

Variable Aleatoria Normal

2022.

REPASO

Algunas distribuciones teóricas	
Discretas	Continuas
<u>Bernoulli</u> : Asociado a un experimento dicotómico. <u>Binomial</u> : como una suma de variables aleatorias Bernoulli independientes <u>Hipergeométrica</u> : <u>Poisson</u> : número de éxitos por unidad de medida.	Uniforme: Exponencial: Normal:

Definición de Variable Aleatoria Continua

Distribución Normal.

Definición: Se dice que una v. a. X , que toma todos los valores reales $-\infty < x < \infty$, tiene una distribución normal o está normalmente distribuida con media $-\infty < \mu < \infty$ y varianza σ^2 , notado como $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, si su distribución de probabilidades está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \quad -\infty < x < \infty$$

Esta función depende únicamente de los parámetros μ y σ , su media y desviación estándar, respectivamente. Una vez que se especifican μ y σ , la curva normal queda determinada por completo.

Definición: Si X tiene una distribución normal $X \sim N(0,1)$, se dice que X tiene una distribución normal estandarizada. La función densidad de probabilidades puede escribirse como:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad -\infty < x < \infty$$

Esta función está tabulada.

Observación: Para esta distribución de probabilidades la FDA que designamos como Φ queda definida por:

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}s^2} ds \quad -\infty < x < \infty$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

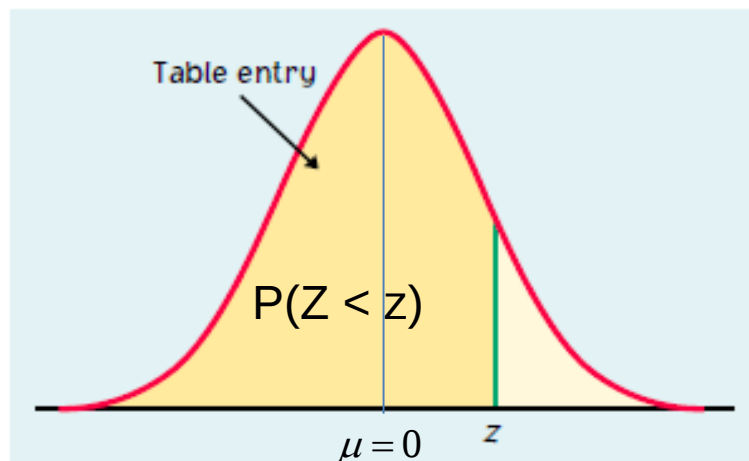


TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

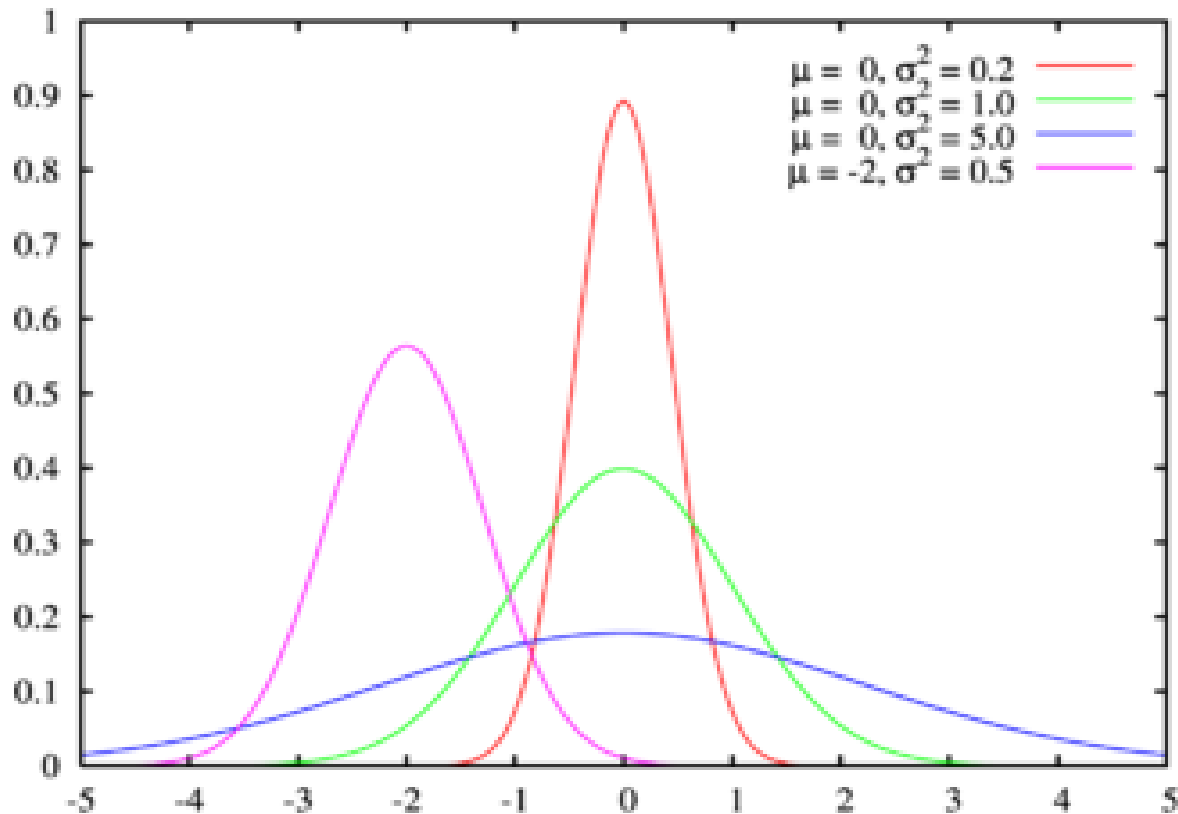
Definición de Variable Aleatoria Continua

Características numéricas de la distribución normal.

Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces

a) $E(X) = \mu$

b) $V(X) = \sigma^2$

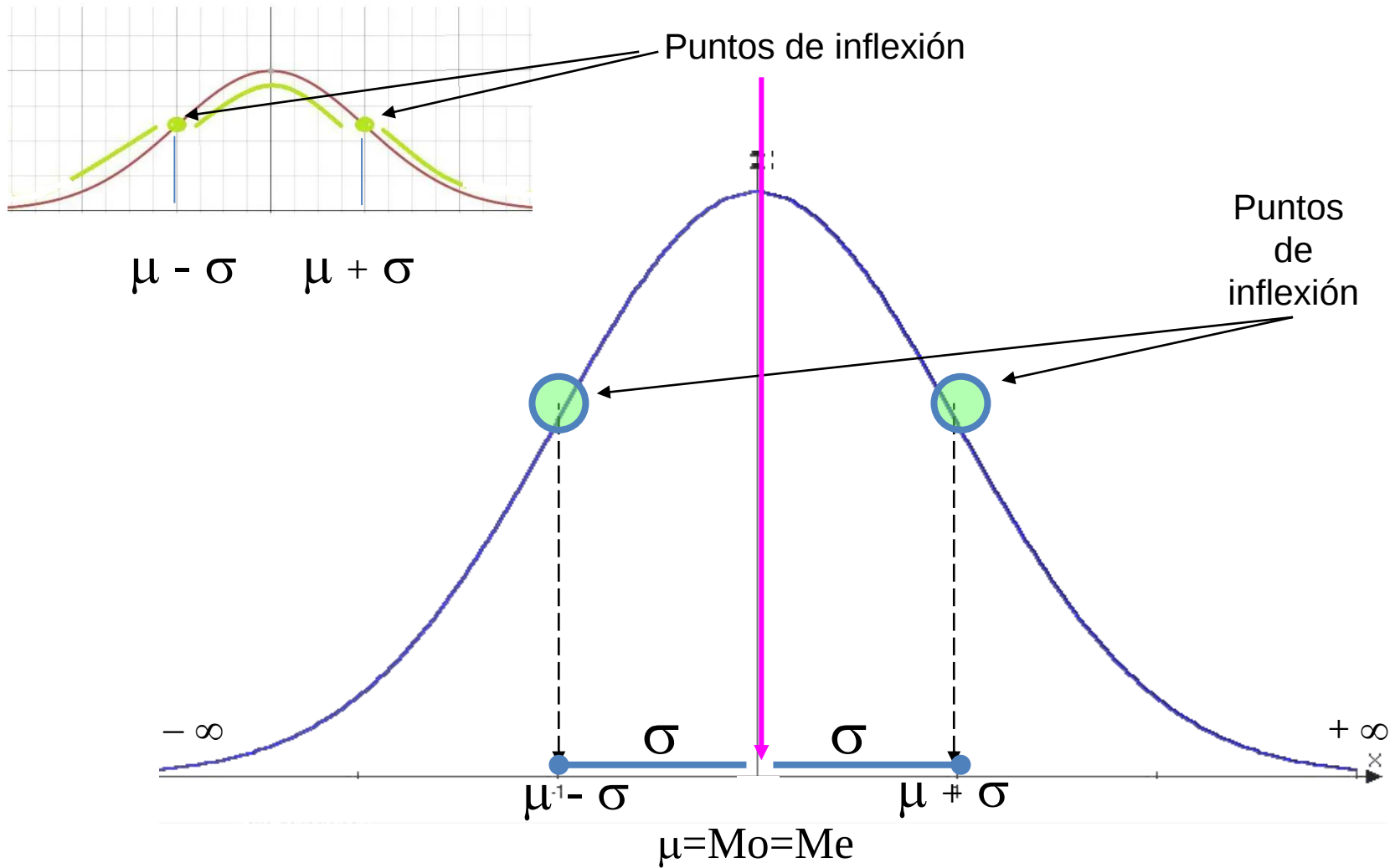


Definición de Variable Aleatoria Continua

Distribución Normal: Principales características:

- a) La función tiene un máximo en $x = \mu$ igual a $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$.
- b) La curva es simétrica alrededor del eje vertical $x = \mu$, donde coinciden la mediana (Me) y la moda (Mo).
- c) Los puntos de inflexión tienen como abscisas los valores en $x = \mu \pm \sigma$, es cóncava hacia abajo si $\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$, y es cóncava hacia arriba en cualquier otro punto.
- d) La curva normal se aproxima al eje horizontal de manera asintótica conforme nos alejamos de la media en cualquier dirección, es decir, para x tendiendo a $\pm\infty$, el límite $f(x) = 0$.
- e) El área total bajo la curva y sobre el eje horizontal es igual a 1.
- f) Los parámetros μ y σ son realmente la media y la desviación estándar de la distribución normal.

Definición de Variable Aleatoria Continua



Definición de Variable Aleatoria Continua

Estandarización de la distribución Normal:

Dada la dificultad que se encuentra al resolver las integrales de una función densidad de probabilidades asociada a una v.a. normal, es necesario contar con una tabulación de las áreas de la curva normal para una referencia rápida. Sin embargo, sería una tarea difícil intentar establecer tablas separadas para cada valor de μ y σ .

Afortunadamente, podemos transformar todas las observaciones de cualquier v.a. normal X a un nuevo conjunto de observaciones de una variable normal Z con media 0 y desviación estándar 1.

Corolario: Si X tiene una distribución normal $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces la v.a.

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ tiene una distribución $N(0,1)$.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

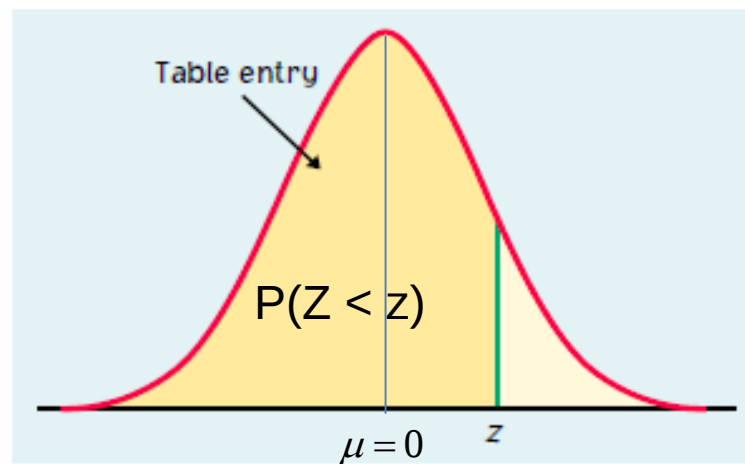
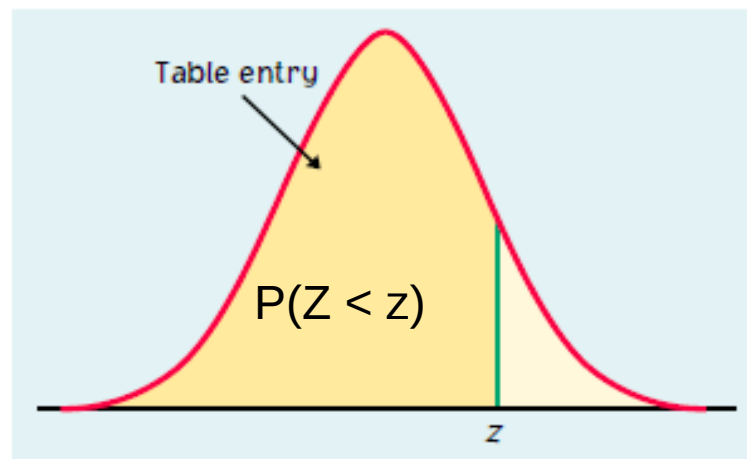


TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



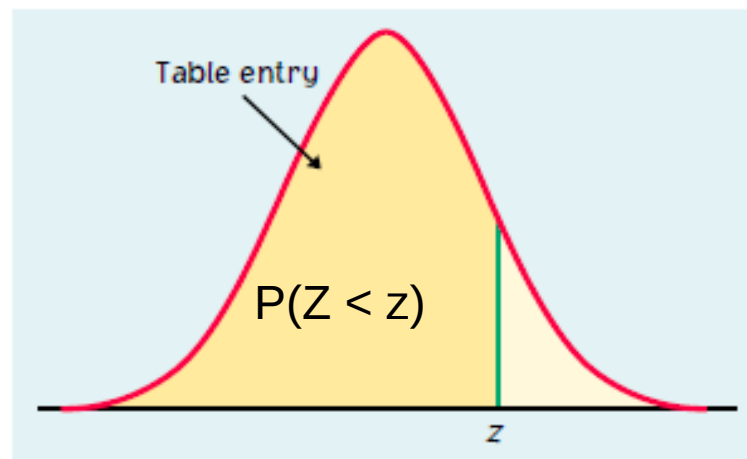
$$P(Z < 1.64) =$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



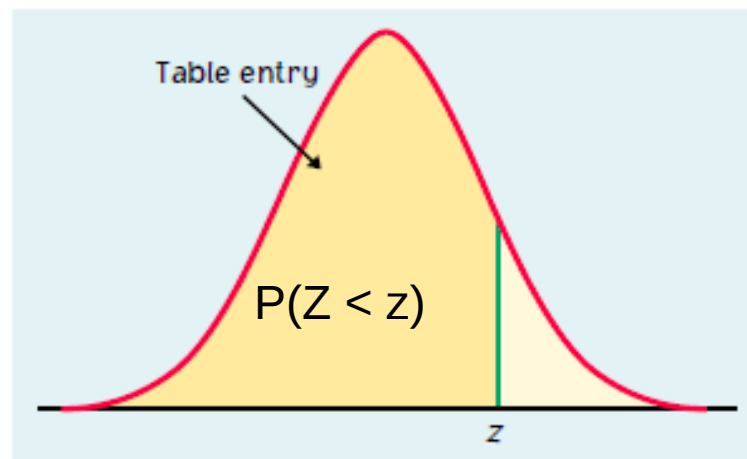
$$P(Z < 1.64) =$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



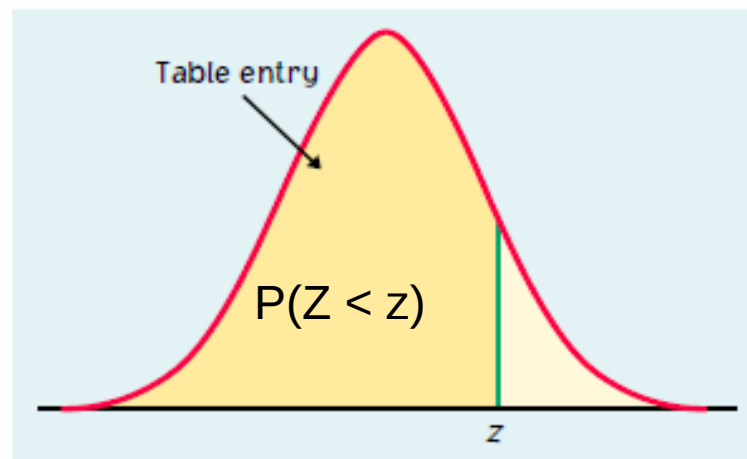
$$P(Z < 1.64) =$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



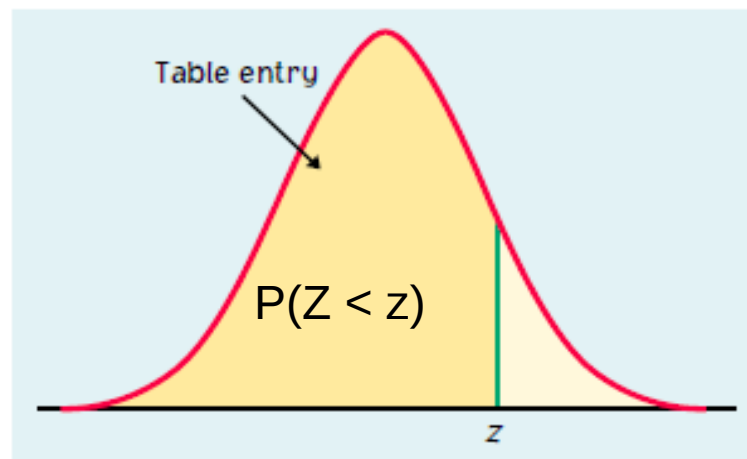
$$P(Z < 1.64) = 0.9495$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



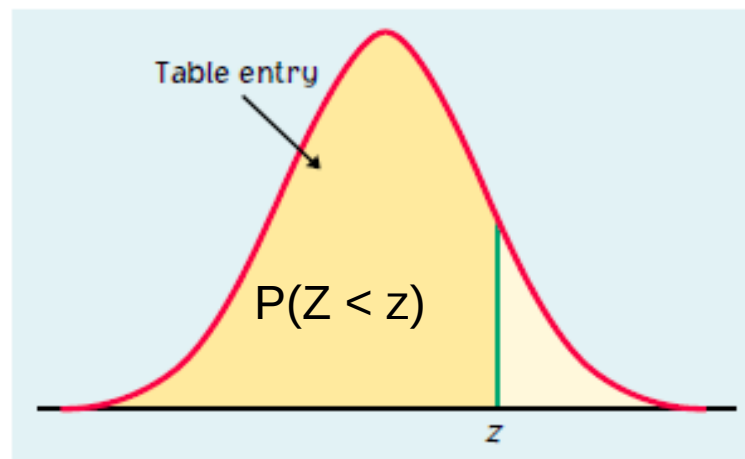
$$P(Z < z) = 0.7995$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



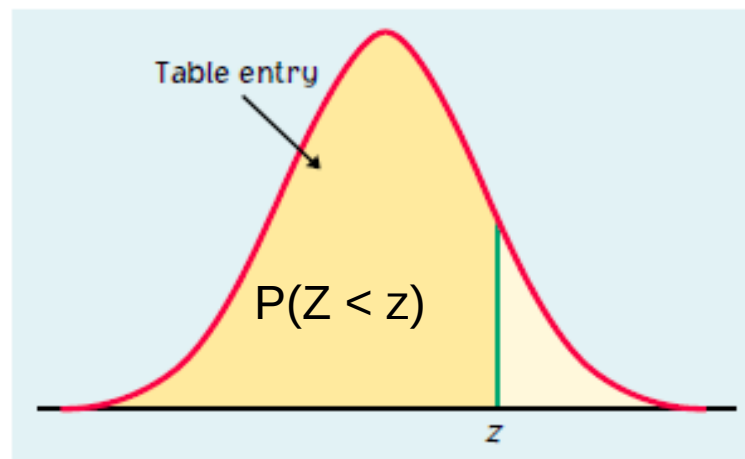
$$P(Z < z) = 0.7995$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



$$P(Z < z) = 0.7995$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

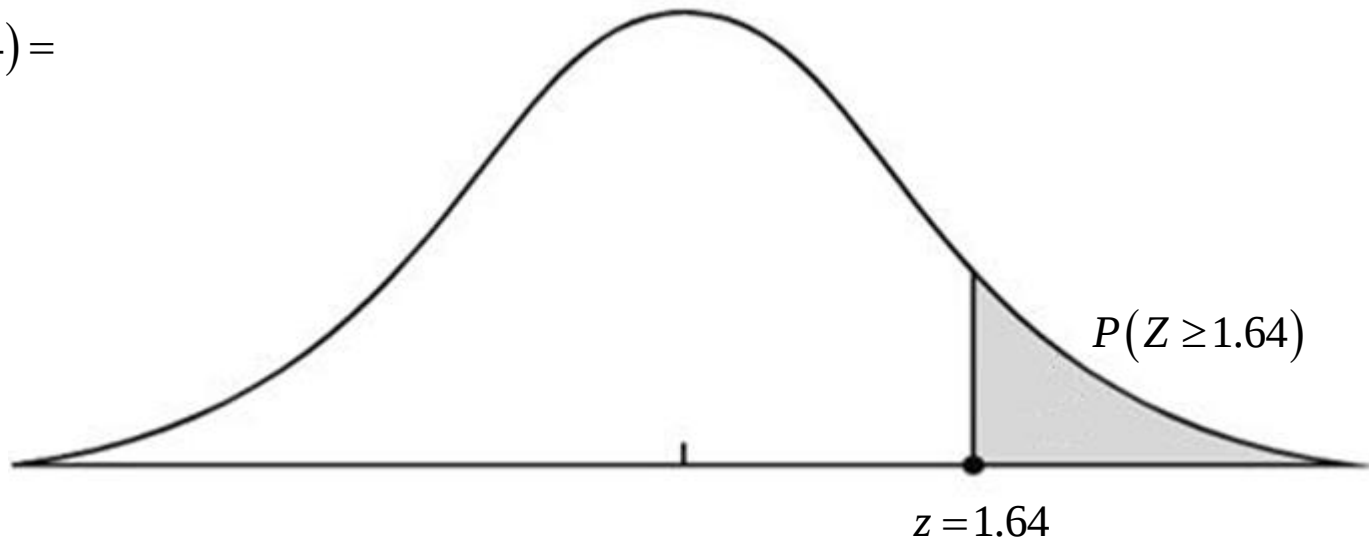
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

Ejercicio.

