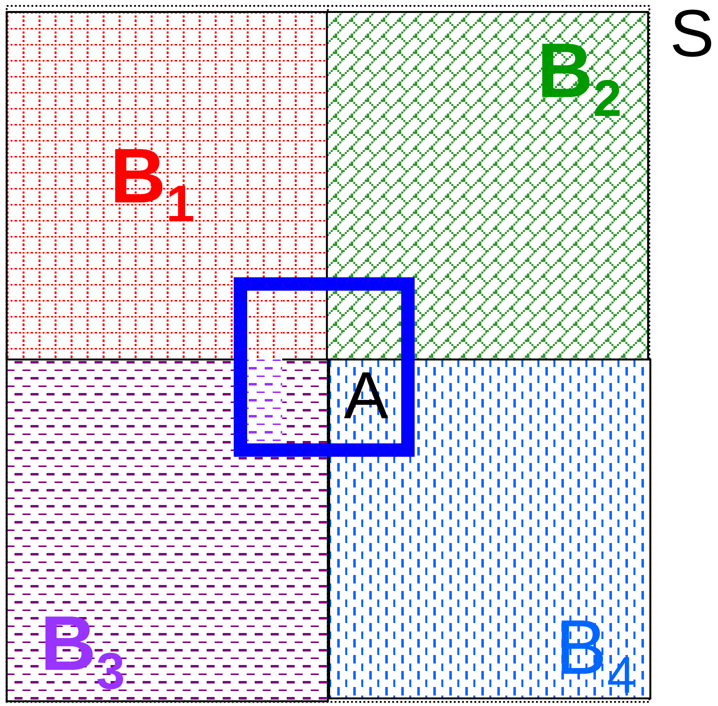
En palabras: cuando se efectúa el experimento, ocurre uno y sólo uno de los sucesos B_i

Ejemplo: En el lanzamiento de un dado:

$$B_1 = \{1,2\} \quad B_2 = \{3,4,5\} \quad B_3 = \{6\} \quad \text{representa una partición del espacio muestral.}$$

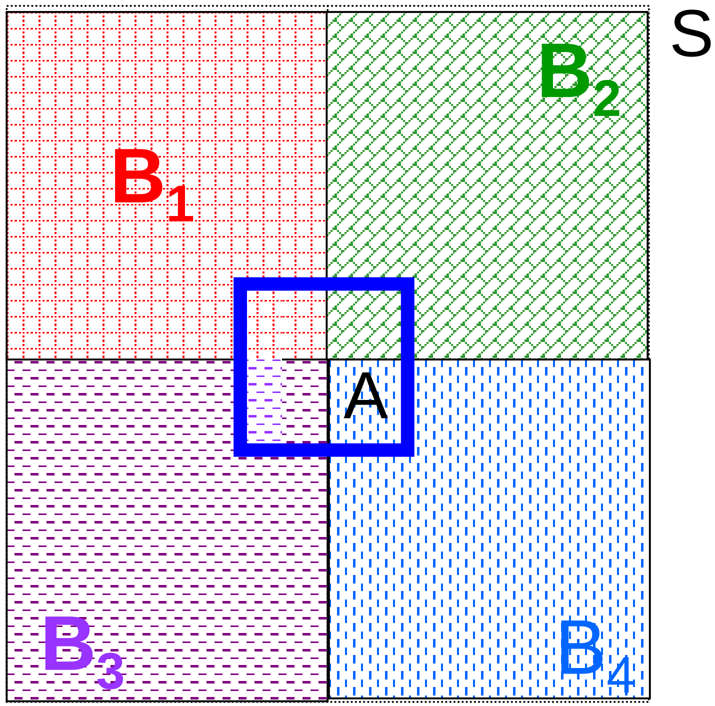
$$C_1 = \{1,2,3,4\} \quad C_2 = \{4,5,6\} \quad NO \text{ representa una partición del espacio muestral.}$$

Teorema de la probabilidad total



Sea A algún suceso respecto a S y B_1 B_2 B_3 B_4 una partición de S.