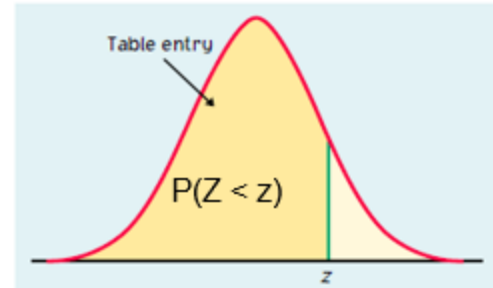
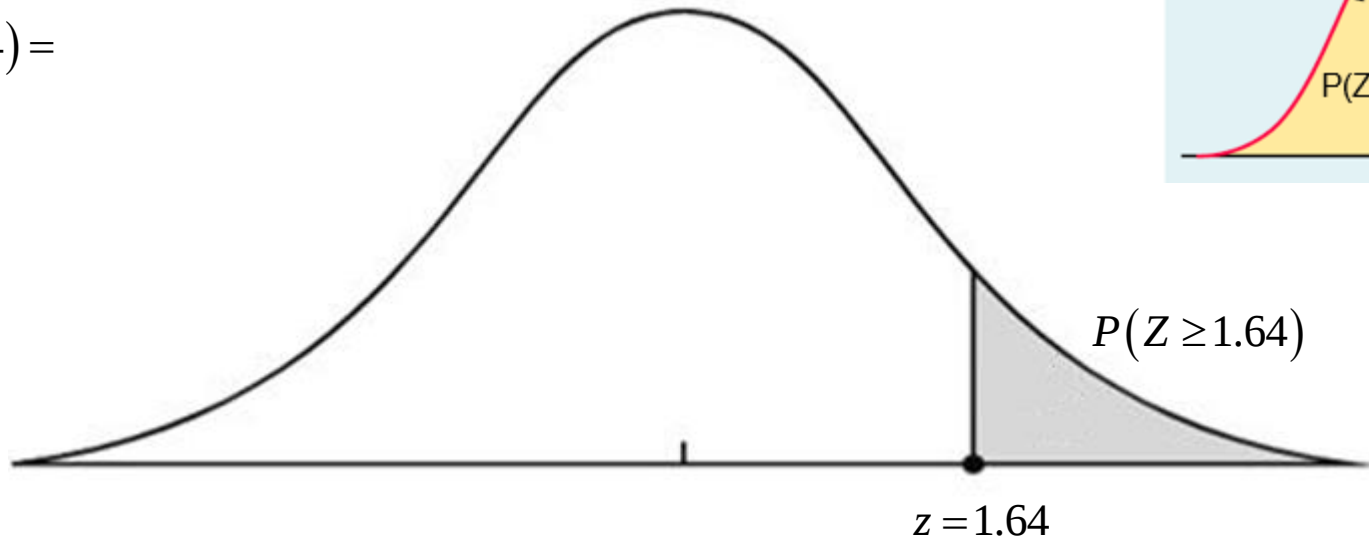
Sea $X \sim N(0,1)$ hallar:

$$P(Z \geq 1.64) =$$

$$P(Z \geq 1.64) =$$

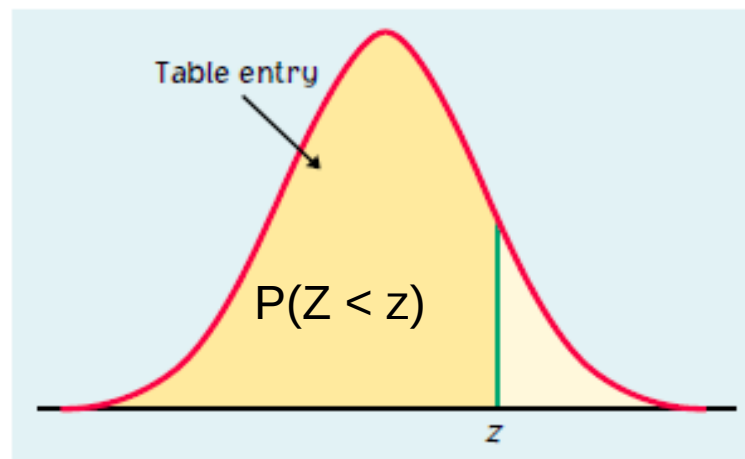


$$P(Z \geq 1.64) =$$



$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

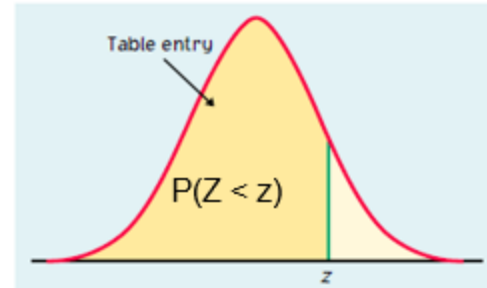
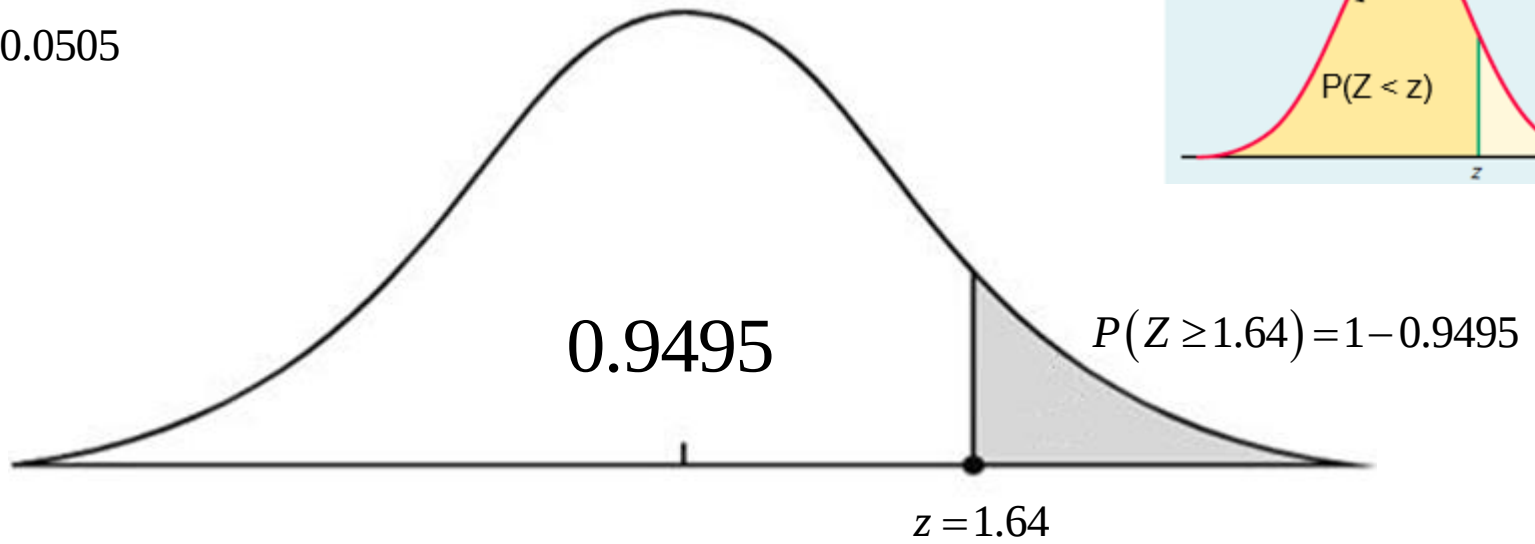


$$P(Z < 1.64) = 0.9495$$

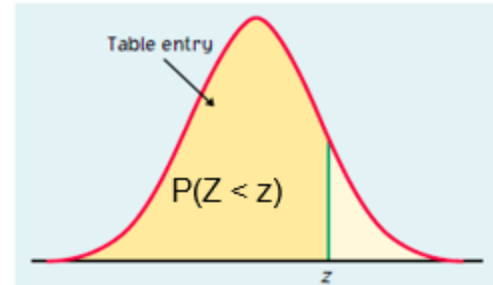
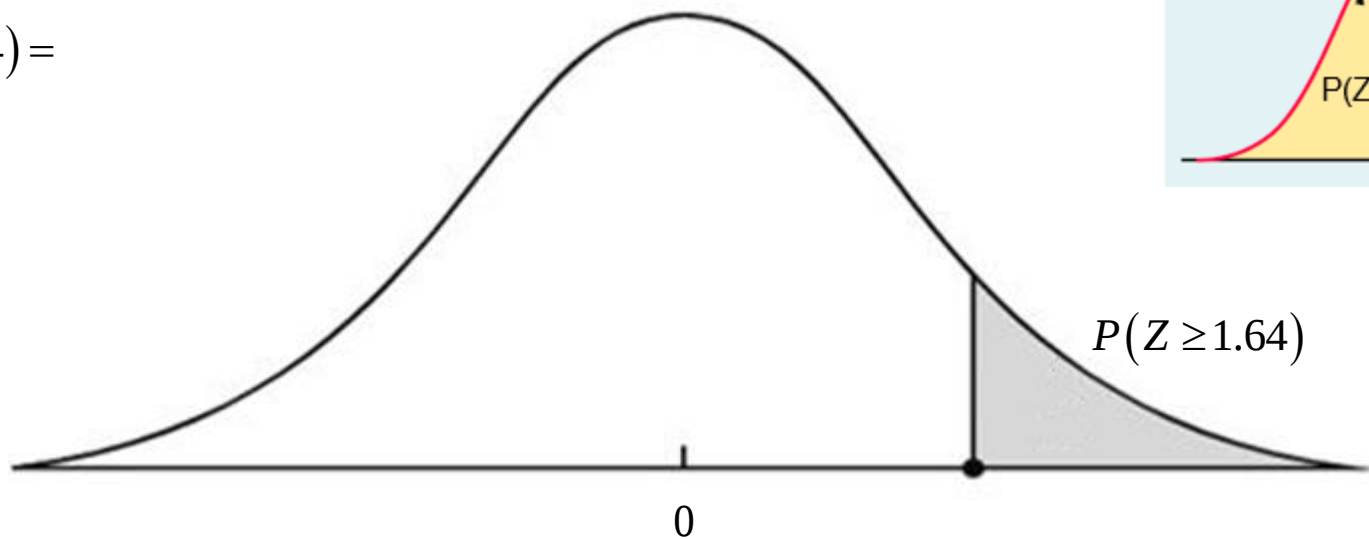
TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

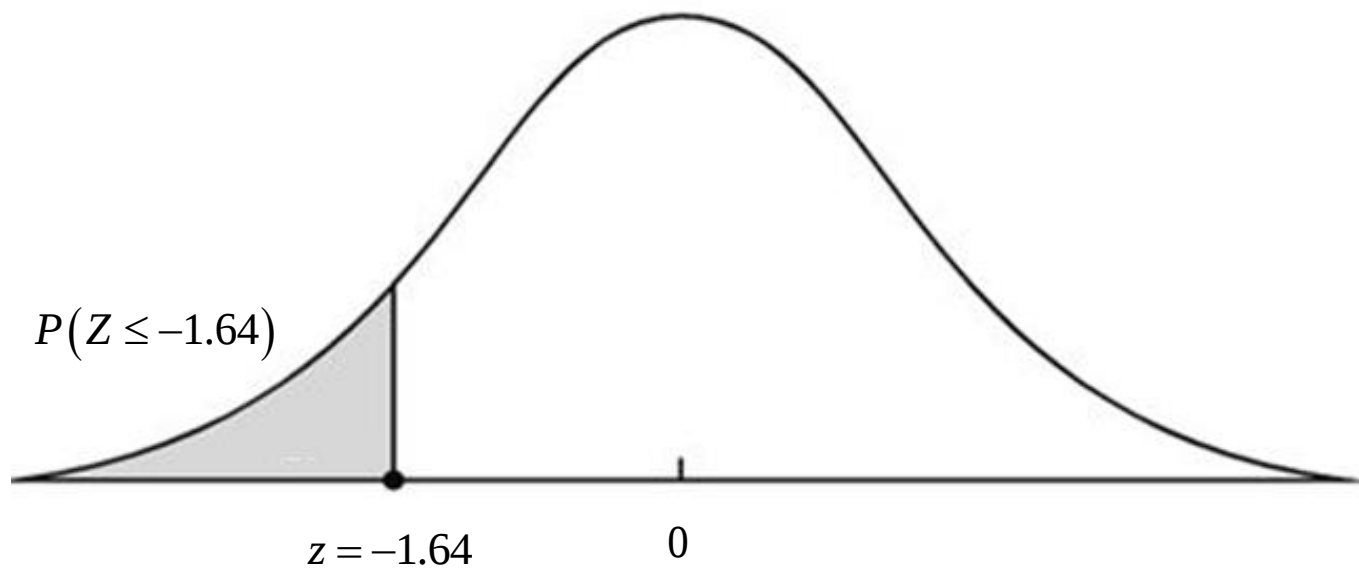
$$P(Z \geq 1.64) = 0.0505$$



$$P(Z \geq 1.64) =$$

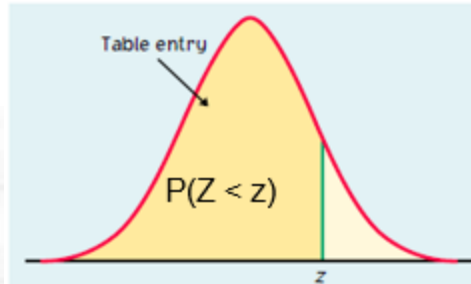


Por simetría podemos buscar en tabla:



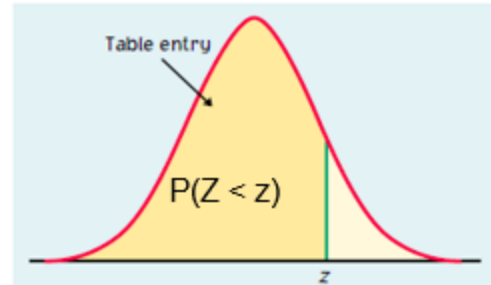
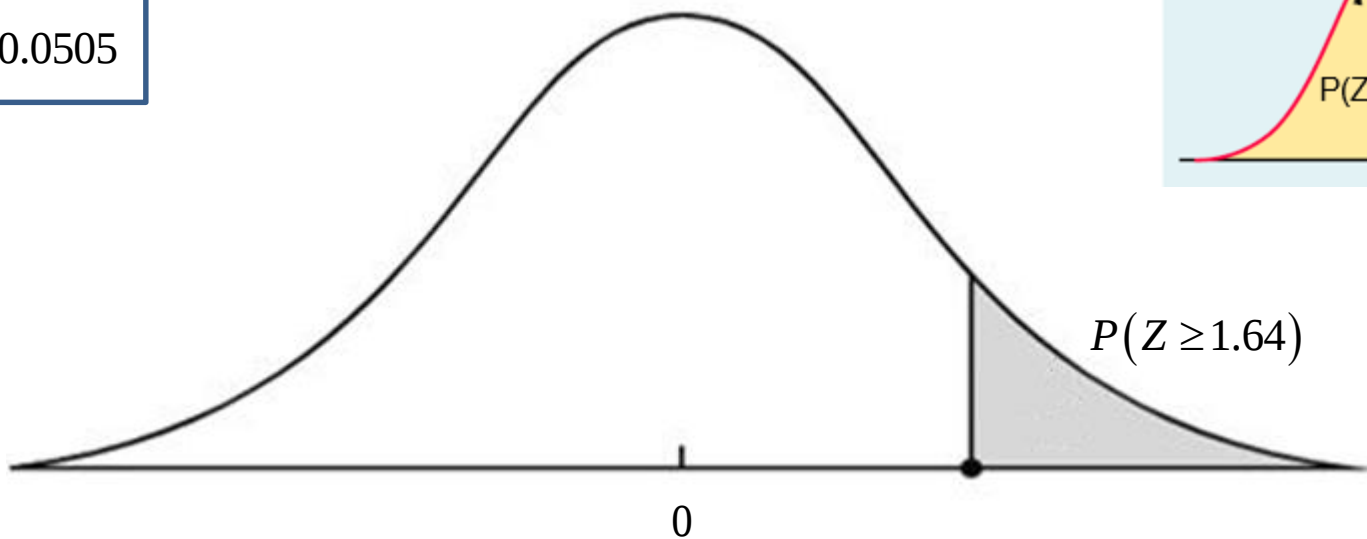
$$Z \sim N(0,1)$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = P(Z \leq z)$$



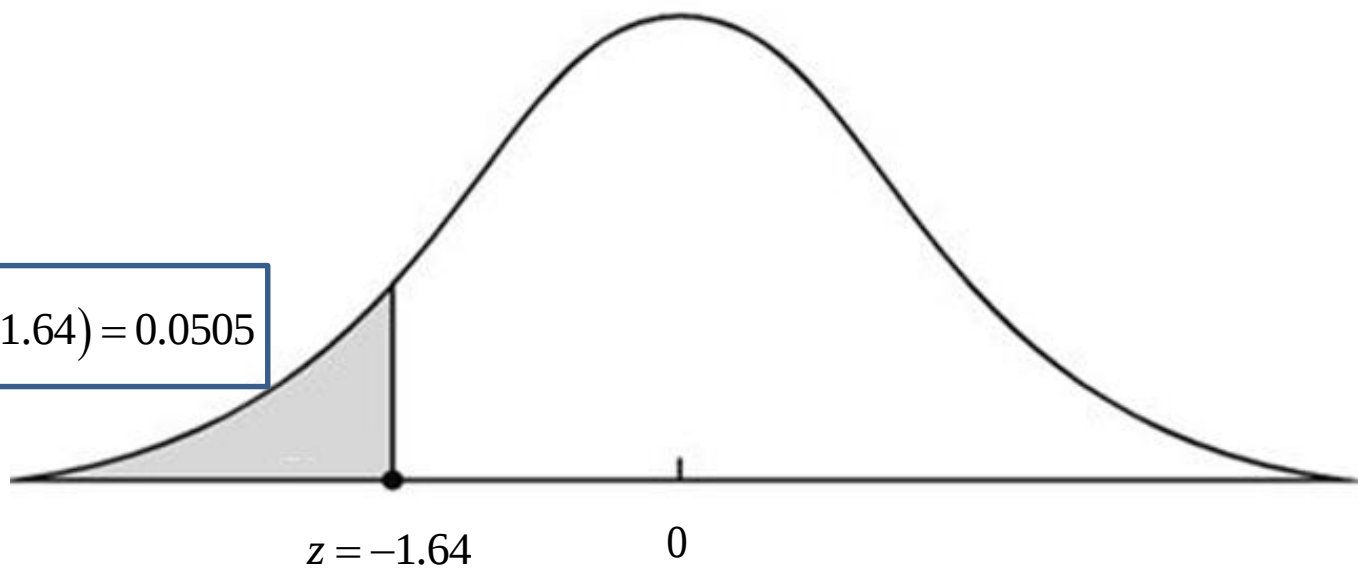
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
—3.0	0,0013	0,0010	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
—2.9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
—2.8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
—2.7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
—2.6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
—2.5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
—2.4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
—2.3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
—2.2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
—2.1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
—2.0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
—1.9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0238	0,0233
—1.8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0300	0,0294
—1.7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
—1.6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
—1.5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0570	0,0559
—1.4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681

$$P(Z \geq 1.64) = 0.0505$$



Por simetría podemos buscar en tabla:

$$P(Z \leq -1.64) = 0.0505$$



Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

X : calificaciones de un examen $X \sim N(6.5, 4)$

Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

X : calificaciones de un examen $X \sim N(6.5, 4)$

a) Calcule la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

X : calificaciones de un examen $X \sim N(6.5, 4)$

a) Calcule la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

$$P(X > 8) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - P\left(\frac{X - 6.5}{2} \leq \frac{8 - 6.5}{2}\right) = 1 - P(Z \leq 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

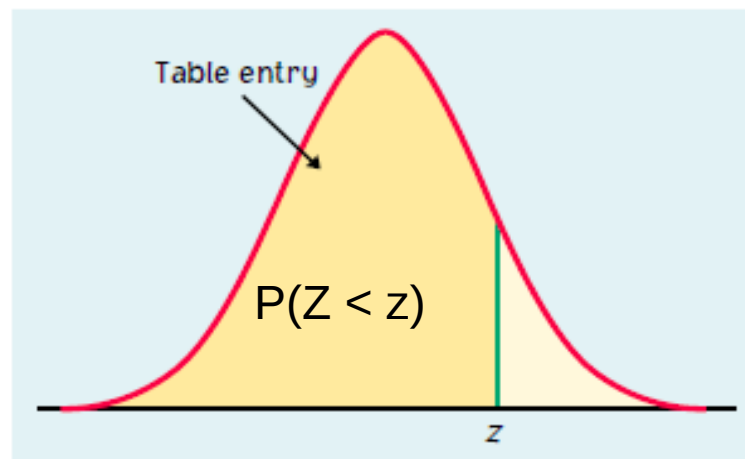


TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

X : calificaciones de un examen $X \sim N(6.5, 4)$

a) Calcule la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

$$P(X > 8) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - P\left(\frac{X - 6.5}{2} \leq \frac{8 - 6.5}{2}\right) = 1 - P(Z \leq 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5 .

Ejercicio. Las calificaciones de los 500 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5

X : calificaciones de un examen $X \sim N(6.5, 4)$

a) Calcule la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

$$P(X > 8) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - P\left(\frac{X - 6.5}{2} \leq \frac{8 - 6.5}{2}\right) = 1 - P(Z \leq 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

b) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga una nota entre 5 y 7,5 .

$$P(5 < X < 7.5) = P\left(\frac{5 - 6.5}{2} < \frac{X - 6.5}{2} \leq \frac{7.5 - 6.5}{2}\right) = P(-0.75 < Z < 0.5) = \underbrace{\Phi(0.5)}_{0.6915} - \underbrace{\Phi(-0.75)}_{0.2266} = 0.4649$$

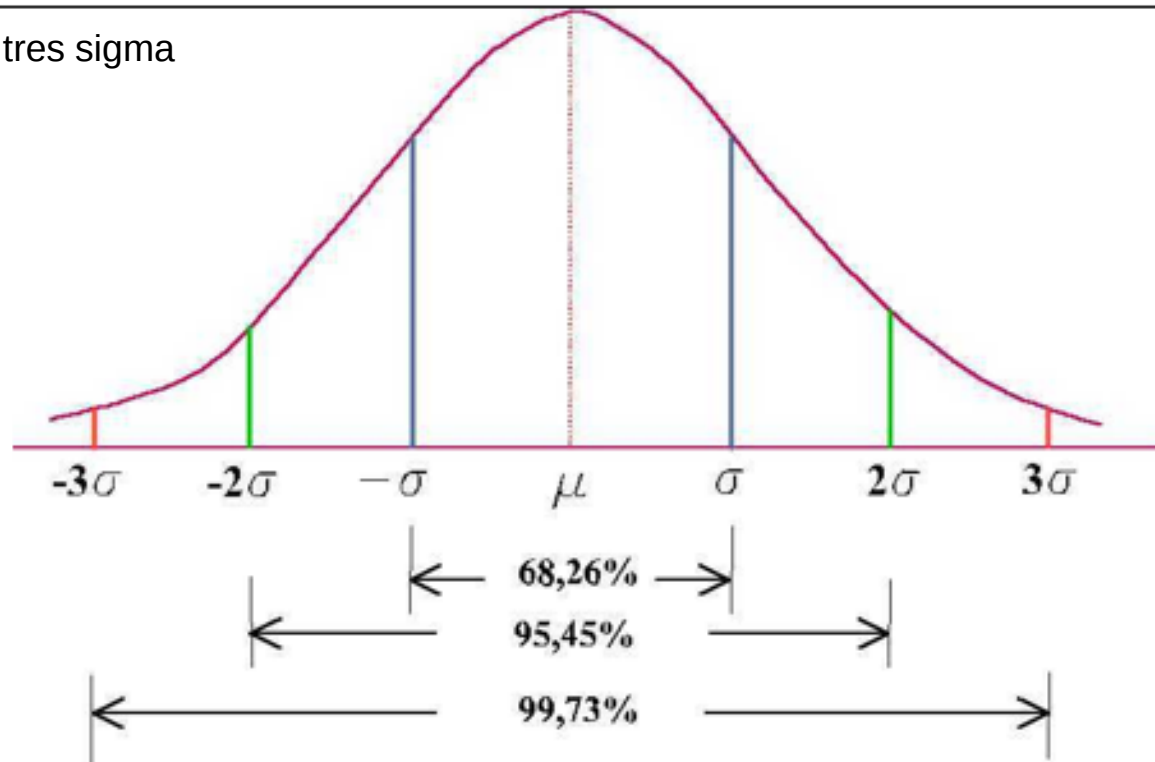
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$P[|X - \mu| < \sigma] = 0,6827$$

$$P[|X - \mu| < 2\sigma] = 0,9545$$

$$P[|X - \mu| < 3\sigma] = 0,9974$$

Regla de las tres sigma



$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow P\left(\left|\frac{X - \mu}{\sigma}\right| \leq \delta\right) = 2\Phi(\delta) - 1$$

Combinación lineal de v. a. normales

Cualquier combinación lineal de variables aleatorias normales independientes es una variable aleatoria normal.

Formalmente, sean las variables aleatorias X_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, todas ellas independientes y distribuidas normalmente, $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Sean los números reales a_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, la variable aleatoria combinación lineal: $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$, se distribuye normalmente y, además:

$$Y \sim N\left(\sum_{i=1}^n a_i \mu_i, \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2\right)$$

Combinación lineal de v. a. normales

Cualquier combinación lineal de variables aleatorias normales independientes es una variable aleatoria normal.

Formalmente, sean las variables aleatorias X_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, todas ellas independientes y distribuidas normalmente, $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Sean los números reales a_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, la variable aleatoria combinación lineal: $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$, se distribuye normalmente y, además:

$$Y \sim N\left(\sum_{i=1}^n a_i \mu_i, \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2\right)$$

$$E(Y) = E\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i E(X_i) = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i$$

Combinación lineal de v. a. normales

Cualquier combinación lineal de variables aleatorias normales independientes es una variable aleatoria normal.

Formalmente, sean las variables aleatorias X_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, todas ellas independientes y distribuidas normalmente, $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Sean los números reales a_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, la variable aleatoria combinación lineal: $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$, se distribuye normalmente y, además:

$$Y \sim N\left(\sum_{i=1}^n a_i \mu_i, \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2\right)$$

$$E(Y) = E\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i E(X_i) = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i$$

$$V(Y) = V\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i^2 V(X_i) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m^3 de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m^3 litros y una desviación estándar de 80 m^3 . Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda semanal que también se distribuye normalmente

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

$$X_i \text{ demanda diaria en litros} \quad X_i \sim N(330, 80^2)$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

$$X = \sum_{i=1}^7 X_i$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

$$X = \sum_{i=1}^7 X_i$$

La suma de variables de n variables aleatorias con distribución normal se distribuye normalmente. Por lo tanto:

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

$$X = \sum_{i=1}^7 X_i$$

La suma de variables de n variables aleatorias con distribución normal se distribuye normalmente. Por lo tanto:

$$X \sim N(E(X), V(X))$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

$$X = \sum_{i=1}^7 X_i$$

La suma de variables de n variables aleatorias con distribución normal se distribuye normalmente. Por lo tanto:

$$X \sim N(E(X), V(X))$$

$$E(S) = E\left(\sum_{i=1}^7 X_i\right) = \sum_{i=1}^7 \underbrace{E(X_i)}_{330} = 7 \times 330 = 2310$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

Solución

X_i demanda diaria en litros

$$X_i \sim N(330, 80^2)$$

La demanda en una determinada semana (7 días) se define a partir de la v.a

$$X = \sum_{i=1}^7 X_i$$

La suma de variables de n variables aleatorias con distribución normal se distribuye normalmente. Por lo tanto:

$$X \sim N(E(X), V(X))$$

$$E(S) = E\left(\sum_{i=1}^7 X_i\right) = \sum_{i=1}^7 \underbrace{E(X_i)}_{330} = 7 \times 330 = 2310 \qquad V(S) = V\left(\sum_{i=1}^7 X_i\right) = \sum_{i=1}^7 \underbrace{V(X_i)}_{80^2} = 7 \times 80^2$$

Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

$$P(X > 2450) =$$

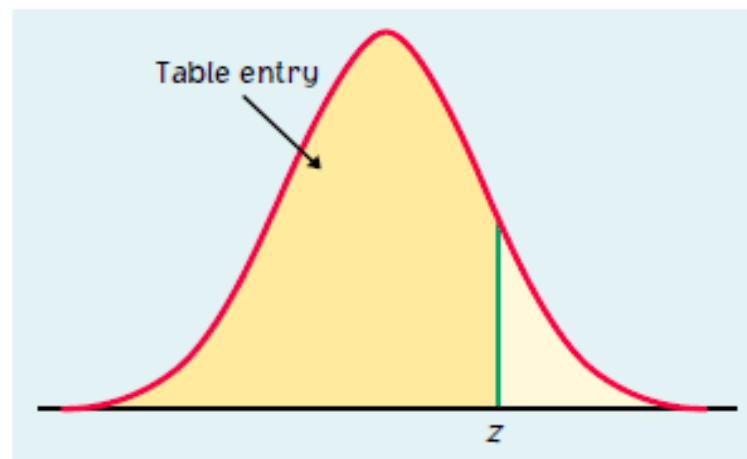
Ejercicio: Una estación de servicio al comenzar la semana dispone de un stock de 2450 m³ de Nafta Súper. La demanda diaria de este combustible tiene una distribución normal con media 330 m³ litros y una desviación estándar de 80 m³. Determinar la probabilidad de que la estación de servicio no pueda satisfacer la demanda en una determinada semana.

$$P(X > 2450) =$$

$$P(X > 2450) = 1 - P(X \leq 2450) = 1 - P\left(\frac{X - 2310}{80\sqrt{7}} \leq \frac{2450 - 2310}{80\sqrt{7}}\right) = 1 - P(Z \leq 0.66) = 1 - \Phi(0.66) = 1 - 0.7454$$

$$Z \sim N(0,1)$$

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .



$$P(Z < 0.83) = 0.7967$$

TABLE A Standard normal probabilities (*continued*)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545

Teorema del límite central

Teorema (T.L.C): Sean $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ v. a. i.i.d tal que $E(x_i) = \mu$ y $V(x_i) = \sigma^2$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$ y sea $S = \sum_{i=1}^n x_i$, entonces, S es una variable aleatoria y se distribuye aproximadamente como una distribución normal para n tendiendo a infinito. Es decir:

$$S = \sum_{i=1}^n x_i \sim N(E(S), V(S)), \text{ donde}$$

$$E(S) = E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n \underbrace{E(x_i)}_{\mu} = n \times \mu$$

$$V(S) = V\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) = \sum_{i=1}^n \underbrace{V(x_i)}_{\sigma^2} = n \times \sigma^2$$

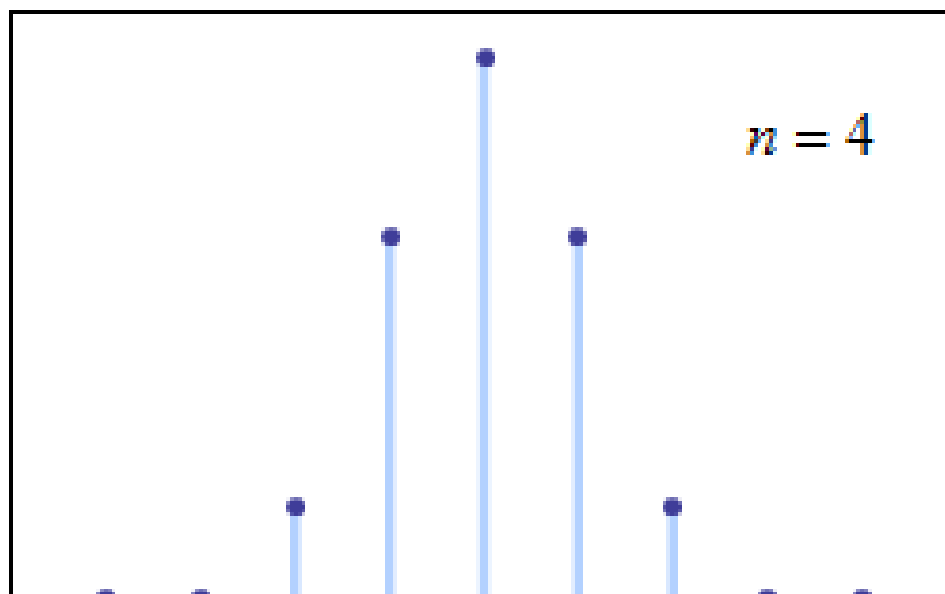
Por lo tanto:

$$Z = \frac{S - n\mu}{\sqrt{n\sigma}} \sim N(0, 1)$$

Aproximación Normal a la distribución Binomial

Si X tiene una distribución binomial con parámetros n y p , es decir, $X \sim B(n, p)$. La variable aleatoria:

$$Y = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$



Aproximación Normal a la distribución Binomial

Si X tiene una distribución binomial con parámetros n y p , es decir, $X \sim B(n, p)$. La variable aleatoria:

$$Y = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

Aproximación Normal a la distribución Binomial

Si X tiene una distribución binomial con parámetros n y p , es decir, $X \sim B(n, p)$. La variable aleatoria:

$$Y = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

Si a la v. a. $X \sim B(n, p)$, la definimos como una suma de " n " v. a. X_i de tipo Bernoulli independientes entre sí, cada una de ellas con $E(X_i) = p$ y varianza $V(X_i) = p(1-p)$

Entonces por el TCL $X = \sum_{i=1}^n X_i \sim N(np, np(1-p))$ cuando el n tiende a infinito.

Aproximación Normal a la distribución Binomial

Si X tiene una distribución binomial con parámetros n y p , es decir, $X \sim B(n, p)$. La variable aleatoria:

$$Y = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

Si a la v. a. $X \sim B(n, p)$, la definimos como una suma de " n " v. a. X_i de tipo Bernoulli independientes entre sí, cada una de ellas con $E(X_i) = p$ y varianza $V(X_i) = p(1-p)$

Entonces por el TCL $X = \sum_{i=1}^n X_i \sim N(np, np(1-p))$ cuando el n tiende a infinito.

$$E(X) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = E(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) = E(X_1) + \dots + E(X_n) = np$$

$$V(X) = V\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = V(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) = V(X_1) + \dots + V(X_n) = np(1-p)$$

Observaciones: Al aproximar la distribución Binomial por la distribución Normal, estamos aproximando la distribución de una variable aleatoria discreta con la de una variable aleatoria continua. Por lo tanto se debe tener cierto cuidado con los puntos extremos del intervalo, dado que para una v.a. continua $P(X = x_0) = 0$ mientras que para una v.a. discreta $P(X = x_0) \geq 0$.

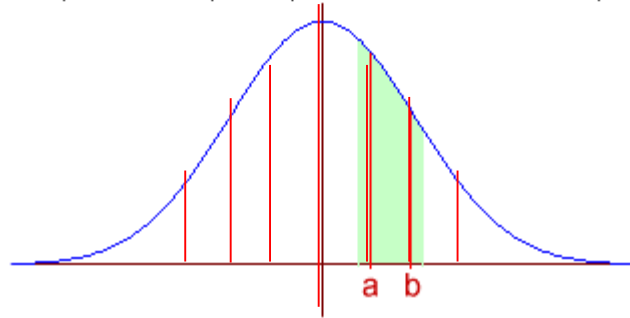
Corrección por continuidad:

Para variables discretas, consiste en ampliar el intervalo en una unidad, es decir:

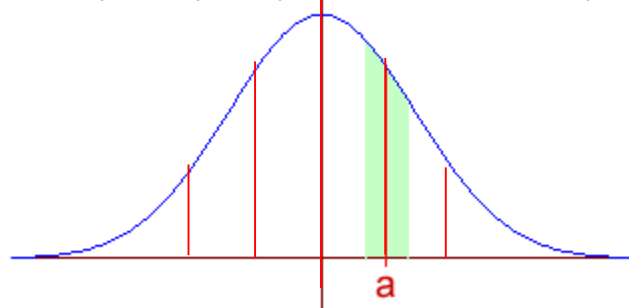
$$\text{a) } P(X = k) \cong P\left(k - \frac{1}{2} \leq X \leq k + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{b) } P(a \leq X \leq b) \cong P\left(a - \frac{1}{2} \leq X \leq b + \frac{1}{2}\right)$$

$$P(a \leq X \leq b) = P(a - 0.5 \leq X \leq b + 0.5)$$



$$P(X = a) = P(a - 0.5 \leq X \leq a + 0.5)$$



Ejercicio: Un examen tipo “múltiple choice” consta de 50 preguntas. Cada una de ellas tiene tres repuestas posibles y sólo una es la correcta. Para aprobar el examen se deben contestar bien al menos 25 preguntas. Si un alumno se presenta sin estudiar y contesta al azar todas las preguntas, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que apruebe?

$$x_i : \text{“contesta correctamente la pregunta } i \text{”} \quad E(x_i) = \frac{1}{3}$$

$$V(x_i) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

Ejercicio: Un examen tipo “múltiple choice” consta de 50 preguntas. Cada una de ellas tiene tres repuestas posibles y sólo una es la correcta. Para aprobar el examen se deben contestar bien al menos 25 preguntas. Si un alumno se presenta sin estudiar y contesta al azar todas las preguntas, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que apruebe?

$$x_i : \text{“contesta correctamente la pregunta } i \text{”} \quad E(x_i) = \frac{1}{3} \quad V(x_i) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$S = \sum_{i=1}^{50} x_i \quad \text{Por el TLC } S \text{ se distribuye normalmente}$$

Ejercicio: Un examen tipo “múltiple choice” consta de 50 preguntas. Cada una de ellas tiene tres repuestas posibles y sólo una es la correcta. Para aprobar el examen se deben contestar bien al menos 25 preguntas. Si un alumno se presenta sin estudiar y contesta al azar todas las preguntas, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que apruebe?

$$x_i : \text{“contesta correctamente la pregunta } i \text{”} \quad E(x_i) = \frac{1}{3} \quad V(x_i) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$S = \sum_{i=1}^{50} x_i \quad \text{Por el TLC } S \text{ se distribuye normalmente}$$

$$E(x_i) = 50x \frac{1}{3} \quad V(x_i) = 50x \frac{2}{9} = \frac{100}{9}$$

Ejercicio: Un examen tipo “múltiple choice” consta de 50 preguntas. Cada una de ellas tiene tres repuestas posibles y sólo una es la correcta. Para aprobar el examen se deben contestar bien al menos 25 preguntas. Si un alumno se presenta sin estudiar y contesta al azar todas las preguntas, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que apruebe?

$$x_i : \text{“contesta correctamente la pregunta } i \text{”} \quad E(x_i) = \frac{1}{3} \quad V(x_i) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$S = \sum_{i=1}^{50} x_i \quad \text{Por el TLC S se distribuye normalmente}$$

$$E(x_i) = 50x \frac{1}{3} \quad V(x_i) = 50x \frac{2}{9} = \frac{100}{9}$$

$$\begin{aligned} P(S \geq 25) &= 1 - P(S < 25) \stackrel{CC}{=} 1 - P(S \leq 24,5) = 1 - \varphi\left(\frac{24,5 - \frac{50}{3}}{\sqrt{\frac{100}{9}}}\right) = 1 - \varphi(2,35) = \\ &= 1 - 0,9906 \cong 0,0094 \end{aligned}$$

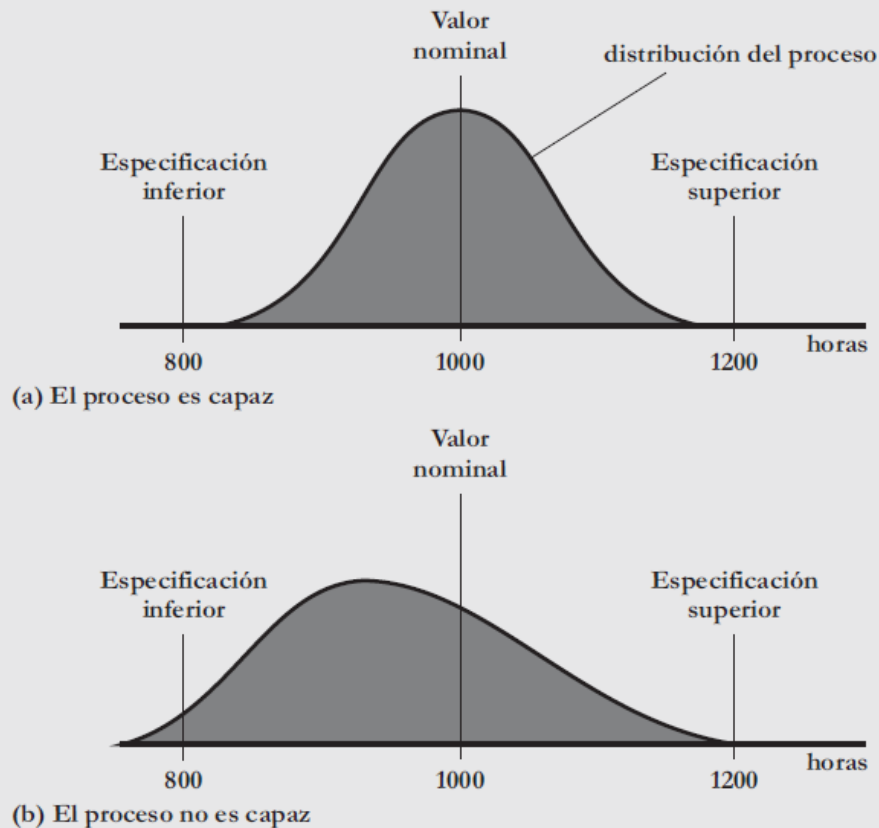
Control Estadístico de Calidad

2022.