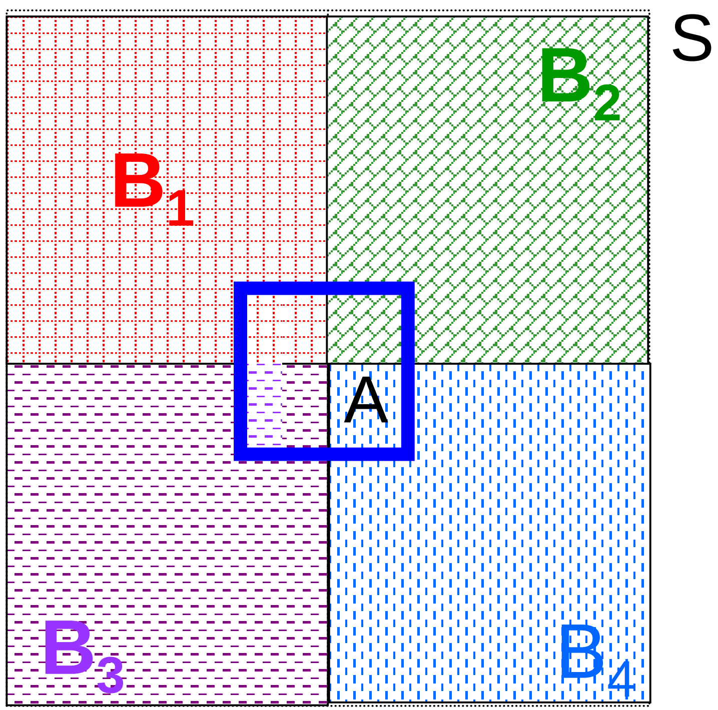
Teorema de la probabilidad total



Sea A algún suceso respecto a S y B_1 B_2 B_3 B_4 una partición de S.

$$A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup (A \cap B_3) \cup (A \cap B_4)$$

Teorema de la probabilidad total

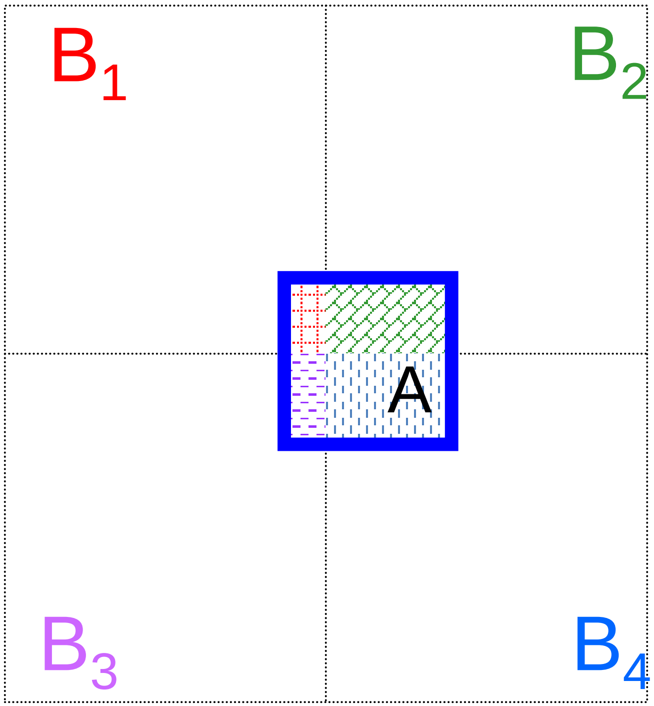


Sea A algún suceso respecto a S y B_1 B_2 B_3 B_4 una partición de S.

$$A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup (A \cap B_3) \cup (A \cap B_4)$$