Control Estadístico de Calidad

En la Planta Industrial de cualquier empresa todo el tiempo se están ejecutando procesos que podemos “medir” para poder conocer si cumplen con los requisitos del producto.

Diagrama de Pareto



Este grafico se refiere a las especificaciones de diseño referentes a la vida útil de una lampara de bajo consumo con un valor nominal de 1000 hs y una tolerancia de ± 200 hs. Esta tolerancia arroja una especificación no superior a 1200 hs. y una especificación no inferior a 800hs. El proceso de producción debe ser capaz de producirlas dentro de esas especificaciones de diseño.

Figura a) El proceso es capaz. Figura b) el proceso no es capaz, porque produce demasiadas lámparas de corta vida útil.

Control Estadístico de Calidad

En la Planta Industrial de cualquier empresa todo el tiempo se están ejecutando procesos que podemos “medir” para poder conocer si cumplen con los requisitos del producto.

Todo proceso está afectado por un gran número de factores sometidos a variabilidad (oscilaciones de las características del material utilizado, variaciones de temperatura y humedad ambiental, variabilidad introducida por el operario, entre otras) que inciden en el proceso y que inducen una variabilidad de las características del producto fabricado.

Si el proceso está operando de manera que existen pequeñas oscilaciones de todos estos factores, de modo tal que ninguno de ellos tiene un efecto preponderante frente a los demás, entonces en virtud del Teorema del Límite Central (TLC) es esperable que la característica de calidad del producto fabricado se distribuya de acuerdo con una ley normal. Al conjunto de esta multitud de factores se denominan **causas comunes o aleatorias**.

Por el contrario, si circunstancialmente incide un factor con un efecto preponderante, se dice que está presente una **causa especial o assignable**. Por ejemplo, si en un proceso industrial se está utilizando materias primas procedentes de un lote homogéneo y se continúa la fabricación con materias primas procedentes de otro lote, cuyas características son muy diferentes de las anteriores.

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

Control Estadístico de Calidad

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

Control Estadístico de Calidad

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

histogramas de frecuencia,

Control Estadístico de Calidad

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

histogramas de frecuencia,
gráfico de Pareto,

Control Estadístico de Calidad

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

histogramas de frecuencia,
gráfico de Pareto,
diagrama causa-efecto,

Control Estadístico de Calidad

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

histogramas de frecuencia,
gráfico de Pareto,
diagrama causa-efecto,

Por definición, se dice que un proceso está bajo control estadístico cuando NO hay presente causas asignables.

Los procesos que operan bajo **causas asignables** se consideran **fuera de control estadístico** y se requiere de un sistema de control que mitigue el impacto de las causas verdaderamente significativas de una manera práctica y económicamente viable.

La herramienta estadística que permite evaluar la variabilidad de un proceso es el Control Estadístico de Procesos. Comprende un conjunto de herramientas tales como:

histogramas de frecuencia,
gráfico de Pareto,
diagrama causa-efecto,

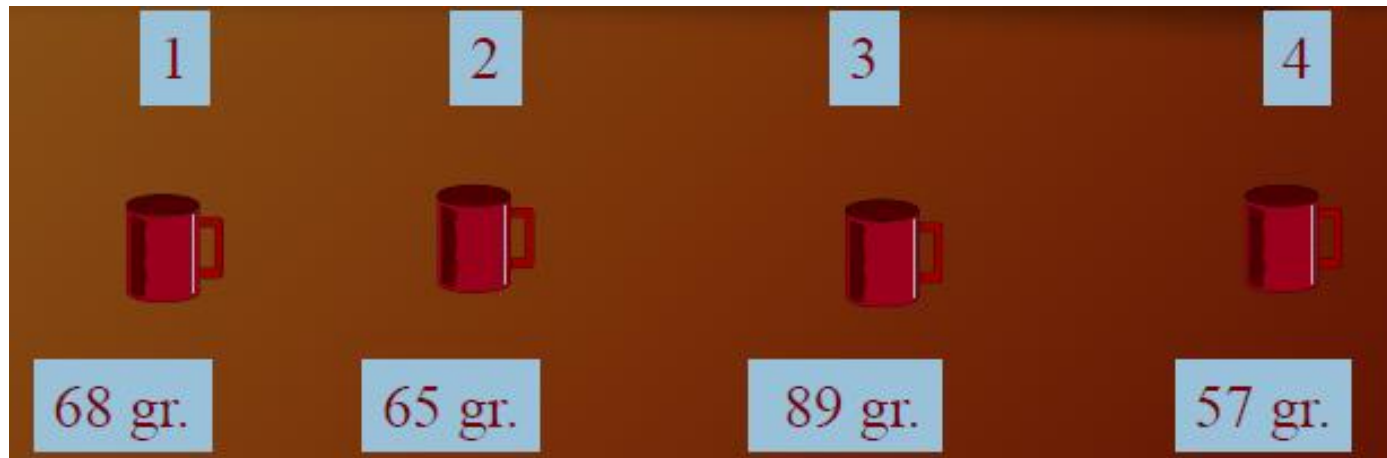
Gráficos de control.

Control Estadístico de Calidad

Supongamos que tenemos una máquina inyectora que produce piezas de PVC. Una característica de calidad importante es el peso de las mismas ya que nos indica la cantidad de PVC que la máquina inyectó en la matriz.

Si la cantidad de PVC es insuficiente la pieza de plástico será deficiente;

Si la cantidad es excesiva, la producción se encarece.

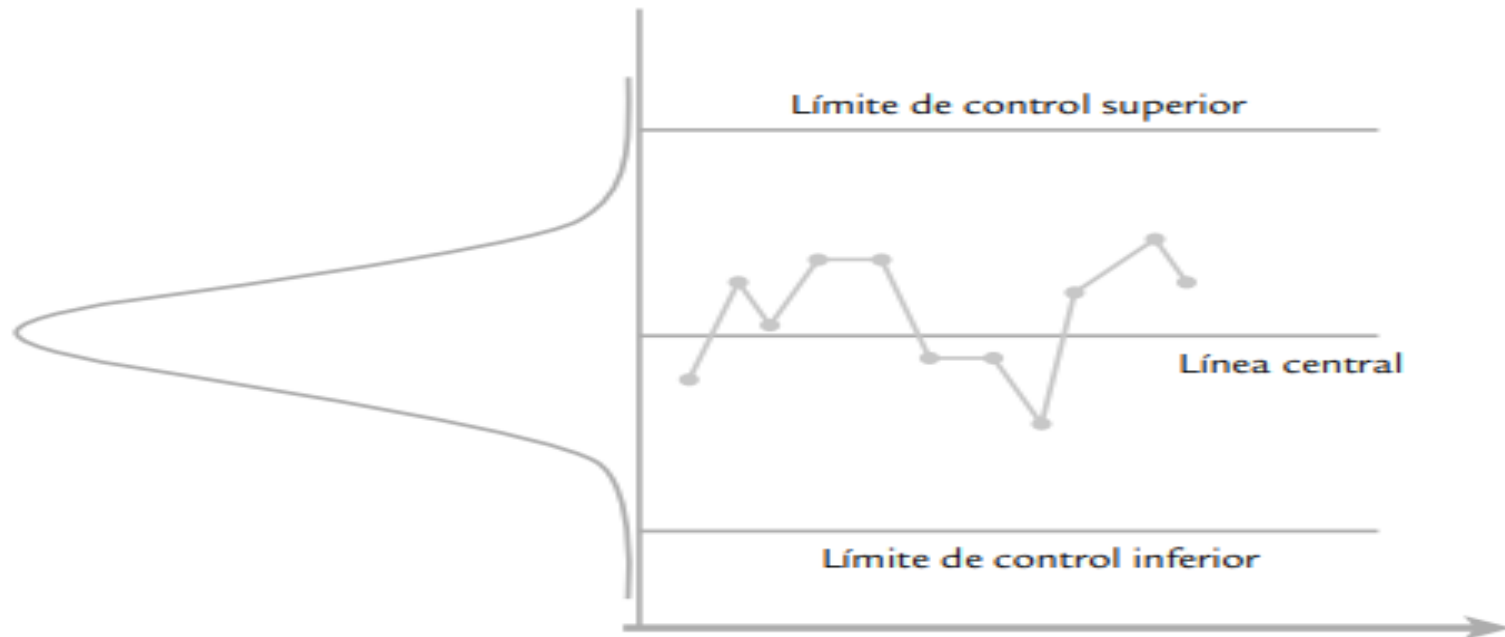


¿Cómo podemos distinguir si las fluctuaciones se producen por la variación natural del proceso o porque el mismo ya no está funcionando bien?

Gráficos de Control

Gráficos de control. La importancia del gráfico de control radica en su capacidad para detectar causas asignables durante un proceso de fabricación.

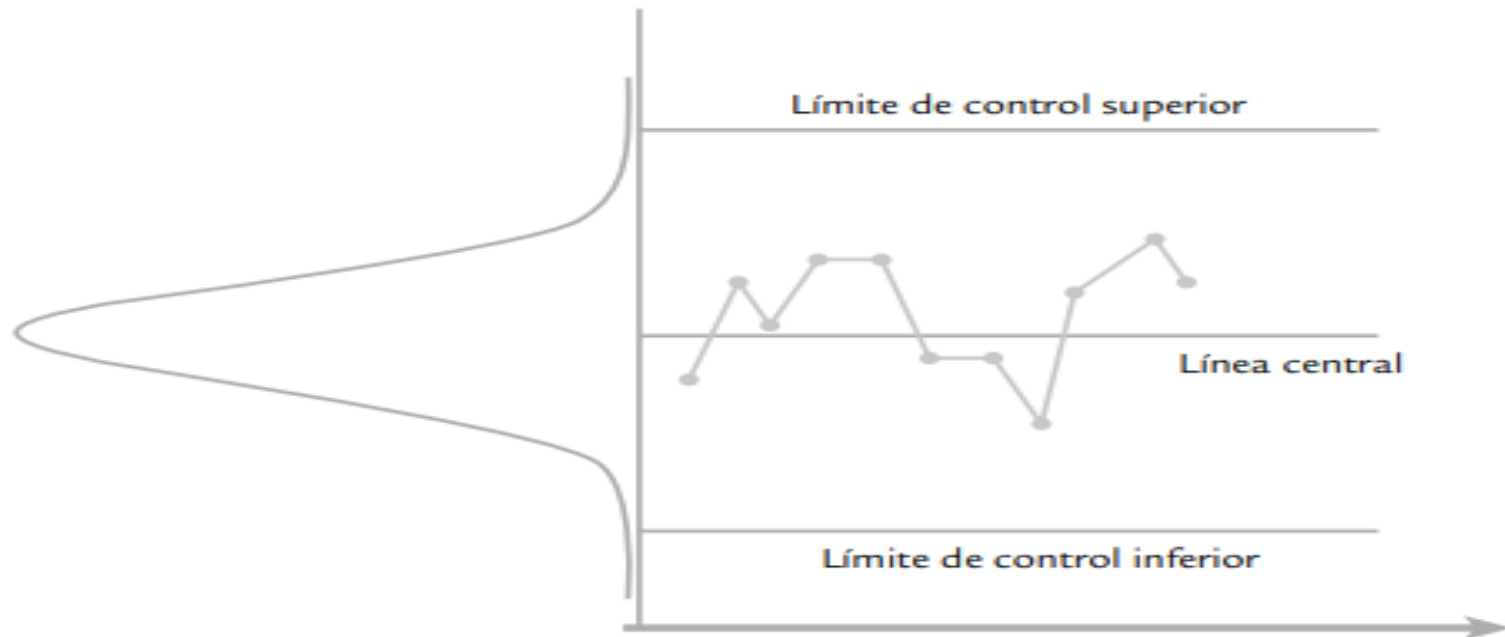
Un gráfico de control consiste de una línea central que representa el valor promedio de la característica de calidad correspondiente al estado bajo control y dos líneas que representan los límites de control inferior y superior.



Gráficos de Control

Gráficos de control. La importancia del gráfico de control radica en su capacidad para detectar causas asignables durante un proceso de fabricación.

Un gráfico de control consiste de una línea central que representa el valor promedio de la característica de calidad correspondiente al estado bajo control y dos líneas que representan los límites de control inferior y superior.



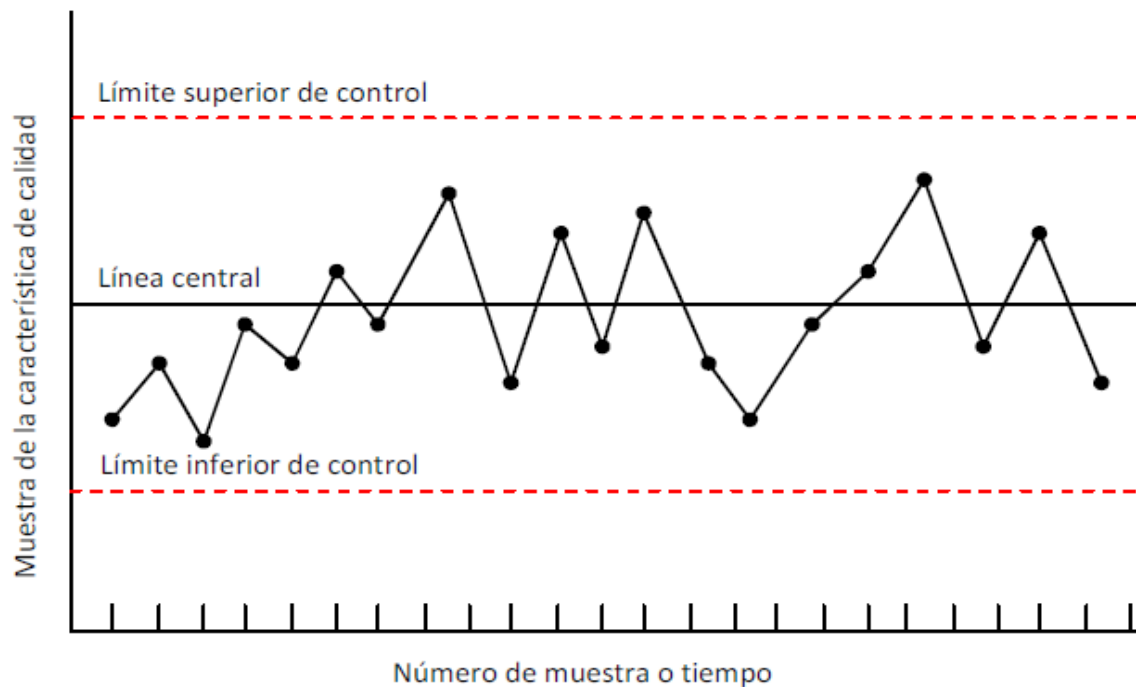
LCS = promedio de proceso + 3 desviaciones estándar

LCI = promedio de proceso - 3 desviaciones estándar

Gráficos de Control

Gráficos de control. La importancia del gráfico de control radica en su capacidad para detectar causas asignables durante un proceso de fabricación.

Un gráfico de control consiste de una línea central que representa el valor promedio de la característica de calidad correspondiente al estado bajo control y dos líneas que representan los límites de control inferior y superior.



GRÁFICOS DE CONTROL

Los gráficos de control pueden clasificarse en dos categorías, según el tipo de variable o característica de calidad que se desee monitorear:

GRÁFICOS DE CONTROL

Los gráficos de control pueden clasificarse en dos categorías, según el tipo de variable o característica de calidad que se desee monitorear:

1) Gráficos de control para variables.

GRÁFICOS DE CONTROL

Los gráficos de control pueden clasificarse en dos categorías, según el tipo de variable o característica de calidad que se desee monitorear:

1) Gráficos de control para variables.

2) Gráficos de control por atributos.

GRÁFICOS DE CONTROL

Los gráficos de control pueden clasificarse en dos categorías, según el tipo de variable o característica de calidad que se desee monitorear:

1) Gráficos de control para variables: Este tipo de gráficos se emplea cuando la característica de calidad puede medirse y expresarse como un número en alguna escala continua de medición, por ejemplo, el diámetro de un objeto, la longitud de una piza, el peso de un producto, etc.

GRÁFICOS DE CONTROL

1) Gráficos de control para variables más usadas en procesos industriales son los siguientes:

a) $\bar{X} - R$.Se utilizan para controlar y analizar un proceso, empleando valores continuos de calidad del producto.

$\bar{X}$ es la media aritmética de los valores en subgrupos pequeños (una medida del promedio del proceso); R es el rango de los valores dentro de cada subgrupo (una medida de la variación del proceso). Las gráficas $\bar{X} - R$ son las gráficas más comunes, aunque pueden no ser las más apropiadas para todas las situaciones.

GRÁFICOS DE CONTROL

1) Gráficos de control para variables más usadas en procesos industriales son los siguientes:

a) $\bar{X} - R$.Se utilizan para controlar y analizar un proceso, empleando valores continuos de calidad del producto.

$\bar{X}$ es la media aritmética de los valores en subgrupos pequeños (una medida del promedio del proceso); R es el rango de los valores dentro de cada subgrupo (una medida de la variación del proceso). Las gráficas $\bar{X} - R$ son las gráficas más comunes, aunque pueden no ser las más apropiadas para todas las situaciones.

b) Gráfico x

GRÁFICOS DE CONTROL

2) Cartas de control para atributos: Se utilizan cuando la característica de calidad está en la escala nominal u ordinal.

Son usadas cuando en un proceso los artículos pueden clasificarse como bueno/malo, conforme/no-conforme, defectuoso/no-defectuoso, etc.; o cuando los defectos pueden contarse, por ejemplo: número de golpes, número de rayas, etc.

GRÁFICOS DE CONTROL

2) Gráficos de control para atributos más usadas en procesos industriales son los siguientes:

Basados en la distribución Binomial:

- **Gráfico np:** número de unidades defectuosas en una muestra de n artículos para N muestras producidas.
- **Gráfico p:** proporción de unidades defectuosas en una muestra de n artículos para N muestras producidas.

Basados en la distribución de Poisson:

- **Gráfico c:** Número de defectos por unidad para N muestras de igual tamaño (n).
- **Gráfico u:** Número de defectos por unidad para N muestras de distintos tamaños.

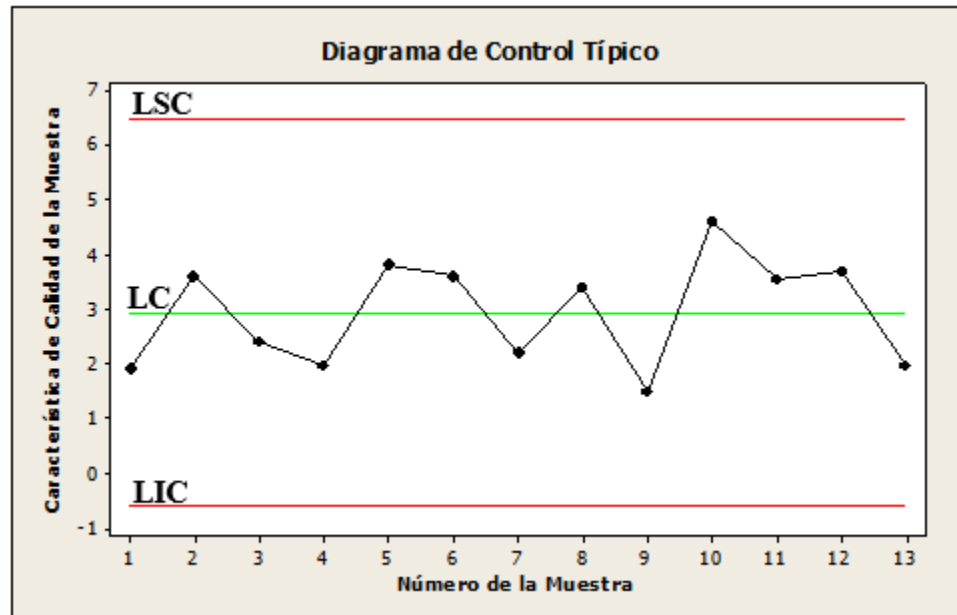
Gráficos de Control

La forma típica de un gráfico de control establece límites de control que se encuentran dentro de $\pm 3\sigma$ o sea dentro de ± 3 desviaciones estándar de la medida estadística de interés (puede ser el promedio, la porción, etc.). En general puede establecerse como:

<promedio de proceso> $\pm$ <3 desviaciones estándar>

LCS = promedio de proceso + 3 desviaciones estándar

LCI = promedio de proceso - 3 desviaciones estándar



Gráficos de Control

GRÁFICO	LÍNEA CENTRAL = LC	LÍNEA CONTROL SUP. = LCS	LÍNEA CONTROL INF. = LCI
$\bar{x}$	$\bar{\bar{x}}$	$\bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$	$\bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$
R	$\bar{R}$	$D_4 \bar{R}$	$D_3 \bar{R}$
x	$\bar{x}$	$\bar{x} + 2,66 \bar{R}_s$	$\bar{x} - 2,66 \bar{R}_s$
p	$\bar{p}$	$\bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) / \bar{n}}$	$\bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) / \bar{n}}$
np	$n\bar{p}$	$n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$	$n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$
c	$\bar{c}$	$\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$
u	$\bar{u}$	$\bar{u} + 3\sqrt{\bar{u} / \bar{n}}$	$\bar{u} - 3\sqrt{\bar{u} / \bar{n}}$

GRÁFICOS DE CONTROL POR MEDICIÓN DE VARIABLES

a) Gráficos $\bar{X} - R$ Se utilizan para controlar y analizar un proceso, empleando valores continuos de calidad del producto.