$$P(A) = P(A \cap B_1)+P(A \cap B_2)+P(A \cap B_3)+P(A \cap B_4)$$

Teorema de la probabilidad total



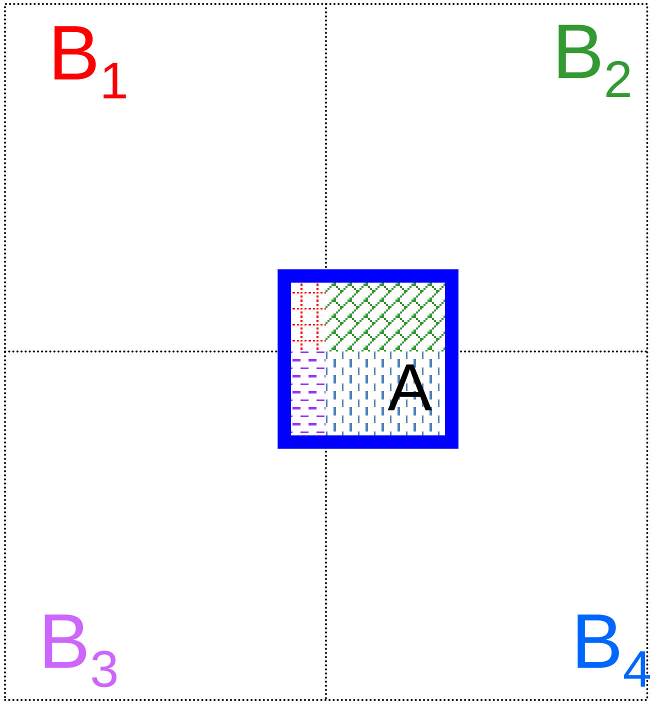
Si conocemos la probabilidad de A en cada uno de los componentes de un sistema exhaustivo y excluyente de sucesos, entonces podemos calcular la probabilidad de A como la suma:

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) + P(A \cap B_4)$$

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + P(A|B_3)P(B_3) + P(A|B_4)P(B_4)$$

Teorema de la probabilidad total

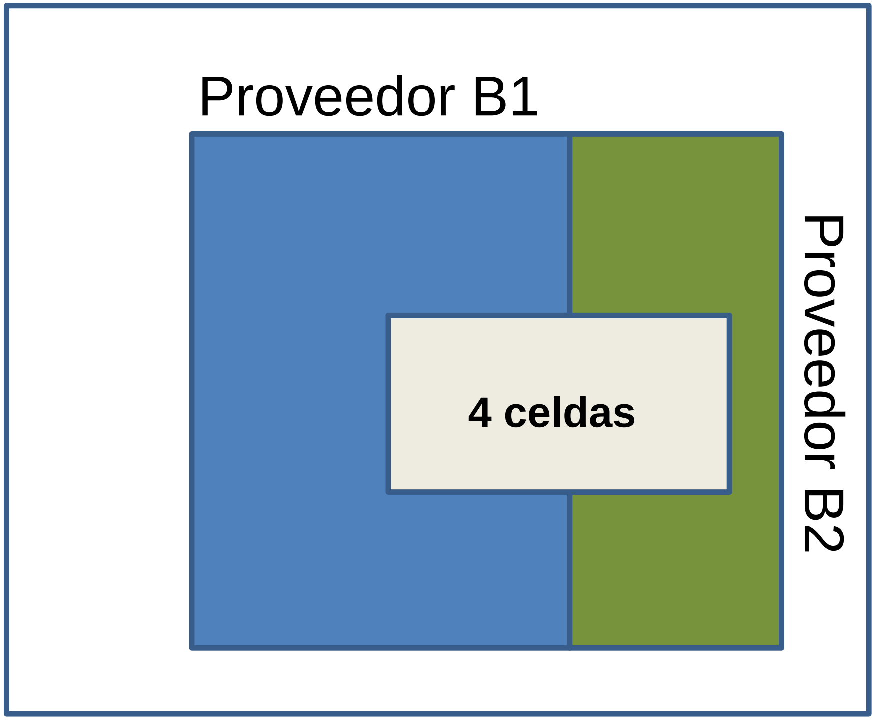
Sea B_1, B_2, ... ,B_n una partición de *S* y sea A un seceso cualquiera asociado a S del que se conocen las probabilidades condicionales $P(A/B_i)$, entonces la probabilidad del suceso A está dada por:



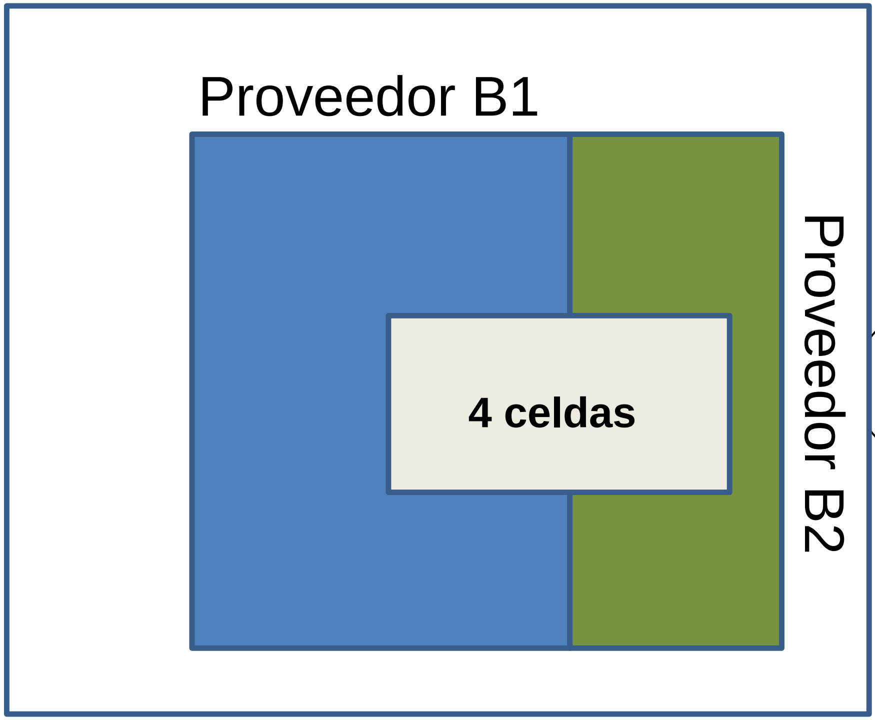
$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i) P(B_i)$$

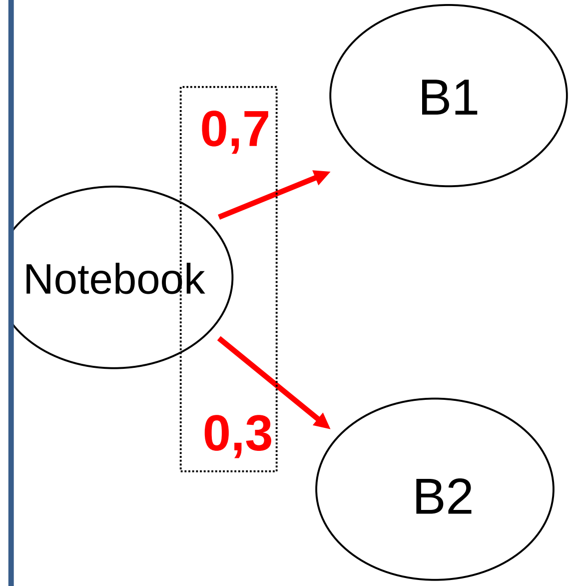
Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*

Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*

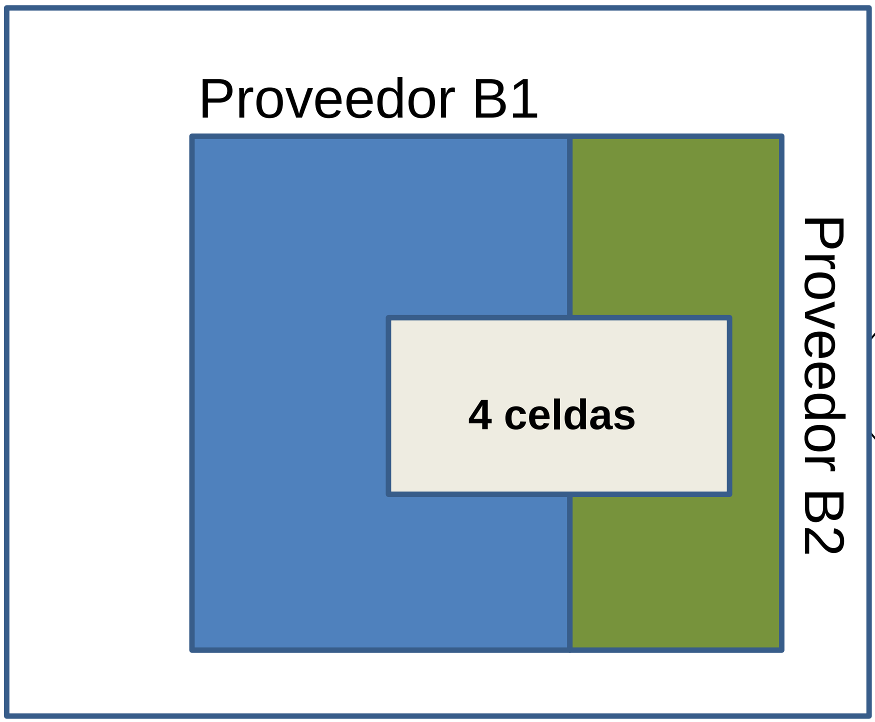


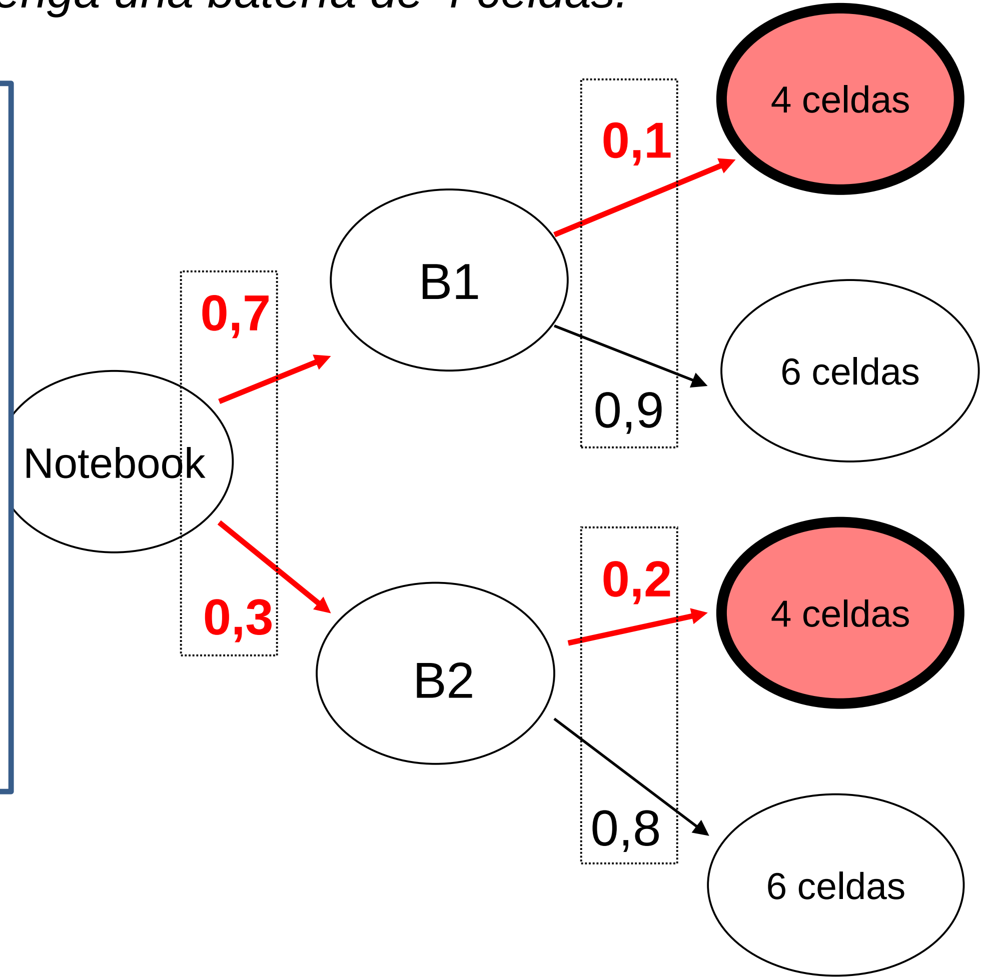
Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes,* B_1, B_2. *El 70% de las notebook fueron compradas a* B_1 *y el resto a* B_2. *El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de* B_1 *es del 10% y de* B_2 *del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*



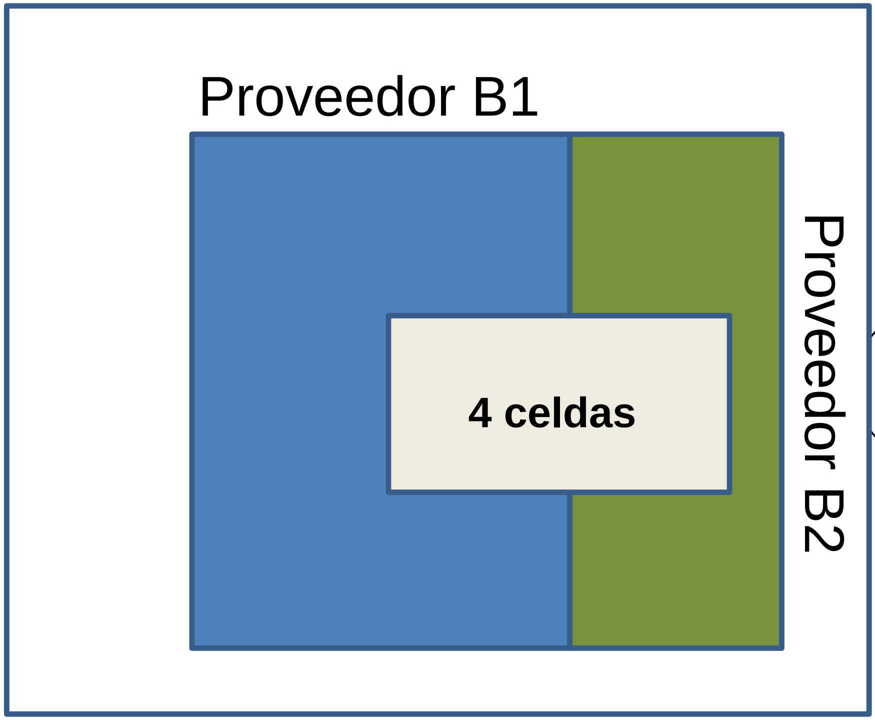


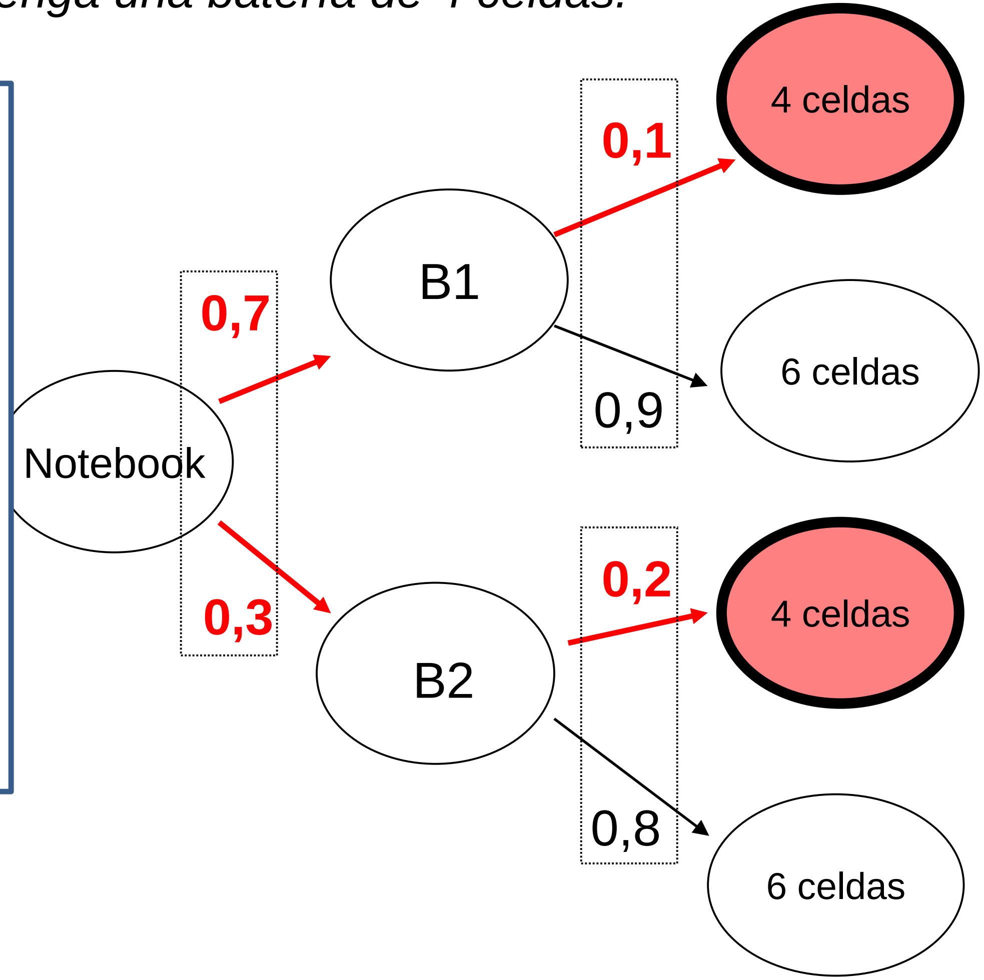
Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*





Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*





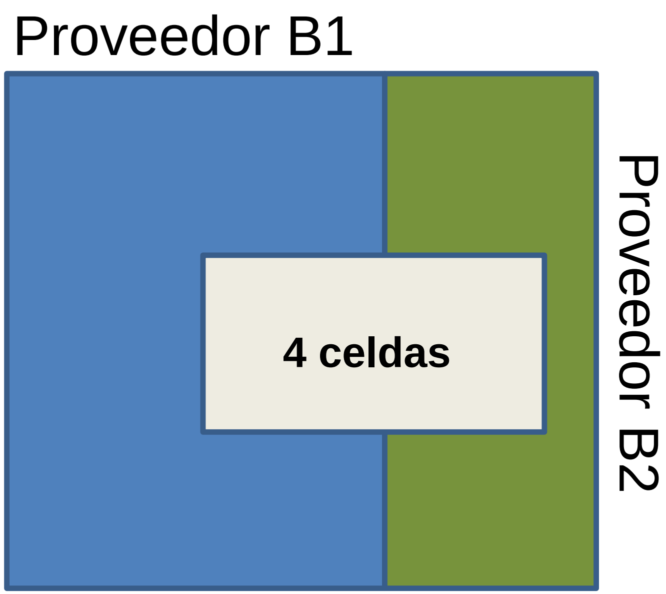
$$P(4C) = P(4C\,|\,B1)\,P(B1) + P(4C\,|\,B2)\,P(B2) = 0,1 \times 0,7 + 0,2 \times 0,3 = 0,13$$

***<u>Ejemplo</u>**: La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*

Supongamos ahora que escogemos una notebook y en sus especificaciones comprobamos que tiene una batería de 4 celdas. ¿Cuál será la probabilidad de que la notebook provenga del proveedor B_2?

Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*

Supongamos ahora que escogemos una notebook y en sus especificaciones comprobamos que tiene una batería de 4 celdas. ¿Cuál será la probabilidad de que la notebook provenga del proveedor B_2?

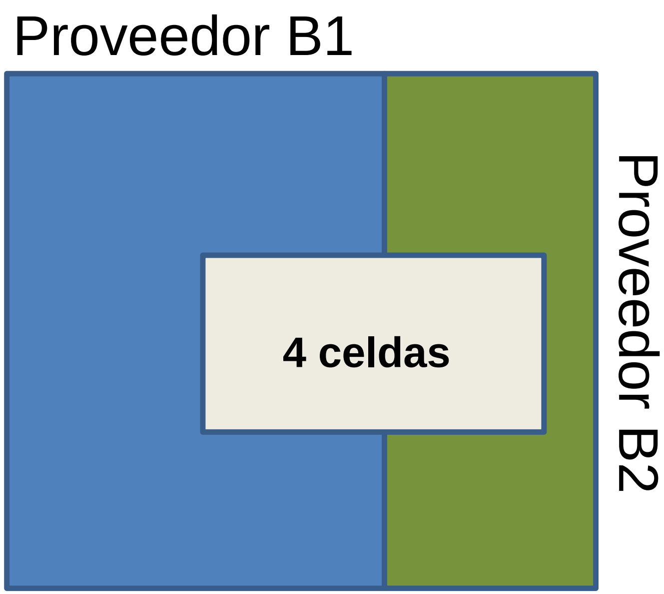


$$P(B_2 / 4C) = \frac{P\left(B_2 \cap 4C\right)}{P\left(4C\right)} = \frac{P\left(4C / B_2\right) P\left(B_2\right)}{P\left(4C\right)}$$

$$P(B_2 / 4C) = \frac{P\left(4C / B_2\right) P\left(B_2\right)}{P\left(4C\right)} = \frac{0.2 \times 0.3}{0.13} = 0.4615$$