Ejemplo: Una fábrica que produce piezas cilíndricas de madera, desea controlar el diámetro expresado en mm de las piezas.

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

Ejemplo: Una fábrica que produce piezas cilíndricas de madera, desea controlar el diámetro de las piezas en mm.

Nro Muestra	X1	X2	X3	X4	$\bar{X}$	R
1	68	65	89	57	69,75	32
2	73	78	67	81	74,75	14
3	61	78	73	68	70	17
4	66	62	73	60	65,25	13
5	96	80	82	74	83	22
6	79	67	73	94	78,25	27
7	65	75	87	75	75,5	22
8	86	88	75	78	81,75	13
9	84	75	61	88	77	27
10	79	82	97	72	82,5	25
11	90	95	95	62	85,5	33
12	93	85	69	76	80,75	24
13	62	78	60	88	72	28
14	77	63	76	59	68,75	18
15	79	85	60	53	69,25	32
16	65	63	71	85	71	22
17	76	68	75	93	78	25
18	75	83	74	75	76,75	9
19	76	71	77	72	74	6
20	62	78	71	74	71,25	16

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

En la práctica se calculan los límites de control con las siguientes fórmulas; obteniéndose los coeficientes de la tabla correspondiente.

Gráfico de Control para $\bar{X}$

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Gráfico de Control para R

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad LC = \bar{R} \quad LIC = D_3 \bar{R}$$

Los factores A_2, D_3, D_4 dependen del tamaño n de las muestras.

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

n^*	Factor for Control Limits						
	$\bar{X}$ Chart			R Chart		S Chart	
	A_1	A_2	d_2	D_3	D_4	c_4	n
2	3.760	1.880	1.128	0	3.267	0.7979	2
3	2.394	1.023	1.693	0	2.575	0.8862	3
4	1.880	.729	2.059	0	2.282	0.9213	4
5	1.596	.577	2.326	0	2.115	0.9400	5
6	1.410	.483	2.534	0	2.004	0.9515	6
7	1.277	.419	2.704	.076	1.924	0.9594	7
8	1.175	.373	2.847	.136	1.864	0.9650	8
9	1.094	.337	2.970	.184	1.816	0.9693	9
10	1.028	.308	3.078	.223	1.777	0.9727	10
11	.973	.285	3.173	.256	1.744	0.9754	11
12	.925	.266	3.258	.284	1.716	0.9776	12
13	.884	.249	3.336	.308	1.692	0.9794	13
14	.848	.235	3.407	.329	1.671	0.9810	14
15	.816	.223	3.472	.348	1.652	0.9823	15
16	.788	.212	3.532	.364	1.636	0.9835	16
17	.762	.203	3.588	.379	1.621	0.9845	17
18	.738	.194	3.640	.392	1.608	0.9854	18
19	.717	.187	3.689	.404	1.596	0.9862	19
20	.697	.180	3.735	.414	1.586	0.9869	20
21	.679	.173	3.778	.425	1.575	0.9876	21
22	.662	.167	3.819	.434	1.566	0.9882	22
23	.647	.162	3.858	.443	1.557	0.9887	23
24	.632	.157	3.895	.452	1.548	0.9892	24
25	.619	.153	3.931	.459	1.541	0.9896	25

n tamaños
de cada
muestra

* $n > 25$: $A_1 = 3/\sqrt{n}$ where n = number of observations in sample.

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

En la práctica se calculan los límites de control con las siguientes fórmulas; obteniéndose los coeficientes de la tabla correspondiente.

Gráfico de Control para $\bar{X}$

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Los factores A_2, D_3, D_4 dependen del tamaño n de las muestras.

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

Ejemplo: Una fábrica que produce piezas cilíndricas de madera. La característica de calidad que se desea controlar es el diámetro de las piezas.

Nro Muestra	X1	X2	X3	X4	$\bar{X}$	R
1	68	65	89	57	69,75	32
2	73	78	67	81	74,75	14
3	61	78	73	68	70	17
4	66	62	73	60	65,25	13
5	96	80	82	74	83	22
6	79	67	73	94	78,25	27
7	65	75	87	75	75,5	22
8	86	88	75	78	81,75	13
9	84	75	61	88	77	27
10	79	82	97	72	82,5	25
11	90	95	95	62	85,5	33
12	93	85	69	76	80,75	24
13	62	78	60	88	72	28
14	77	63	76	59	68,75	18
15	79	85	60	53	69,25	32
16	65	63	71	85	71	22
17	76	68	75	93	78	25
18	75	83	74	75	76,75	9
19	76	71	77	72	74	6
20	62	78	71	74	71,25	16

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{N}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{N}$$

$$\bar{\bar{X}} = 75.25$$

$$\bar{R} = 21,25$$

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

En la práctica se calculan los límites de control con las siguientes fórmulas; obteniéndose los coeficientes de la tabla correspondiente.

Gráfico de Control para $\bar{X}$

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Los factores A_2, D_3, D_4 dependen del tamaño n de las muestras.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{N} \quad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{N} \quad \bar{\bar{X}} = 75.25$$
$$\bar{R} = 21.25$$

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

n^*	Factor for Control Limits						
	$\bar{X}$ Chart			R Chart		S Chart	
	A_1	A_2	d_2	D_3	D_4	c_4	n
2	3.760	1.880	1.128	0	3.267	0.7979	2
3	2.394	1.023	1.693	0	2.575	0.8862	3
4	1.880	.729	2.059	0	2.282	0.9213	4
5	1.596	.577	2.326	0	2.115	0.9400	5
6	1.410	.483	2.534	0	2.004	0.9515	6
7	1.277	.419	2.704	.076	1.924	0.9594	7
8	1.175	.373	2.847	.136	1.864	0.9650	8
9	1.094	.337	2.970	.184	1.816	0.9693	9
10	1.028	.308	3.078	.223	1.777	0.9727	10
11	.973	.285	3.173	.256	1.744	0.9754	11
12	.925	.266	3.258	.284	1.716	0.9776	12
13	.884	.249	3.336	.308	1.692	0.9794	13
14	.848	.235	3.407	.329	1.671	0.9810	14
15	.816	.223	3.472	.348	1.652	0.9823	15
16	.788	.212	3.532	.364	1.636	0.9835	16
17	.762	.203	3.588	.379	1.621	0.9845	17
18	.738	.194	3.640	.392	1.608	0.9854	18
19	.717	.187	3.689	.404	1.596	0.9862	19
20	.697	.180	3.735	.414	1.586	0.9869	20
21	.679	.173	3.778	.425	1.575	0.9876	21
22	.662	.167	3.819	.434	1.566	0.9882	22
23	.647	.162	3.858	.443	1.557	0.9887	23
24	.632	.157	3.895	.452	1.548	0.9892	24
25	.619	.153	3.931	.459	1.541	0.9896	25

n tamaños
de cada
muestra

* $n > 25$: $A_1 = 3/\sqrt{n}$ where n = number of observations in sample.

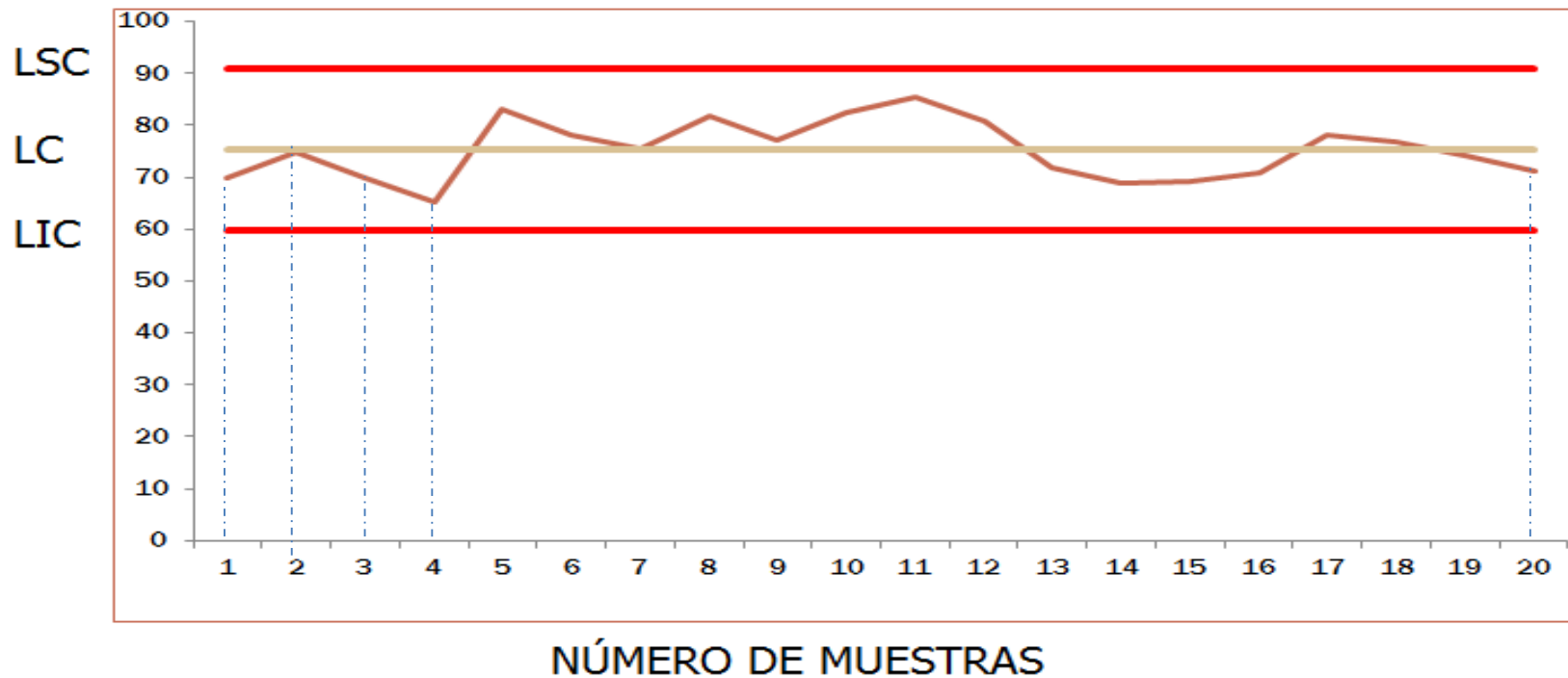
Gráficos de Control $\bar{X} - R$

Nro Muestra	X1	X2	X3	X4	$\bar{X}$	R
1	68	65	89	57	69,75	32
2	73	78	67	81	74,75	14
3	61	78	73	68	70	17
4	66	62	73	60	65,25	13
5	96	80	82	74	83	22
6	79	67	73	94	78,25	27
7	65	75	87	75	75,5	22
8	86	88	75	78	81,75	13
9	84	75	61	88	77	27
10	79	82	97	72	82,5	25
11	90	95	95	62	85,5	33
12	93	85	69	76	80,75	24
13	62	78	60	88	72	28
14	77	63	76	59	68,75	18
15	79	85	60	53	69,25	32
16	65	63	71	85	71	22
17	76	68	75	93	78	25
18	75	83	74	75	76,75	9
19	76	71	77	72	74	6
20	62	78	71	74	71,25	16

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 75,25 + 0,729 \cdot 21,25 = 90,741$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 75,25 - 0,729 \cdot 21,25 = 59,759$$



Gráficos de Control $\bar{X} - R$

En la práctica se calculan los límites de control con las siguientes fórmulas; obteniéndose los coeficientes de la tabla correspondiente.

Gráfico de Control para R

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad LC = \bar{R} \quad LIC = D_3 \bar{R}$$

Los factores A_2, D_3, D_4 dependen del tamaño n de las muestras.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{N} \quad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{N} \quad \bar{\bar{X}} = 75.25$$
$$\bar{R} = 21.25$$

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

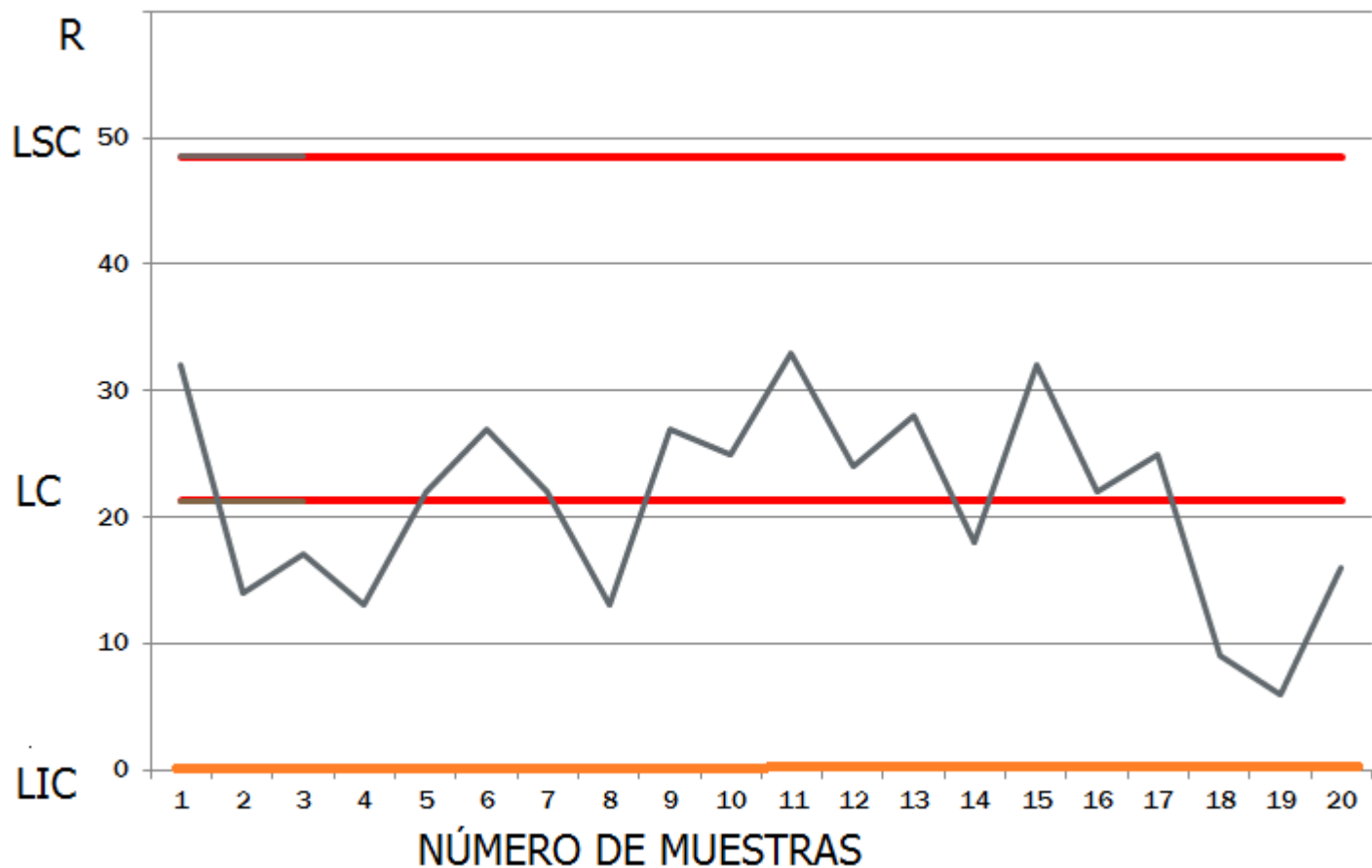
n^*	Factor for Control Limits						
	$\bar{X}$ Chart			R Chart		S Chart	
	A_1	A_2	d_2	D_3	D_4	c_4	n
2	3.760	1.880	1.128	0	3.267	0.7979	2
3	2.394	1.023	1.693	0	2.575	0.8862	3
4	1.880	.729	2.059	0	2.282	0.9213	4
5	1.596	.577	2.326	0	2.115	0.9400	5
6	1.410	.483	2.534	0	2.004	0.9515	6
7	1.277	.419	2.704	.076	1.924	0.9594	7
8	1.175	.373	2.847	.136	1.864	0.9650	8
9	1.094	.337	2.970	.184	1.816	0.9693	9
10	1.028	.308	3.078	.223	1.777	0.9727	10
11	.973	.285	3.173	.256	1.744	0.9754	11
12	.925	.266	3.258	.284	1.716	0.9776	12
13	.884	.249	3.336	.308	1.692	0.9794	13
14	.848	.235	3.407	.329	1.671	0.9810	14
15	.816	.223	3.472	.348	1.652	0.9823	15
16	.788	.212	3.532	.364	1.636	0.9835	16
17	.762	.203	3.588	.379	1.621	0.9845	17
18	.738	.194	3.640	.392	1.608	0.9854	18
19	.717	.187	3.689	.404	1.596	0.9862	19
20	.697	.180	3.735	.414	1.586	0.9869	20
21	.679	.173	3.778	.425	1.575	0.9876	21
22	.662	.167	3.819	.434	1.566	0.9882	22
23	.647	.162	3.858	.443	1.557	0.9887	23
24	.632	.157	3.895	.452	1.548	0.9892	24
25	.619	.153	3.931	.459	1.541	0.9896	25

n tamaños
de cada
muestra

* $n > 25$: $A_1 = 3/\sqrt{n}$ where n = number of observations in sample.

Gráficos de Control $\bar{X} - R$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 2,282 \times 21,25 = 48,493 \quad LC = \bar{R} = 21,25 \quad LIC = D_3 \bar{R} = 0 \times 21,25 = 0$$



b) Gráfico $\bar{x}$

En algunos casos es necesario controlar un proceso basándose en **lecturas de observaciones individuales**, en lugar de grupos de ellas.

Este es el caso de artículos en los que las mediciones son “caras” (por ejemplo en ensayos destructivos, o ensayos que requieren condiciones especiales) o cuando la producción en un momento dado es homogénea respecto a la variable de interés.

Este tipo de gráficos es un caso particular del anterior donde las muestras son de tamaño n igual a 1. **Al ser la muestra unitaria no resulta posible calcular la variabilidad dentro de la misma, por esto, para el cálculo de los límites de control se utiliza el Rango Móvil (RM) de datos consecutivos.**

Para resolver esto, se hace una **agrupación artificial “de cada elemento con el siguiente”**, de manera que se asocia la variación entre dos unidades consecutivas a la variación inter-muestra.

b) Gráfico $\bar{x}$

Los límites de control deben determinarse con por lo menos 15 valores individuales. Los mismos se calculan con las siguientes fórmulas:

Gráfico de Control para $\bar{X}$

La línea central LC , el límite superior de control LSC y el límite inferior de control LIC son

$$LSC = \bar{\bar{X}} + 2,66 \overline{RM} \quad LC = \bar{\bar{X}} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - 2,66 \overline{RM}$$

$$RM_i = |X_{i+1} - X_i| \quad 1 \leq i \leq n - 1$$

$$\overline{RM} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} RM_i}{n - 1}$$

Gráficos de Control $\bar{x}$

b) Gráfico $\bar{x}$

Ejemplo: En un proceso de corte, se controla en una partida al azar el tiempo en segundos de corte, obteniéndose la siguiente nómina de valores:

x	RM	x	RM	x	RM
133,5	16,0	124,0	0,0	135,5	4,0
117,5	6,5	124,0	13,0	131,5	4,5
124,0	2,5	137,0	6,5	136,0	8,0
126,5	6,0	143,5	11,0	128,0	0,5
132,5	2,0	132,5	1,0	127,5	1,5
130,5	12,5	133,5	0,5	126,0	1,0
118,0	8,5	133,0	6,5	125,0	1,5
126,5	1,0	126,5	0,5	123,5	6,5
127,5	6,0	126,0	9,5	130,0	0,0
133,5	2,0	135,5	14,0	130,0	-----
131,5	3,0	121,5	9,5		
128,5	4,5	131,0	4,5		

Gráficos de Control $\bar{x}$

b) Gráfico $\bar{x}$

Ejemplo: En un proceso de corte, se controla en una partida al azar el tiempo en segundos de corte, obteniéndose la siguiente nómina de valores:

x	RM	x	RM	x	RM
133,5	16,0	124,0	0,0	135,5	4,0
117,5	6,5	124,0	13,0	131,5	4,5
124,0	2,5	137,0	6,5	136,0	8,0
126,5	6,0	143,5	11,0	128,0	0,5
132,5	2,0	132,5	1,0	127,5	1,5
130,5	12,5	133,5	0,5	126,0	1,0
118,0	8,5	133,0	6,5	125,0	1,5
126,5	1,0	126,5	0,5	123,5	6,5
127,5	6,0	126,0	9,5	130,0	0,0
133,5	2,0	135,5	14,0	130,0	
131,5	3,0	121,5	9,5		
128,5	4,5	131,0	4,5		

$$n = 34 \quad \text{entonces} \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{34} X_i}{34} = 129,15$$

$$RM_i = |X_{i+1} - X_i| \quad 1 \leq i \leq n - 1$$

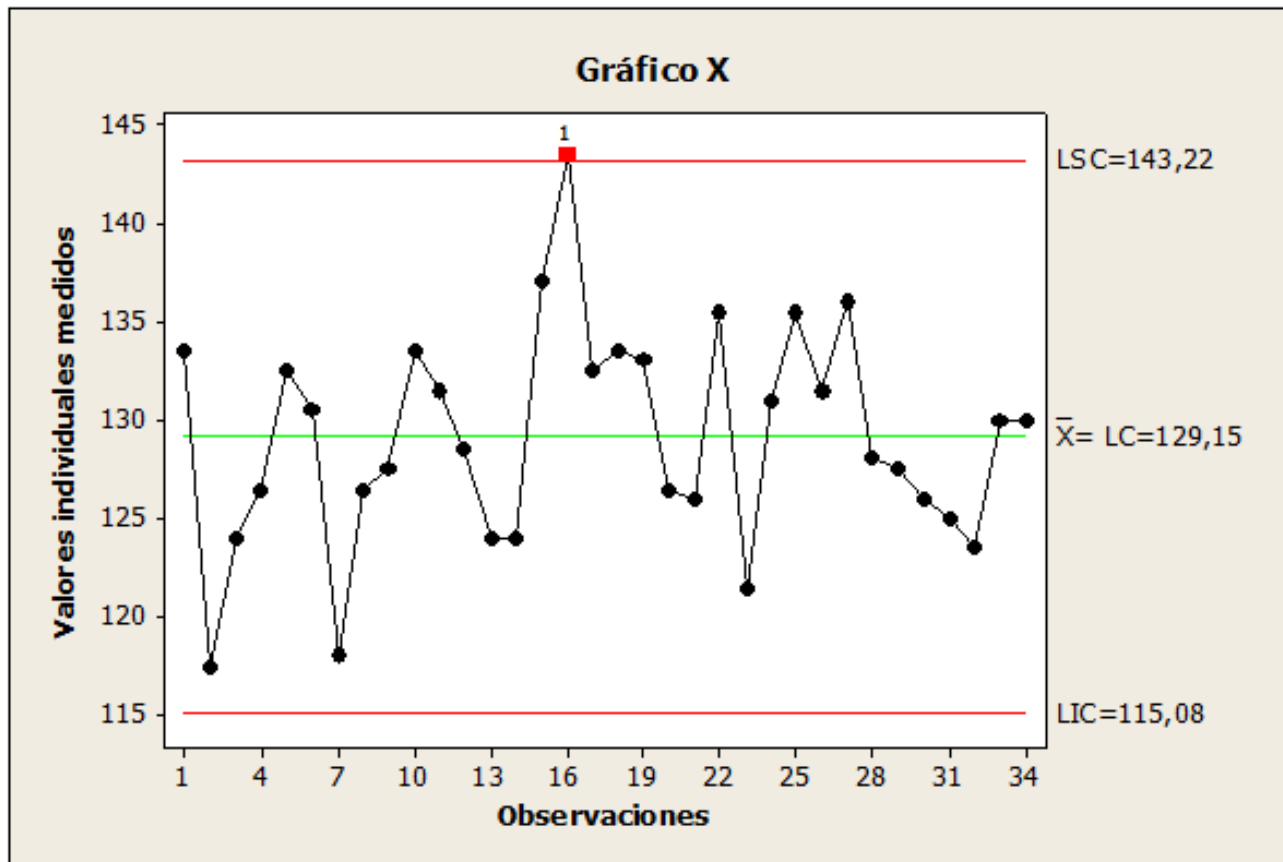
$$\overline{RM} = \frac{\sum_{i=1}^{33} RM_i}{33} = 5,29$$

$$X \Rightarrow \begin{cases} LSC = \bar{X} + 2,66 \overline{RM} = 129,15 + 2,66 \times (5,29) = 143,22 \\ LC = \bar{X} = 129,15 \\ LIC = \bar{X} - 2,66 \overline{RM} = 129,15 - 2,66 \times (5,29) = 115,08 \end{cases}$$

Gráficos de Control $\bar{x}$

b) Gráfico $\bar{x}$

Ejemplo: En un proceso de corte, se controla en una partida al azar el tiempo en segundos de corte, obteniéndose la siguiente nómina de valores:



Gráficos de Control $\bar{x}$

b) Gráfico $\bar{x}$

2. Se selecciona un subgrupo de 25 pelotas de una máquina que fabrica pelotas de softball durante el proceso de producción. La circunferencia (en pulgadas) de las pelotas se registran a continuación (de izquierda a derecha):

11.965	11.983	12.058	12.080	12.080
11.985	11.981	11.927	11.969	12.017
11.955	12.012	12.019	12.035	11.983
11.959	12.031	11.969	11.998	11.996
12.008	11.975	11.972	11.989	12.052

a) Construya un diagrama de control para la circunferencia (en pulgadas) de las pelotas.

b) ¿Está la circunferencia de las pelotas bajo control?

GRÁFICOS DE CONTROL

2) Gráficos de control para atributos más usadas en procesos industriales son los siguientes:

Basados en la distribución Binomial:

- **Gráfico np:** número de unidades defectuosas en una muestra de n artículos para N muestras producidas.
- **Gráfico p:** proporción de unidades defectuosas en una muestra de n artículos para N muestras producidas.

Basados en la distribución de Poisson:

- **Gráfico c:** Número de defectos por unidad para N muestras de igual tamaño (n).
- **Gráfico u:** Número de defectos por unidad para N muestras de distintos tamaños.

GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

a) Gráfico p (fracción o proporción defectuosa o no concordante)

A menudo es deseable **clasificar un producto como defectuoso o no defectuoso** sobre la base de la comparación con un estándar. Por ejemplo, el diámetro de una bola puede verificarse determinando si pasará a través de un medidor compuesto por agujeros circulares cortados en una plantilla. Esto sería mucho más simple que medir el diámetro con un micrómetro. Sin embargo, **los diagramas de control de atributo requieren un tamaño de muestra bastante más grande que en el caso de las mediciones de contrapartes.**

El gráfico se realiza tomando muestras de tamaño n_i (no tienen por qué ser todas de igual tamaño) y contando el número de artículos defectuosos d_i . Nuestro interés está en la evolución de la proporción de artículos defectuosos, es decir,

$$\hat{p}_i = \frac{d_i}{n_i} = \frac{\text{número de defectuosos en la muestra } i\text{-ésima}}{\text{tamaño de la muestra } i\text{-ésima}}$$

Gráficos de Control p

GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

a) Gráfico p (fracción defectuosa o no concordante)

Como en gráficos anteriores, para el cálculo de los límites de control se utilizan las siguientes fórmulas:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i}{n_i} \right)}{N} \quad y \quad \bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N}$$

d_i = cantidad de productos defectuosos de la muestra i de tamaño n_i ,

n_i = número de productos de la muestra i y N = número de muestras

$$\begin{cases} LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}} \\ LC = \bar{p} \\ LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}} \end{cases}$$

Gráficos de Control p

a) Gráfico p (fracción defectuosa o no concordante)

Ejemplo: Esponjas que no cumplen con las especificaciones producidas diariamente durante un periodo de 32 días.

Día	Cantidad Producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Proporción	Día	Cantidad Producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Proporción
1	690	21	0,03	17	575	20	0,035
2	580	22	0,038	18	610	16	0,026
3	685	20	0,029	19	596	15	0,025
4	595	21	0,035	20	630	24	0,038
5	665	23	0,035	21	625	25	0,04
6	596	19	0,032	22	615	21	0,034
7	600	18	0,03	23	575	23	0,04
8	620	24	0,039	24	572	20	0,035
9	610	20	0,033	25	645	24	0,037
10	595	22	0,037	26	651	25	0,038
11	645	19	0,029	27	660	21	0,032
12	675	23	0,034	28	685	19	0,028
13	670	22	0,033	29	671	17	0,025
14	590	26	0,044	30	660	22	0,033
15	585	17	0,029	31	595	24	0,04
16	560	16	0,029	32	600	16	0,027

Gráficos de Control p

a) Gráfico p (fracción defectuosa o no concordante)

Ejemplo: Esponjas que no cumplen con las especificaciones producidas diariamente durante un periodo de 32 días.

$$\begin{cases} LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} \\ LC = \bar{p} \\ LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} \end{cases}$$

Día	Cantidad Producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Proporción	Día	Cantidad Producida	Cantidad de esponjas que no cumplen	Proporción
1	690	21	0,03	17	575	20	0,035
2	580	22	0,038	18	610	16	0,026
3	685	20	0,029	19	596	15	0,025
4	595	21	0,035	20	630	24	0,038
5	665	23	0,035	21	625	25	0,04
6	596	19	0,032	22	615	21	0,034
7	600	18	0,03	23	575	23	0,04
8	620	24	0,039	24	572	20	0,035
9	610	20	0,033	25	645	24	0,037
10	595	22	0,037	26	651	25	0,038
11	645	19	0,029	27	660	21	0,032
12	675	23	0,034	28	685	19	0,028
13	670	22	0,033	29	671	17	0,025
14	590	26	0,044	30	660	22	0,033
15	585	17	0,029	31	595	24	0,04
16	560	16	0,029	32	600	16	0,027

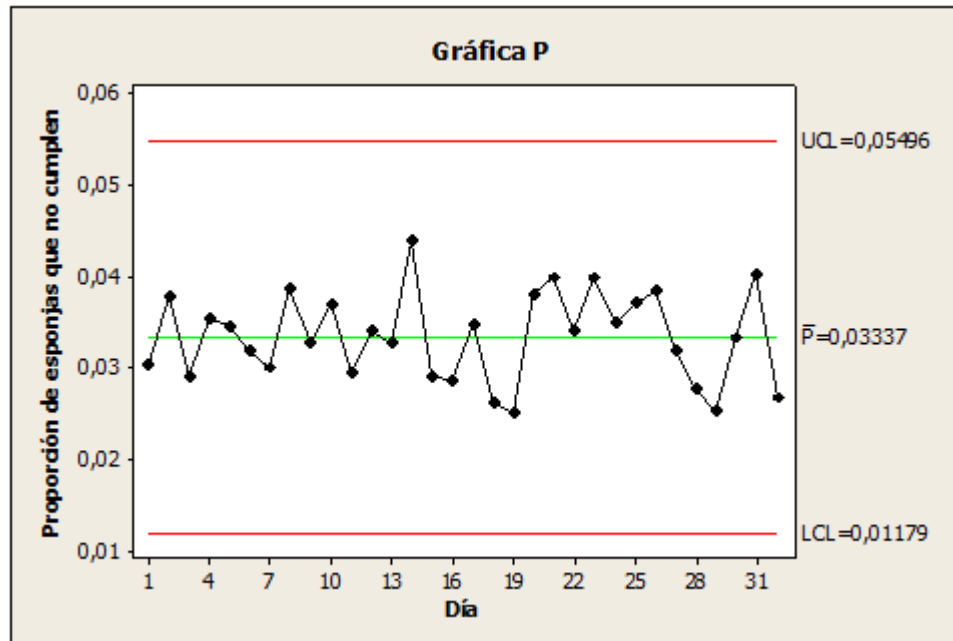
$$\begin{cases} \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i}{n_i}\right)}{N} = 0,033 \\ \bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} = 622,6875 \end{cases}$$

$$\begin{cases} LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0,033 - 0,021 = 0,012 \\ LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0,033 + 0,021 = 0,054 \end{cases}$$

Gráficos de Control p

a) Gráfico p (fracción defectuosa o no concordante)

Ejemplo: Esponjas que no cumplen con las especificaciones producidas diariamente durante un periodo de 32 días.



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i}{n_i} \right)}{N} = 0,033 \\ \bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N} = 622,6875 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0,033 - 0,021 = 0,012 \\ LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0,033 + 0,021 = 0,054 \end{array} \right.$$

Gráficos de Control np

b) Gráfico np (tamaño de la muestra constante)

Número de unidades defectuosas en una muestra de n artículos para N muestras producidas. Estas muestras se seleccionan periódicamente en el proceso de producción, por ejemplo: cada hora, cada 15 minutos, cada mañana, cada turno, etc.

Los límites de control se calculan mediante:

$$NP \Rightarrow \begin{cases} LSC = n\bar{p} + 3n\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \\ LC = n\bar{p} \\ LIC = n\bar{p} - 3n\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \end{cases} \quad \text{donde} \quad n\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N n p_i}{N}$$

Gráficos de Control np

b) Gráfico np (tamaño de la muestra constante)

Ejemplo: En la siguiente tabla se presentan los datos provenientes de la inspección de defectos en muestras de 100 metros de paño.

Día	n	np	Día	n	np
1	100	4	13	100	1
2	100	2	14	100	0
3	100	0	15	100	2
4	100	5	16	100	3
5	100	3	17	100	1
6	100	2	18	100	6
7	100	4	19	100	1
8	100	3	20	100	3
9	100	2	21	100	3
10	100	6	22	100	2
11	100	1	23	100	0
12	100	4	24	100	7
			25	100	3

Gráficos de Control np

b) Gráfico np (tamaño de la maestra constante)

Ejemplo: En la siguiente tabla se presentan los datos provenientes de la inspección de defectos en muestras de 100 metros de paño.

Día	n	np	Día	n	np
1	100	4	13	100	1
2	100	2	14	100	0
3	100	0	15	100	2
4	100	5	16	100	3
5	100	3	17	100	1
6	100	2	18	100	6
7	100	4	19	100	1
8	100	3	20	100	3
9	100	2	21	100	3
10	100	6	22	100	2
11	100	1	23	100	0
12	100	4	24	100	7
			25	100	3

$$n\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N n p_i}{N} = \frac{68}{25} = 2,72 \quad \Rightarrow \quad \bar{p} = \frac{2,72}{100} = 0,0272$$

$$\begin{cases} LSC = 2,72 + 3 \times (100) \sqrt{\frac{(0,0272)(1 - 0,0272)}{100}} = 2,72 + 4,88 = 7,60 \\ LC = 2,72 \\ LIC = 2,72 - 3 \times (100) \sqrt{\frac{(0,0272)(1 - 0,0272)}{100}} = 2,72 - 4,88 = -2.16 \equiv 0 \end{cases}$$

Si p es pequeño, el límite de control puede ser, un número negativo. Si esto ocurre, como en este ejemplo, se considera al límite inferior como cero, **entonces LCI = 0**

Gráficos de Control c

c) Gráfico c

En algunas situaciones puede ser necesario **controlar el número de defectos en una unidad de producto**, en vez de la fracción de defectos. En estas situaciones podemos emplear el gráfico de control c .

Supóngase que en la producción de ropa es necesario controlar el número de defectos por metro cuadrado, o que en el ensamblado de un ala de avión el número de remaches faltantes debe controlarse.

Muchas situaciones de defectos por unidad pueden modelarse por medio de la **distribución de Poisson**.

Las muestras incluidas en un gráfico c son productos individuales de tamaño constante.

El número de defectos en cada producto representados por c , se cuenta y se registra como el valor de una muestra.

Gráficos de Control c

c) Gráfico c

En algunas situaciones puede ser necesario controlar el número de defectos en una unidad de producto, en vez de la fracción de defectos. En estas situaciones podemos emplear el gráfico de control c .

Sea c el número de defectos en una unidad, donde c es una variable aleatoria de Poisson con parámetro α . Por lo tanto, si se disponen k unidades y c_i es el número de defectos en la unidad i , la línea central del diagrama de control es:

$$\bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i \quad y \quad C \Rightarrow \begin{cases} LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ LC = \bar{c} \\ LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \end{cases}$$

Gráficos de Control c

c) Gráfico c

Ejemplo: La siguiente tabla muestra el número de defectos en muestras de cinco tarjetas de circuito impreso

Muestra	N° de defectos	Muestra	N° de defectos
1	6	11	9
2	4	12	15
3	8	13	8
4	10	14	10
5	9	15	8
6	12	16	2
7	16	17	7
8	2	18	1
9	3	19	7
10	10	20	13

Gráficos de Control c

c) Gráfico c

Ejemplo: La siguiente tabla muestra el número de defectos en muestras de cinco tarjetas de circuito impreso

Muestra	N° de defectos	Muestra	N° de defectos
1	6	11	9
2	4	12	15
3	8	13	8
4	10	14	10
5	9	15	8
6	12	16	2
7	16	17	7
8	2	18	1
9	3	19	7
10	10	20	13

$$\bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i \quad y \quad C \Rightarrow \begin{cases} LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ LC = \bar{c} \\ LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \end{cases}$$

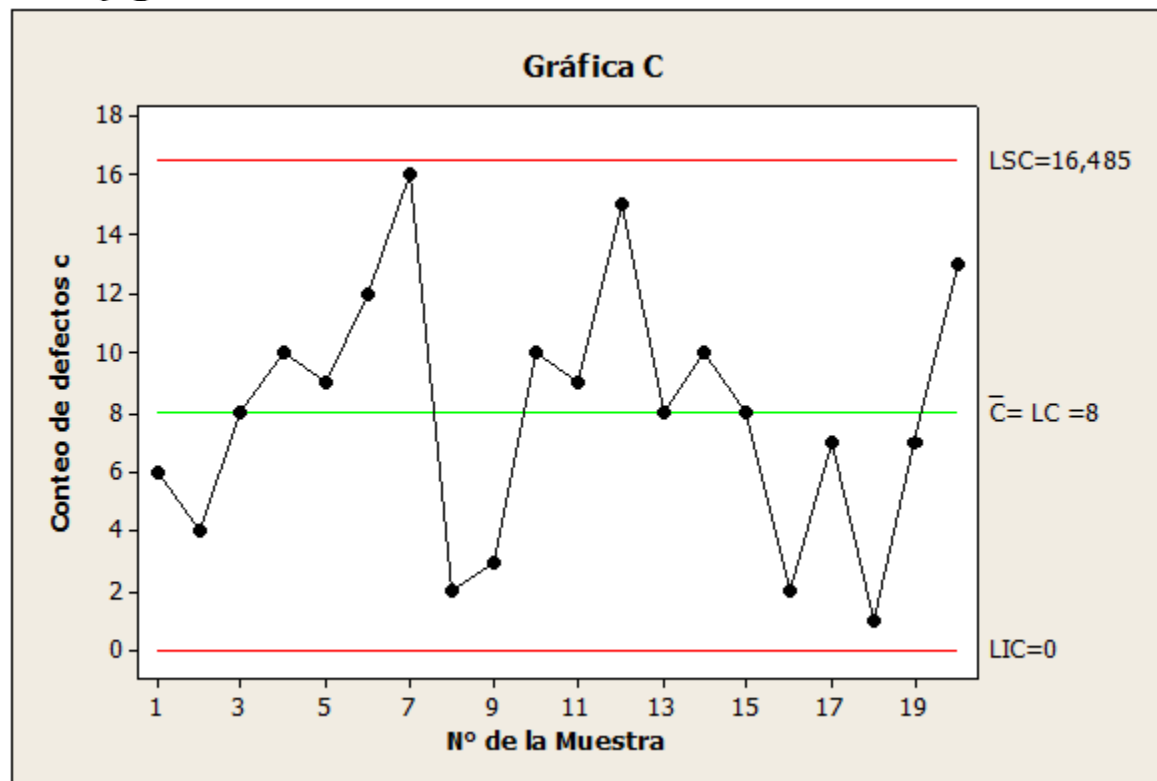
$$LC = \bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i = \frac{160}{20} = 8 \quad y \quad \begin{cases} LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 8 + 3\sqrt{8} = 16,485 \\ LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 8 - 3\sqrt{8} = -0,485 \equiv 0 \end{cases}$$

Gráficos de Control c

c) Gráfico c

Ejemplo: La siguiente tabla muestra el número de defectos en muestras de cinco tarjetas de circuito impreso

$$LC = \bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i = \frac{160}{20} = 8 \quad y \quad \begin{cases} LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 8 + 3\sqrt{8} = 16,485 \\ LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 8 - 3\sqrt{8} = -0,485 \equiv 0 \end{cases}$$



Gráficos de Control u

d) Gráfico u

El gráfico u se utiliza cuando no es posible tener siempre la misma unidad de medida para contar el número de defectos (o no-conformidades, o clientes, etc...). Entonces, se controla el número medio de defectos por unidad de medida.

Entonces, una carta de control u , cantidad de defectos por unidad en una muestra, es el equivalente a una carta de control c , en la que el tamaño de la muestra puede ser variable o constante.