Ejemplo: *La compra de las notebook adquiridas por la FI fue a través de dos proveedores diferentes, B_1, B_2. El 70% de las notebook fueron compradas a B_1 y el resto a B_2. El porcentaje de notebook con batería de 4 celdas que se reciben de B_1 es del 10% y de B_2 del 20%, siendo las restantes de 6 celdas. Determinar la probabilidad de que una notebook tomada al azar tenga una batería de 4 celdas.*

Supongamos ahora que escogemos una notebook y en sus especificaciones comprobamos que tiene una batería de 4 celdas. ¿Cuál será la probabilidad de que la notebook provenga del proveedor B_2?



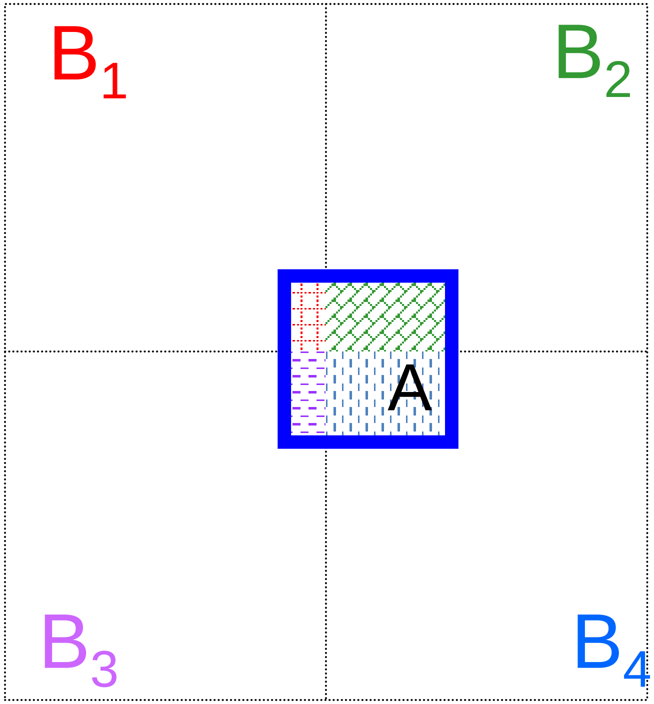
$$P(B_2 / 4C) = \frac{P\left(B_2 \cap 4C\right)}{P\left(4C\right)} = \frac{P\left(4C / B_2\right) P\left(B_2\right)}{P\left(4C\right)}$$

$$P(B_2 / 4C) = \frac{P\left(4C / B_2\right) P\left(B_2\right)}{P\left(4C\right)} = \frac{0.2 \times 0.3}{0.13} = 0.4615$$

Se puede generalizar el método empleado para resolver este problema con el fin de originar el ***Teorema de Bayes****.*

Teorema de Bayes

Sea B_1, B_2, ... ,B_n una partición de *S* y sea A un seceso cualquiera asociado a S del que se conocen las probabilidades condicionales $P(A/B_i)$, entonces:



$$P(B_j / A) = \frac{P\left(B_j \cap A\right)}{P\left(A\right)} = \frac{P\left(A / B_j\right)P\left(B_j\right)}{\sum_{i=1}^{n} P(A | B_i)P(B_i)}$$

$P(B_j)$ son las probabilidades a priori

$P(A / B_j)$ es la probabilidad de A en la hipótesis B_i

$P(B_j / A)$ son las probabilidades a posteriori

El **Teorema de Bayes** nos permite calcular las probabilidades a posteriori conocidas las probabilidades a priori.

Ejercicios

Ejercicio 1: Un número binario está compuesto sólo por dos dígitos: 0 y 1. Supóngase que este número tiene n dígitos. Supóngase también que la probabilidad de que aparezca un dígito incorrecto es p y que los errores en dígitos diferentes son independientes uno de otro. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número incorrecto?

Ejercicio 2: En un laboratorio de cálculo hay 6 máquinas automáticas y 4 semiautomáticas. La probabilidad de que durante la realización de cierto cálculo, la máquina automática no se ponga fuera de servicio es igual a 0,95; para la semiautomática esta probabilidad es igual a 0,8. Un estudiante calcula en una máquina tomada al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que hasta el final del cálculo la máquina no quede fuera de servicio?