Gráficos de Control u

d) Gráfico u

Cuando las muestras no son de igual tamaño los límites de control superior o inferior se calculan por separado para cada tamaño siendo:

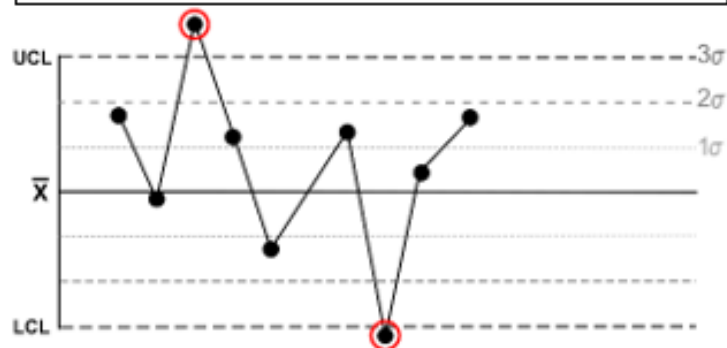
$$U \Rightarrow \begin{cases} LSC = \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \\ LC = \bar{u} \\ LIC = \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \end{cases} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\sum_{i=1}^K u_i}{K} \quad \text{siendo } K = \text{número de muestras} \\ u_i &= \text{número de defectos por unidad de la muestra "i"} \\ n_i &= \text{número de productos o elementos de la muestra "i"} \end{aligned}$$

En la práctica, para simplificar los cálculos, se reemplaza n_i por $\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^K n_i}{K}$ y de esta forma, permanecen constantes $\forall i$ los valores de LSC y LIC.

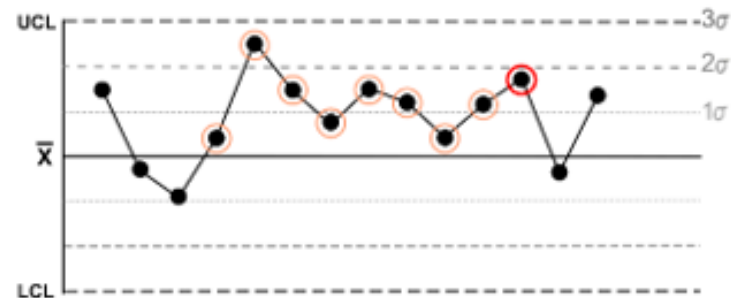
$$U \Rightarrow \begin{cases} LSC = \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \approx \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} \quad \forall i \\ LC = \bar{u} \\ LIC = \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \approx \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} \quad \forall i \end{cases}$$

Interpretación de las gráficas de control

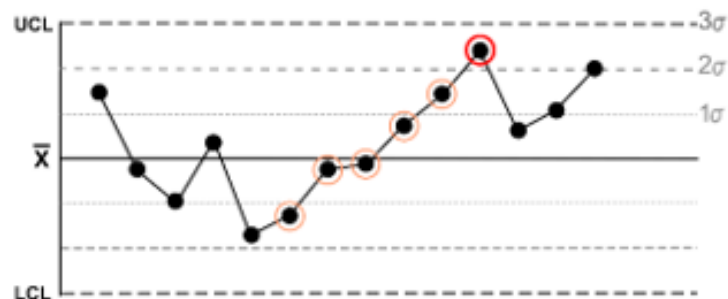
Un punto del gráfico excede los límites de 3σ



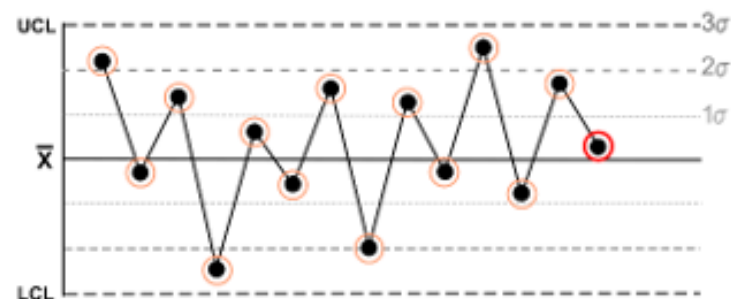
7 (ó más) puntos consecutivos ubicados del mismo lado de la línea central



7 (ó mas) puntos consecutivos en escalera ascendente o descendente

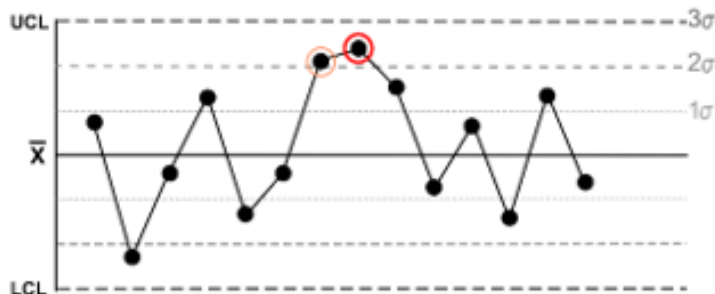


14 (ó más) puntos consecutivos oscilando alternativamente hacia arriba y hacia abajo

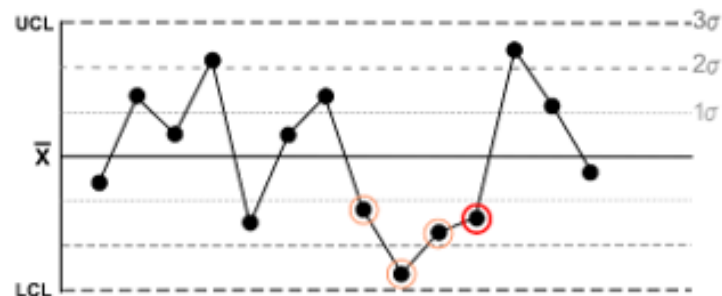


Interpretación de las gráficas de control

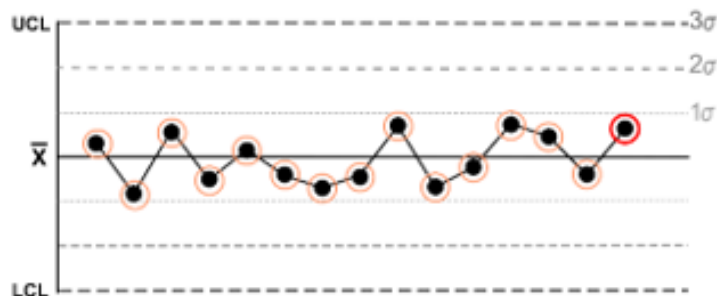
2 puntos (ó 3 puntos) de 3 consecutivos, exceden los límites de 2σ en la misma dirección



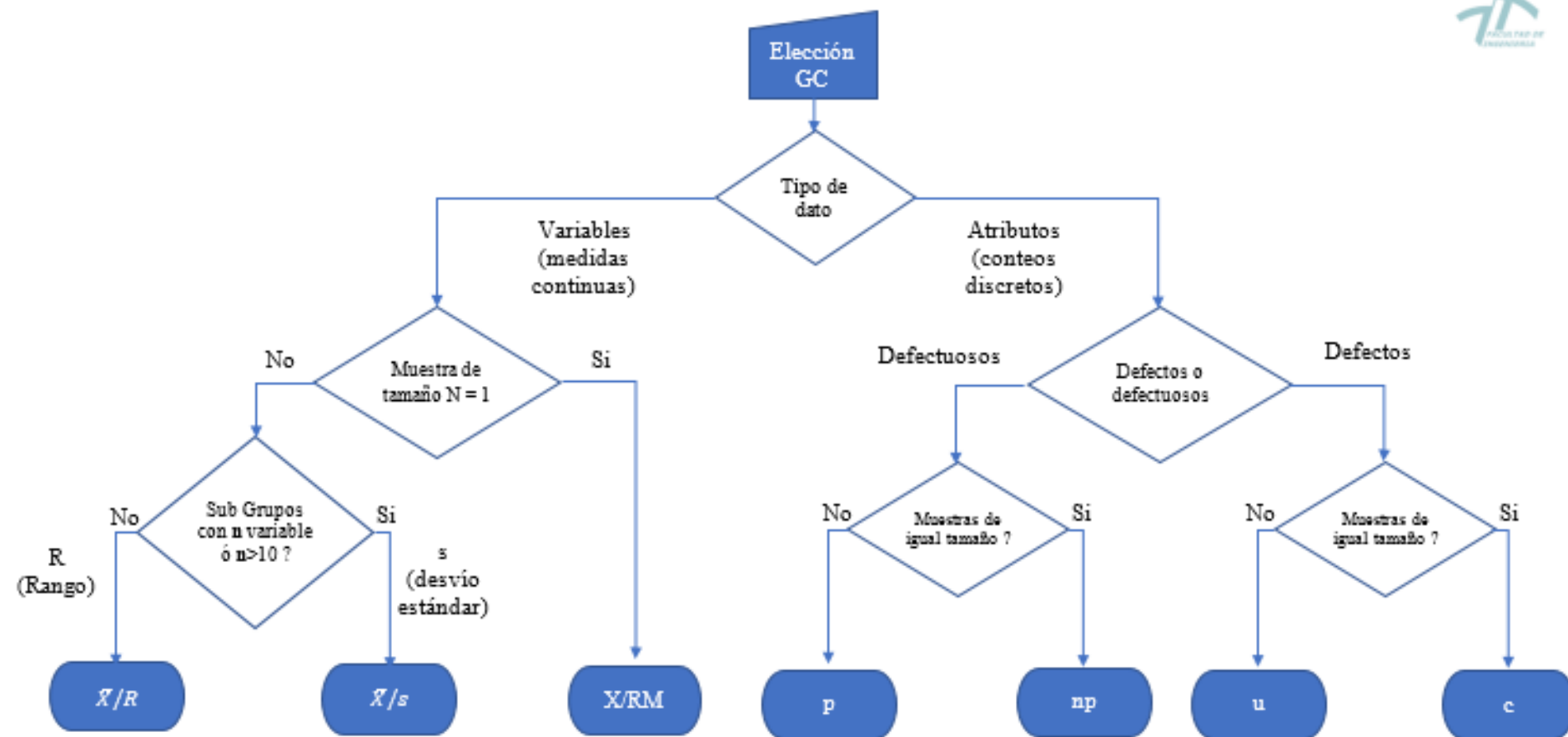
4 puntos (ó 5 puntos) de 5 consecutivos, exceden los límites de 1σ en la misma dirección



15 puntos consecutivos dentro del límite de control de $\pm 1.5\sigma$



Control de Calidad



Nota1: Se suele usar un GC del tipo $\bar{X}/RM$ cuando la única muestra de tamaño $N=1$ tiene entre 15 y 25 datos

Nota2: Se suele usar un GC del tipo $\bar{X}/R$ cuando se pueden conseguir valores de N entre 15 y 25, c/u de ellos formados por hasta 10 subgrupos, preferentemente 3, 4, ó 5

Nota3: Para esta Materia, no usaremos GC del tipo $\bar{X}/s$ pues requieren muchos cálculos y se adaptan mejor cuando se dispone de sistemas estadísticos computarizados.

Capacidad de Proceso

¿Por qué es importante un gráfico de control?

Los gráficos son las herramientas de control estadístico de la calidad por excelencia.

En la práctica diaria, se **requiere del apoyo de las estadísticas y de herramientas gráficas** que le permitan realizar un análisis objetivo de la realidad.

Los gráficos de control de calidad permiten al especialista determinar:

- La estabilidad de un proceso.
- Cuándo urge realizar ajustes en un proceso.
- Si las mejoras en los procesos han tenido buen resultado o no.

De esta forma, se puede determinar **si existe o no una excesiva variación** en alguna característica del producto o servicio, apoyándose también en la documentación del proceso analizado.

Capacidad de Proceso

Capacidad de proceso (**Cp**)

El **Cp** es una medida de la capacidad potencial del proceso. Indica la capacidad que se podría alcanzar si se eliminaran los cambios rápidos y graduales del proceso.

$$Cp = \frac{LES - LEI}{6\sigma}$$

Un proceso es :

Adecuado si $1 < Cp \leq 1,33$

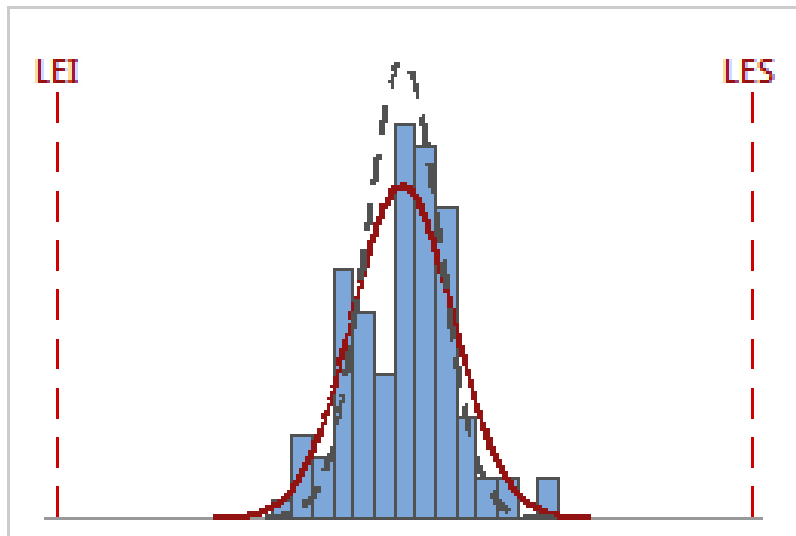
Satisfactorio si $Cp > 1.33$

Insatisfactorio si $Cp < 1$

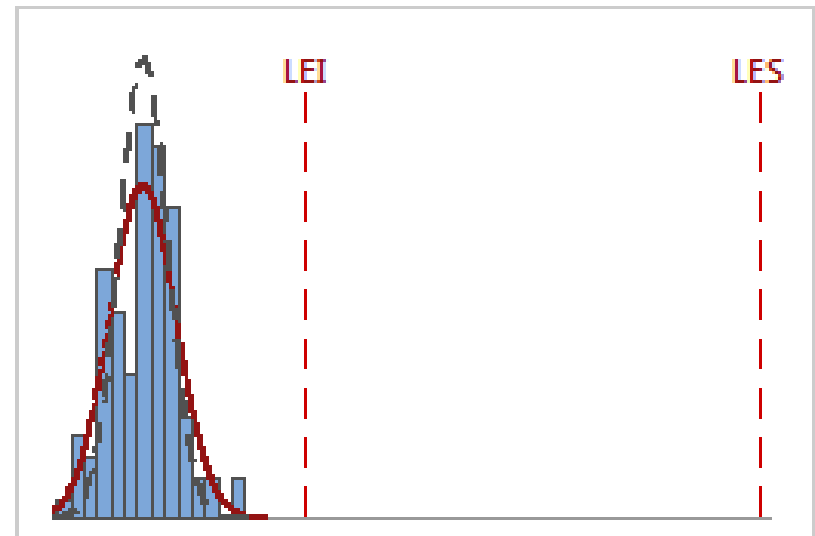
Valores de **Cp** altos indican un proceso más capaz. Valores de **Cp** bajos indican que el proceso puede necesitar mejoras.

Capacidad de Proceso

Puesto que el C_p no considera la ubicación del proceso, no indica qué tan cerca está el proceso de la región objetivo que definen los límites de especificación



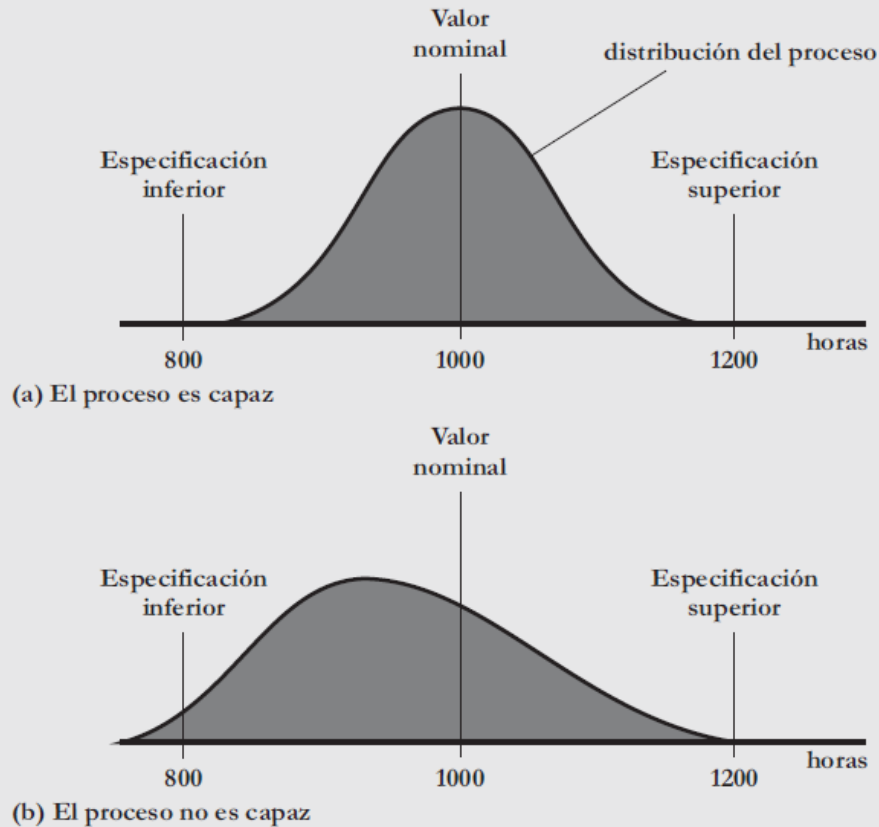
$C_p = 3,13$



$C_p = 3,13$

Las gráficas muestran dos procesos con el mismo valor de C_p , aunque un proceso se encuentra dentro de los límites de especificación y el otro no.

Diagrama de Pareto



Este grafico se refiere a las especificaciones de diseño referentes a la vida útil de una lampara de bajo consumo con un valor nominal de 1000 hs y una tolerancia de ± 200 hs. Esta tolerancia arroja una especificación superior a 1200 hs. y una especificación inferior a 800hs. El proceso de producción debe ser capaz de producirlas dentro de esas especificaciones de diseño. Figura a) El proceso es capaz. Figura b) el proceso no es capaz, porque produce demasiadas lámparas de corta vida útil.

Diagrama de Pareto

El diagrama de Pareto es una variación del histograma tradicional, puesto que en el Diagrama de Pareto se ordenan los datos por su frecuencia de mayor a menor. El principio de Pareto es conocido como la regla 80 -20.

Diagrama de Pareto

El diagrama de Pareto es una variación del histograma tradicional, puesto que en el Diagrama de Pareto se ordenan los datos por su frecuencia de mayor a menor. El principio de Pareto es conocido como la regla 80 -20.

El diagrama de Pareto permite clasificar gráficamente la información de mayor a menor relevancia, con el objetivo de reconocer los problemas más importantes en los que deberías enfocarte y solucionarlos. Es decir permite representa en forma ordenada el grado de importancia que tienen los diferentes factores en un determinado problema, tomando en consideración la frecuencia con que ocurre cada uno de dichos factores.

Diagrama de Pareto

Supongamos que un proceso que produce Heladeras desea establecer controles sobre los defectos que aparecen en las unidades que salen como producto terminado en la línea de producción. Para ello se hace imperativo determinar cuáles son los defectos más frecuentes.

En primer lugar se clasifican todos los defectos posibles:

Diagrama de Pareto

Supongamos que un proceso que produce Heladeras desea establecer controles sobre los defectos que aparecen en las unidades que salen como producto terminado en la línea de producción. Para ello se hace imperativo determinar cuáles son los defectos más frecuentes.

En primer lugar se clasifican todos los defectos posibles:

🔴 Motor no detiene

🔴 No enfría

🔴 Burlete def.

🔴 Pintura def.

🔴 Rayas

🔴 No funciona

🔴 Puerta no cierra

🔴 Gavetas def.

🔴 Motor no arranca

🔴 Mala nivelación

🔴 Puerta def.

🔴 Otros

Diagrama de Pareto

Supongamos que un proceso que produce Heladeras desea establecer controles sobre los defectos que aparecen en las unidades que salen como producto terminado en la línea de producción. Para ello se hace imperativo determinar cuáles son los defectos más frecuentes.

En primer lugar se clasifican todos los defectos posibles:

Después de inspeccionar 88 Heladeras defectuosas, se obtuvo la siguiente tabla de frecuencias:

Tipo de defecto	Nº
Burlete def.	9
Pintura def.	5
Gavetas def.	1
Mala nivelación	1
Motor no arranca	1
Motor no detiene	36
No enfría	27
No funciona	2
Otros	0
Puerta def.	0
Puerta no cierra	2
Rayas	4
Total	88

Motor no detiene

No enfría

Burlete def.

Pintura def.

Rayas

No funciona

Puerta no cierra

Gavetas def.

Motor no arranca

Mala nivelación

Puerta def.

Otros

Diagrama de Pareto

Ordenamos los datos y anexamos una columna de frecuencias y otra de frecuencias acumuladas:

Tipo de defecto	Nº	Frecuencia	Frecuencia Acumulada
Motor no detiene	36	40,9%	40,9%
No enfría	27	30,7%	71,6%
Burlete def.	9	10,2%	81,8%
Pintura def.	5	5,7%	87,5%
Rayas	4	4,5%	92,0%
Puerta no cierra	2	2,3%	94,3%
No funciona	2	2,3%	96,6%
Motor no arranca	1	1,1%	97,7%
Mala nivelación	1	1,1%	98,9%
Gavetas def.	1	1,1%	100,0%
Puerta def.	0	0,0%	100,0%
Otros	0	0,0%	100,0%
Total	88	100,0%	

Diagrama de Pareto

Lo que obtenemos es lo que se conoce como Diagrama de Pareto:

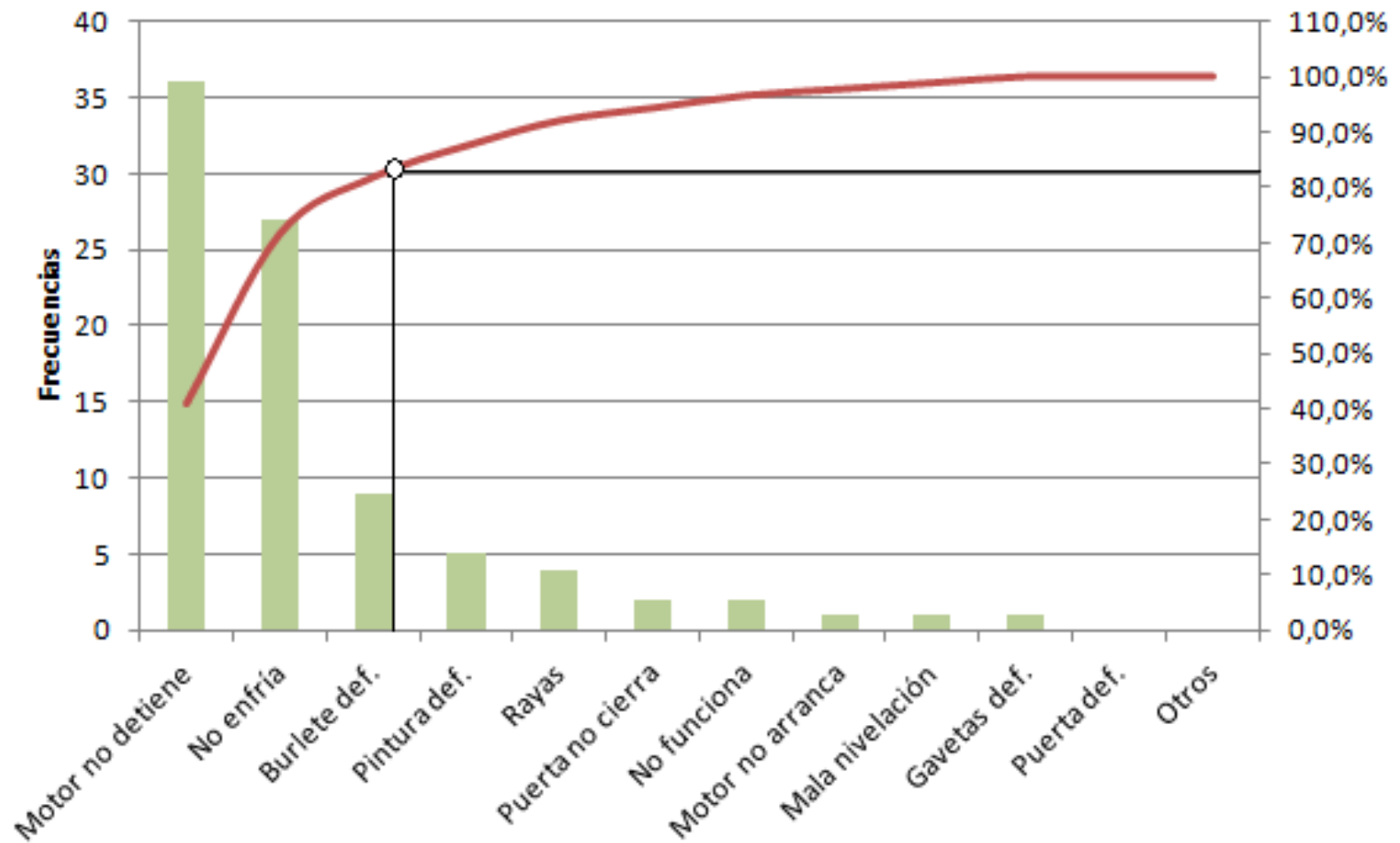
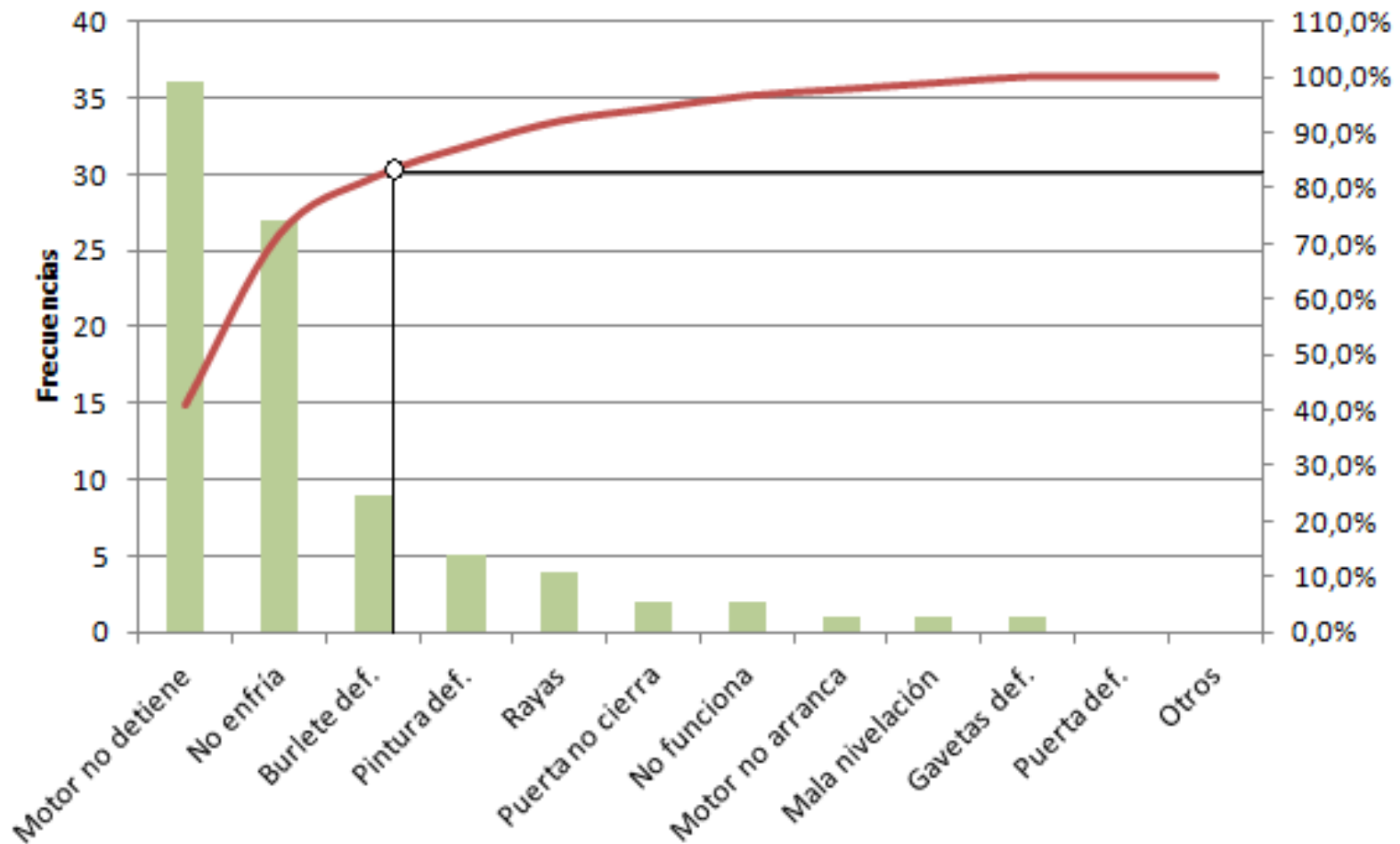


Diagrama de Pareto

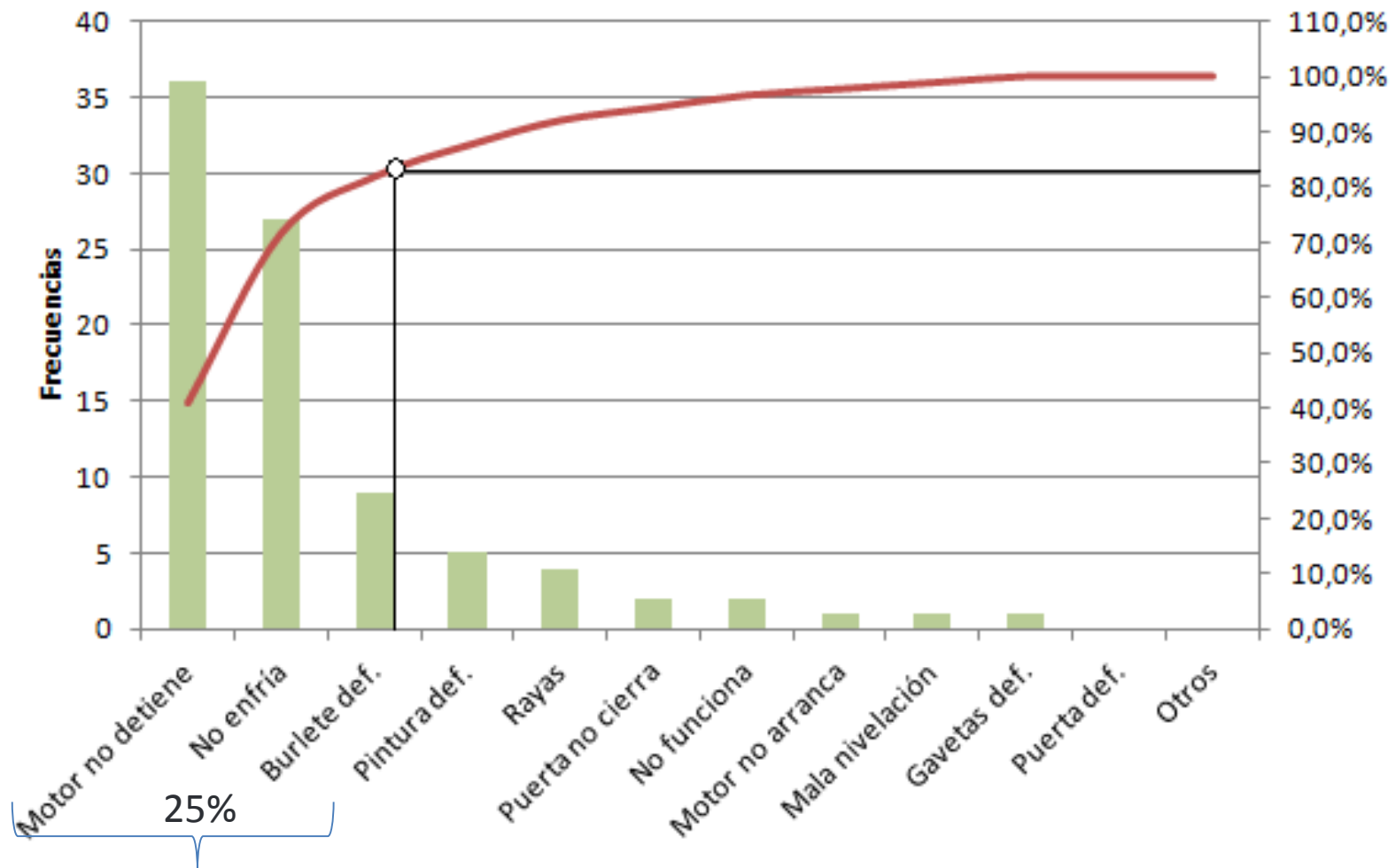
Lo que obtenemos es lo que se conoce como Diagrama de Pareto:



En éste caso el 81,8% de los defectos del proceso corresponden al 25% de los tipos de defectos, es decir que tan solo solucionando las 3 principales inconformidades se solucionarían el 81,8% de unidades defectuosas.

Diagrama de Pareto

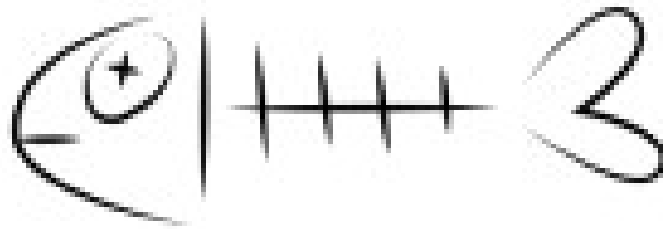
Lo que obtenemos es lo que se conoce como Diagrama de Pareto:



En éste caso el 81,8% de los defectos del proceso corresponden al 25% de los tipos de defectos, es decir que tan solo solucionando las 3 principales inconformidades se solucionarían el 81,8% de unidades defectuosas.

DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

La variabilidad de una característica de calidad es una consecuencia de múltiples causas, por ello es importante detallar las posibles causas de la inconsistencia. La herramienta de análisis más utilizada son los llamados diagramas de causa – efecto, conocidos también como diagramas de espina de pescado.



DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

Para hacer un diagrama de causa – efecto se recomienda seguir los siguientes pasos

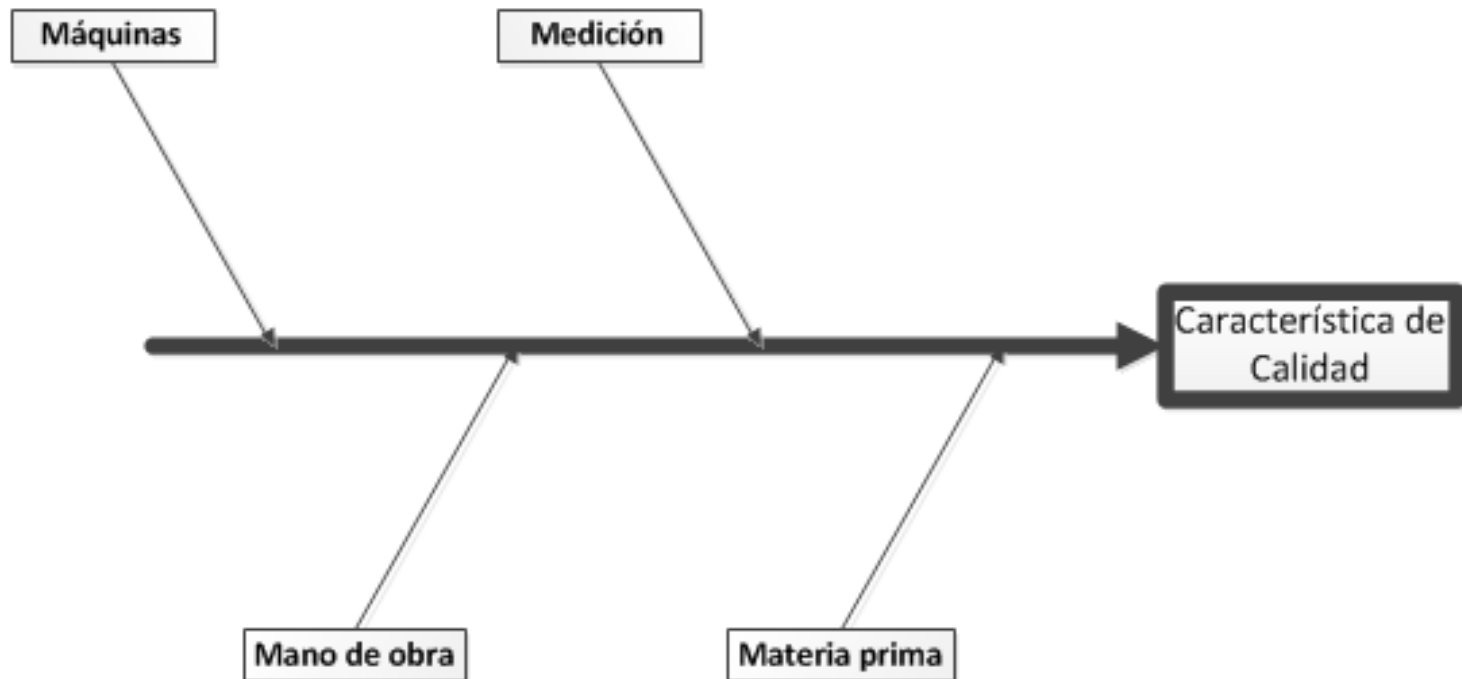
1. Elegir la característica de calidad que se va a analizar: Por ejemplo, en la producción de frascos de mermelada, la característica podría ser el peso del frasco lleno, la densidad del producto, los grados brix, etc. Trazamos una flecha horizontal gruesa en sentido izquierda a derecha, que representa el proceso y a la derecha de ésta escribimos la característica de calidad.



DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

Para hacer un diagrama de causa – efecto se recomienda seguir los siguientes pasos

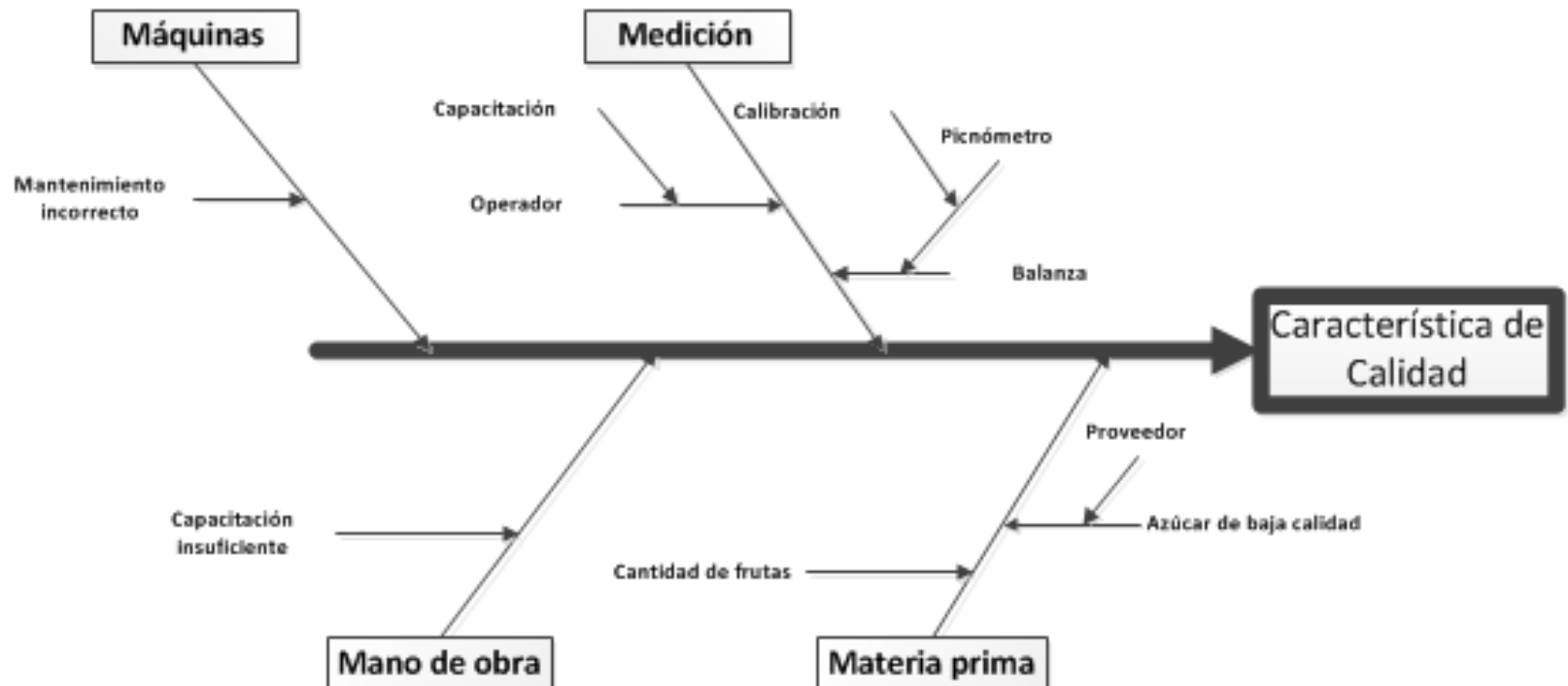
2. Indicamos los factores causales más importantes que puedan generar la fluctuación de la característica de calidad: Trazamos flechas secundarias diagonales en dirección de la flecha principal. Usualmente estos factores causales se ven representados en Materias primas, Máquinas, Mano de obra, Métodos de medición, etc.



DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

Para hacer un diagrama de causa – efecto se recomienda seguir los siguientes pasos

3. Anexamos en cada rama factores causales más detallados de la fluctuación de la característica de calidad: Para simplificar ésta labor podemos recurrir a la técnica del interrogatorio. De ésta forma seguimos ampliando el diagrama hasta asegurarnos de que contenga todas las posibles causas de dispersión.



DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

Para hacer un diagrama de causa – efecto se recomienda seguir los siguientes pasos

4. Verificamos que todos los factores causales de dispersión hayan sido anexados al diagrama: Una vez establecidas de manera clara las relaciones causa y efecto, el diagrama estará terminado.

DIAGRAMAS DE CAUSA – EFECTO

Para hacer un diagrama de causa – efecto se recomienda seguir los siguientes pasos

El siguiente gráfico corresponde a un ejemplo de diagrama de causa – efecto. El proceso corresponde a una máquina en la que se observa un defecto de rotación oscilante, la característica de calidad es la oscilación de un eje durante la rotación:

