Universidad Nacional de Mar del Plata

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA
FACULTAD DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERIA

Guía de Trabajos Prácticos

Estadística Básica

1º Cuatrimestre 2023

Mg. Stella Maris Figueroa
Dr. Juan Ignacio Pastore
Mg. Marcela Natal
Ing. Juan Marrocchi
Ing. Paula Ainchil
Prof. Virginia Guevara
Ing. Nicolás Palermo
Ing. Agustín Aon
Sr. Matías Da Silva

Universidad Nacional de Mar del Plata

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA
FACULTAD DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERIA

Sitio Web de la asignatura: Estadística Básica

http://campus.fi.mdp.edu.ar/

En este sitio el estudiante podrá:

- ✓ Comunicarse con los docentes de la cátedra, en particular con sus compañeros de grupo de trabajo.
- ✓ Consultar el cronograma de exámenes con sus respectivos resultados de aprendizaje y criterios de evaluación.
- ✓ Consultar el régimen de acreditación de la asignatura.
- ✓ Consultar el cronograma de actividades semanales para llevar la asignatura al día con las actividades propuestas.
- ✓ Obtener información actualizada de la asignatura, descargando con el tiempo necesario, el material teórico- práctico de cada semana para su **estudio previo** a cada clase.
- ✓ Ampliar las presentaciones de cada semana con la bibliografía y materiales propuestos.
- ✓ Realizar autoevaluaciones y coevaluaciones.
- ✓ Notificarse de las calificaciones obtenidas en las distintas evaluaciones.

Programa y Cronograma de exámenes y actividades semanales, con los resultados de aprendizaje involucrados y los criterios de evaluación respectivos

<table>
<tr><th>UNIDADES</th><th>RESULTADOS DE APRENDIZAJES
Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN</th><th>CONTENIDOS</th><th>Fechas de Clases semanales Comisiones I y II</th></tr>
<tr><td>I
Organización y presentación de la información.</td><td rowspan="3">RA1
[Utiliza] [la Estadística] [para la resolución de problemas de la ingeniería] [como un instrumento de resolución de problemas de análisis de datos, aplicando métodos y técnicas estadísticas para una y dos variables]
CE1.1: Aplicar las etapas del método estadístico en la resolución de problemas de análisis de datos.
CE2.1: Calcular e interpretar el significado de las medidas de tendencia central y de posición en el contexto de la variable estadística, según la información presentada.
CE3.1: Analizar variabilidad y simetría en una distribución de datos.
CE4.1: Construir, leer e interpretar los distintos tipos de gráficos según los tipos de variables.
CE5.1: Comparar distribuciones de datos, relacionando medidas de tendencia central y de variabilidad y la detección de valores atípicos en forma gráfica y analítica.</td><td>Población y muestra. Variable estadística. Variables cualitativas y cuantitativas. Construcción de tablas. Organización de los valores de una variable cuantitativa continua en intervalos de clase y sus respectivas distribuciones de frecuencias. Gráficos para variables cuantitativas: bastones, histograma, polígono de frecuencias y polígono de frecuencias acumuladas. Medidas de posición: media aritmética, mediana, modo. Cuartiles y percentiles. Método de cálculo para series simples y valores ponderados. Método analítico y gráfico. Gráfico de caja. Interpretación.</td><td>Clase 1
I) 07/03
II) 09/03</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I

Análisis de la información y Regresión y correlación lineal.</td><td>Medidas de variabilidad: rango, varianza y dispersión. Coeficiente de variación. Interpretación de estas medidas para series simples y valores ponderados. Medidas de asimetría. Interpretación gráfica. Método de cálculo para series simples y valores ponderados.</td><td>Clase 2
I) 14/03
II) 16/03</td></tr>
<tr><td>Diagramas de dispersión. Formulación del problema de ajuste lineal. Coeficiente de correlación. Rectas de regresión muestrales. Estimación de la regresión lineal.</td><td>Clase 3
I) 21/03
II) 23/03</td></tr>
</table>

	CE6.1: Estimar los coeficientes del modelo de regresión lineal simple **C.E7.1**: Calcular e interpretar el coeficiente de regresión lineal.		
Actividad Integradora			
II **Axiomática de la Teoría de Probabilidades**	**RA2** [Aplica] [las leyes de probabilidad] [para la resolución de problemas de la ingeniería] [mediante la identificación de los experimentos aleatorios asociados al problema, de los tipos de sucesos involucrados y el análisis de los resultados obtenidos.] **CE1.2**: Calcular la probabilidad de sucesos y de operaciones entre sucesos. **CE.2.2**: Distinguir la probabilidad conjunta de la condicional en el cálculo de probabilidades. **CE.3.2**: Identificar y calcular la probabilidad total. **CE.4.2**: Interpretar y aplicar propiedades de la probabilidad en la aplicación del teorema de Bayes.	Definición clásica de probabilidad. Limitaciones. Sucesos. Espacio muestral. Definición axiomática de probabilidad. Álgebra de probabilidades.	Clase 4 I) 28/03 II) 30/03
		Probabilidad condicional. Independencia. Teorema de Bayes	Clase 5 I) 04/04 II) 06/04 El feriado Se compensa con el estudio de la presentación de la Clase 5 con consultas y Actividades

<table>
<tr>
<td rowspan="2">III
Algunas distribuciones de probabilidad discretas</td>
<td rowspan="3">RA3
[Analiza e interpreta] [la distribución de datos] [para la resolución de problemas reales o simulados de la ingeniería], [mediante la identificación del experimento aleatorio asociado a la variable estadística discreta o continua del problema y la caracterización de su modelo probabilístico respectivo, aplicando sus propiedades y sus características numéricas.]
CE1.3 Identificar y caracterizar variables aleatorias discretas: de Bernoulli, Binomial, hipergeométrica y de Poisson, por sus propiedades y con el cálculo de sus probabilidades respectivas.
CE2.3: Aproximar la distribución binomial con la distribución de Poisson.
CE3.3: Identificar y caracterizar variables aleatorias continuas: uniforme, exponencial por sus propiedades y con el cálculo de sus probabilidades respectivas.
CE4.3: Calcular e interpretar características numéricas de variables aleatorias discretas y continuas.
CE5.3: Aplicar la relación entre la</td>
<td>Definición de variable aleatoria. Variable aleatoria discreta: función de probabilidad y de distribución acumulada. Valor esperado. Varianza. Propiedades. Variable aleatoria binomial. Representación gráfica. Valor esperado. Varianza. Variable hipergeométrica.</td>
<td>Clase 6
I) 11/04
II)13/04</td>
</tr>
<tr>
<td>Variable de Poisson. Representación gráfica. Valor esperado. Varianza. La distribución de Poisson como aproximación de la binomial.</td>
<td>Clase 7
I)18/04
II) 20/04</td>
</tr>
<tr>
<td>IV
Algunas distribuciones de probabilidad continuas</td>
<td>Variable aleatoria continua. Función de densidad de probabilidad. Función de distribución acumulada. Momentos: esperanza y varianza. Mediana. Modo. Variable aleatoria uniforme: definición y características numéricas. Variable aleatoria exponencial: definición y características numéricas.</td>
<td>Clase 8
I) 25/04
II) 27/04</td>
</tr>
</table>

	distribución de Poisson y la distribución exponencial en la resolución de problemas. **CE6.3** Identificar y aplicar las distribuciones de probabilidad de variables discretas y continuas en la resolución de problemas. **CE.7.3:** Analizar y comparar la distribución de datos empíricos y teóricos para la verificación de resultados, de características numéricas y de representaciones gráficas, mediante simulaciones.		
Actividad Integradora			
Consultas			Clase 9 I)02/05 II)04/05
1er parcial RA1, RA2, RA3 y RAT **Organización, presentación y análisis de la información. Regresión y correlación lineal.** **Axiomática de la Teoría de Probabilidades. Variables Aleatorias discretas y continuas.**			**Sábado** 06/05
V **Distribución Normal. Aplicaciones: Suma de variables aleatorias**	**RA3** **CE8.3**: Identificar y caracterizar la variable aleatoria de distribución Normal por sus propiedades y con el cálculo de sus probabilidades respectivas. **CE9.3**: Aplicar el teorema del límite central en la resolución de problemas.	Variable aleatoria normal: definición y características numéricas. Variable normal estandarizada. Uso de tablas. Combinaciones lineales de variables aleatorias normales. Teorema del límite central. Aproximación de la distribución binomial por la Normal. .	Clase 10 I)09/05 II)11/05
VI **Control de Calidad de procesos**	**RA4** [Utiliza] [herramientas estadísticas básicas]	Diagramas de Pareto y de Causa-Efecto. Gráficos de control por variables. Lectura de gráficos de	Clase 11 I) 16/05 II) 18/05

	[para el análisis del control de calidad de procesos][mediante Gráficos de Control, Diagramas Causa-Efecto, Histogramas, Diagramas de Paretto y Diagramas de Dispersión.] **CE1.4** Construir e interpretar el gráfico seleccionado: de Paretto, de causa efecto, de dispersión e histogramas en el análisis de calidad **CE2.4** Identificar las variables asociadas al proceso y el gráfico correspondiente. **CE3.4** Construir, leer y analizar gráficos de control de procesos por variables y por atributos. **CE4.4** Determinar en qué casos un proceso está o no bajo control.	control. Análisis de procesos con gráficos de control. Capacidad del proceso.	
Actividad Integradora			
VII **Distribuciones muestrales**	**CE1.5** Distinguir parámetro de estadístico o estimador, y estimador de estimación puntual. **CE2.5** Identificar las distribuciones muestrales de cada estadístico muestral: media, proporción, y varianza muestrales. **CE3.5** Encontrar e interpretar los valores obtenidos en las tablas de distribución Normal, T de Student, Ji cuadrado y Fisher.	Desigualdad de Tchebycheff. Ley de los grandes números. Distribuciones de muestreo: Distribución de la media muestral con varianza poblacional conocida y desconocida. Distribución T. Manejo de tabla. Distribución de la proporción muestral y del estadístico Ji cuadrado. Distribución F.	Clase 12 I) 23/05 II) 25/05 El feriado Se compensa con el estudio de la presentación de la Clase 5 con consultas y Actividades

VII **Estimación de parámetros**	**RA5** Resuelve problemas de la ingeniería relativos a la inferencia a partir de la información obtenida de la muestra, del tamaño de la misma, de la confiabilidad pretendida, diferenciando en los casos necesarios si la varianza poblacional es o no es conocida, utilizando aplicaciones informáticas y las distribuciones muestrales respectivas de cada estadístico para la estimación de parámetros y la aplicación de pruebas de hipótesis. **CE3.5** Estimar por punto y por intervalo la media, la varianza y la proporción poblacional. **CE4.5** Interpretar los resultados obtenidos de una estimación de parámetros. **CE5.5** Hallar el tamaño de muestra mínimo en problemas de inferencia en condiciones de incertidumbre.	Inferencia estadística. Estimación puntual. Propiedades de los estimadores. Estimación por intervalos: intervalos de confianza para la media poblacional con varianza conocida y desconocida. Tamaño de la muestra. Intervalo para la proporción y para la varianza poblacional.	Clase 13 I) 30/05 II) 01/06
VIII **Pruebas de hipótesis**	**RA5** Resuelve problemas de la ingeniería relativos a la inferencia a partir de la información obtenida de la muestra, del tamaño de la misma, de la confiabilidad pretendida, diferenciando en los casos necesarios si la varianza poblacional es o no es conocida, utilizando aplicaciones	Tipos de hipótesis estadística. Estimadores o estadísticos de prueba de cada parámetro. Errores y riesgos de la prueba. Pruebas para la media poblacional, con varianza poblacional conocida y desconocida.	Clase 14 I) 06/06 II) 08/06

<table>
<tr><td></td><td rowspan="2">informáticas y las distribuciones muestrales respectivas de cada estadístico para la estimación de parámetros y la aplicación de pruebas de hipótesis.
CE1.6 Aplicar pruebas de hipótesis para la media con varianza conocida y desconocida.
CE2.6 Aplicar pruebas de hipótesis para la proporción.
CE3.6 Aplicar pruebas de hipótesis para la varianza.
CE4.6 Aplicar pruebas de hipótesis para la diferencia de medias con varianzas conocidas y desconocidas.
CE5.6 Aplicar pruebas de hipótesis para el cociente de varianzas.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Prueba para una proporción y para una varianza.
Comparación de varianzas.
Pruebas de comparación de medias y varianzas.</td><td>Clase 15
I) 13/06
II) 15/06</td></tr>
<tr><td colspan="3">**Consultas**</td><td>Clase 16
I) 22/06</td></tr>
<tr><td colspan="3">**2do Parcial**
RA3, RA4, RA5 y RAT
V. Normal. Suma de variables y Control de procesos.
Distribuciones muestrales
Estimación de Parámetros y Pruebas de Hipótesis</td><td>**Sábado**
24/06</td></tr>
<tr><td colspan="3">**Recuperatorio Global y 1er Totalizador**</td><td>**A confirmar**</td></tr>
</table>

Información Importante para el cursado de Estadística Básica

1. Una vez matriculados a través del campus en esta asignatura e inscriptos en división estudiantes, son participantes del curso de Estadística Básica. Enviar un correo electrónico a catedraeb@gmail.com con su nombre para su identificación en esta cursada.

2. Consultar periódicamente el **cronograma de actividades y parciales**, identificando los Resultados de Aprendizaje y Criterios de Evaluación respectivos que comprenden los contenidos de cada semana. No se trata de saber solamente cuándo es el examen, sino de efectuar una lectura comprensiva de los **Criterios de Evaluación y del Resultado de Aprendizaje** que los integra. Esto significa comprender qué se evaluará para saber qué estudiar durante cada semana.
3. **La clase comprende toda la semana y está numerada.** Si en alguna comisión coincide con un feriado, podrán estudiar con el material del aula virtual correspondiente a esa fecha y si es necesario, consultar en la otra comisión para no retrasarse. Recuerden los días de cursada: martes de 8 a 10 y de 10 a 12 y los jueves, de 13 a 15 y de 15 a 17.

4. Descargar el material teórico-práctico de cada semana (presentación de clases, videos, documentos, etc.) para su **estudio previo a cada clase presencial**, ya que se utilizará la metodología de ***aprendizaje invertido*.** Esto significa que, en cada clase, los estudiantes puedan consultar sobre las dificultades encontradas al estudiar los temas para así poder resolver actividades grupales integradoras en clase.

5. Esta modalidad requiere un compromiso permanente de los estudiantes con su aprendizaje, sobre todo con su forma de organizarse, debido a que **inmediatamente luego de cada unidad, cada estudiante podrá resolver en clase una actividad grupal**. Esta situación exigirá al estudiante llevar la asignatura al día.

6. Ampliar el material teórico-práctico de cada semana con la bibliografía propuesta. La comprensión profunda y detallada de cada contenido mostrado en las presentaciones y el material de estudio, es parte del compromiso del estudiante con su aprendizaje.
7. Resolver la guía de trabajos prácticos, realizar autoevaluaciones, coevaluaciones y las actividades grupales en clase.
8. Participar en cada clase presencial para establecer una comunicación genuina con la cátedra que facilite los aprendizajes desarrollando el vocabulario adecuado. Esta participación permitirá desarrollar la competencia ligada a la comunicación, es el Resultado de Aprendizaje Transversal (RAT), con sus criterios de evaluación respectivos, especificados en la tabla dada a continuación:

Resultado de Aprendizaje Transversal (RAT)	Criterios de Evaluación
[Comunica] [sus propias producciones y/o las de su grupo de trabajo] [para fundamentar los resultados obtenidos en sus resoluciones] [en forma clara y precisa, con un lenguaje y simbología adecuados, en el tiempo acordado, a través de informes o evaluaciones escritas u orales.]	**CE1T**: Presentar sus trabajos en tiempo y forma. **CE2T**: Comunicar sus propias producciones y/o las de su grupo de trabajo. **CE3T**: Fundamentar en forma clara y precisa, los resultados obtenidos en sus resoluciones. **CE4T**.: Utilizar un lenguaje y simbología adecuados a través de informes o evaluaciones escritas u orales durante la cursada.

9. Todos los exámenes (parciales, recuperatorios y totalizadores) se tomarán en la presencialidad, ÚNICAMENTE.

RÉGIMEN DE ACREDITACIÓN

Los alumnos que cursen la asignatura Estadística Básica tendrán la oportunidad de acreditar de dos maneras: aprobar por PROMOCIÓN o aprobar mediante un examen final o TOTALIZADOR.

Se considerarán todas las responsabilidades que conlleva el cursado de la asignatura, desarrolladas en el apartado **Información Importante para el cursado de Estadística Básica**. En particular:

a) La participación activa en cada clase.
b) La actividad evaluativa obligatoria.

Regularidad, Promoción y/o Aprobación de la Asignatura

1) Requisitos de HABILITACIÓN O REGULARIDAD de la cursada:

Aprobar dos parciales de carácter teórico-práctico con **una nota no inferior a 50 puntos en cada uno,** durante las fechas establecidas previamente en el cronograma. La calificación final es entera y resulta del promedio de las notas de los dos parciales.

2) Requisitos de PROMOCIÓN de la cursada:

El estudiante debe haber obtenido un puntaje no menor a 50 (cincuenta) **en cada uno de los parciales en la primera instancia,** con un promedio de al menos 70 (setenta) puntos.

EXAMEN RECUPERATORIO: Los alumnos que **NO hayan HABILITADO** y la nota en **uno de los parciales sea mayor o igual a 50 puntos,** tienen la posibilidad de aprobar la cursada al rendir UN EXAMEN RECUPERATORIO con ejercicios integradores de carácter teórico-práctico que involucren únicamente las unidades del parcial desaprobado y obtener al menos, 50 puntos.

EXAMEN TOTALIZADOR: Los alumnos que **HABILITARON** pueden aprobar la asignatura rindiendo satisfactoriamente y como máximo en tres oportunidades, un examen totalizador presencial. De no aprobarlo, deberán recursar la materia.

DESAPROBADO: Corresponde a los alumnos que no cumplan los requisitos de Habilitación ni de Promoción. Estos alumnos deberán recursar la asignatura.

Las **INASISTENCIAS** injustificadas a los exámenes parciales se corresponden con un aplazo. NO será justificada ninguna inasistencia que no se encuadre en ningún reglamento de esta facultad.

BIBLIOGRAFÍA

- **Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias** Novena edición Ronald e. Walpole, Raymond h. Myers, Sharon l. Myers y Keying Ye (2012). Editorial Pearson Educación. México Disponible en https://vereniciafunez94hotmail.files.wordpress.com/2014/08/8va-probabilidad-y-estadistica-para-ingenier-walpole_8.pdf
- **Probabilidad y aplicaciones estadísticas** (1998) Paul Meyer. Editorial: Fondo Educativo Interamericano.
- **Apuntes de Estadística para Ingenieros.** Antonio Saez Castillo (2012) disponible en http://www4.ujaen.es/~ajsaez/recursos/EstadisticaIngenieros.pdf
- **Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería.** Douglas Montgomery y George Runger (1996) Editorial Mc Graw Hill.
- **Estadística para ingenieros**. Irwin Miller. Editorial: Reverté.
- **Estadística para Ingenieros.** Albert H. Bowker, Gerald J. Lieberman. Editorial Calypso, S.A. (1985). Traducido de la primera edición en inglés de Engineering Statistics.
- **Probabilidad y Estadística Básica para ingenieros con el soporte de Matlab para cálculos y gráficos estadísticos**. Luis Rodríguez Ojeda (2011)

  Disponible en https://archuto.files.wordpress.com/2011/02/probabilidad_y_estadistica_basica.pdf
- **Estadística Industrial Moderna. Diseño y control de la Confiabilidad**. Ron Kenett. Shelemyahu Zacks. Internacional Thomson Editores. (1998). Traducción del libro Modern Industrial Statistics. Design and Control of Quality and Reliability.
- **Estadística. Murray R. Spiegel**. Editorial MonoComp, S.A.. (1995). Traducido de la primera edición en inglés de Statistics.
- **Teoría de probabilidad y estadística matemática** (1975) V .E. Gmurman. Editorial Mir.

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº1
UNIDAD I
Organización, presentación y análisis de la información.

Resultado de Aprendizaje #1 (RA1):
Utiliza la Estadística para la resolución de problemas de la ingeniería como un instrumento de resolución de problemas de análisis de datos, aplicando métodos y técnicas estadísticas para una y dos variables.

1. De un examen realizado a un grupo de alumnos, cuyas notas se han evaluado de 1 a 8 puntos, se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias:

X_i	f_i	Fa	f_r	F_{ra}
1	4		0,08	
2	4			
3		16	0,16	
4	7		0,14	
5	5	28		
6		38		
7	7	45	0,14	
8				

Se pide:
(a) Completar dicha tabla.
(b)Determinar el número de alumnos que se han examinado.
(c) Determinar el número de alumnos que han obtenido una nota superior a 3.
(d) Determinar el % de alumnos que han sacado una nota igual a 6.
(e) Determinar el % de alumnos que han obtenido una nota superior a 4.
(f) Determinar el número de alumnos que han obtenido una nota superior a 2 e inferior a 5 inclusive.

2. Los siguientes datos representan el número de descargas de una planta para el tratamiento de aguas negras durante varios días consecutivos:

51 48 52 50 46 49 52 52 46 51 44 49 46 51 49 45 44 50 48 50 49 50

a) Defina y clasifique la variable estadística bajo estudio.
b) Construya la serie de frecuencias.
c) Anote las frecuencias relativas y acumuladas. ¿Cuál es el máximo número de descargas que representa el 70 % de los datos?
d) Indique qué porcentaje de descargas supera las 50 descargas.
e) Construya el gráfico adecuado a esta variable.

3. Un artículo publicado en Quality Engineering presenta datos del número de viscosidades de un lote de cierto proceso químico. La siguiente es una muestra de estos datos:

13 13 14 14 15 15 15 15 15 15 15 16 16 14 15 15 15

15 15 12 17 17 17 17 14 14 14 14 14 15 15 15 15 15 15

a) Defina y clasifique la variable estadística bajo estudio.
b) Construya la serie de frecuencias, relativas y acumuladas.
c) ¿Qué porcentaje de datos tiene una viscosidad menor a 15?
d) ¿Cuál es la menor cantidad de viscosidades que representa el 25 % de las mayores cantidades de viscosidad?
e) Construya el gráfico de frecuencias relativas y acumuladas.
f) Encuentre la expresión funcional para definir las frecuencias acumuladas en esta variable.

4. En un experimento que medía el porcentaje de encogimiento al secar, 50 especímenes de prueba de arcilla plástica produjeron los siguientes resultados:

19,3	20,5	17,9	17,3	17,1	15,8	16,9	17,1	19,5	22,5
20,7	18,5	22,5	10,1	17,9	18,4	18,7	18,8	17,5	17,5

14,9	12,3	19,4	16,8	19,3	17,3	19,5	17,4	16,3	18,8
21,3	23,4	18,5	19	19	16,1	18,8	17,5	18,2	17,4
18,6	18,3	16,5	17,4	17,4	20,5	16,9	17,5	18,2	22,5

a) Defina y clasifique la variable estadística bajo estudio.
b) Agrupe estos datos en una tabla de frecuencias.
c) Dibuje un histograma.
d) Trace el polígono de frecuencias.
e) Trace la función de frecuencias acumuladas.

5. Los salarios anuales de 4 individuos son \$ 1500, \$ 1600, \$ 1650 y \$ 4000.

a) Hallar su media aritmética.
b) ¿Puede decirse que el promedio es representativo de dichos salarios?
c) ¿Qué otra medida de posición utilizarías en este caso? ¿Por qué?

6. La edad del personal de una escuela se distribuye de la siguiente manera:

Edad en años	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	[40,45)	[45,50)	[50,55)	[55,60)
Frecuencias	2	7	9	12	6	2	1	1

Calcule e interprete en términos del problema el significado de:

a) La media aritmética.
b) La mediana, analítica y gráficamente.
c) La moda, analítica y gráficamente.
d) Los cuartiles.
e) El noveno decil.
f) El percentil 85.
g) El 75% del personal tiene una edad mínima de “x” años. ¿Cuál es dicha edad?
h) Construya el gráfico de caja y compare con las medidas halladas en cuanto a su variabilidad y simetría.
i) Analice la forma de la distribución de los datos y su variabilidad.
j) Concluya si existe una medida que resuma los datos. Justifique.

Observación: Verificar los resultados con el GeoGebra.

7. La siguiente base de datos contiene información de 36 alumnos de un curso de Estadística, donde: Cada FILA es una unidad de análisis (cada alumno). Cada COLUMNA es una característica de interés que pretende dar respuesta a un problema de investigación concreto. Es una ***variable***. El valor que toma la variable, es el **dato.**

N°	Sexo	Edad	Estatura	Peso	N° de hermanos
1	M	22	180	74	7
2	M	20	175	95	2
3	M	20	178	68	2
4	M	22	183	75	7
5	M	25	180	76	3
6	M	22	180	78	1
7	M	21	180	75	1
8	M	24	182	85	1
9	M	21	177	78	1
10	M	21	184	85	0
11	M	20	172	70	3
12	M	21	173	59	4

13	F	20	162	56	0
14	M	22	194	105	4
15	M	20	174	79	1
16	F	20	165	50	1
17	F	22	167	58	1
18	F	20	155	52	2
19	M	20	174	65	2
20	F	20	160	48	2
21	F	22	155	58	1
22	M	19	174	80	1
23	F	19	162	60	1
24	M	19	180	82	3
25	F	20	160	57	1
26	F	21	170	70	2
27	F	20	155	50	1
28	F	21	160	60	1
29	F	22	166	61	1
30	M	19	170	68	3
31	F	22	160	60	1
32	M	20	182	72	1
33	F	19	162	55	2
34	F	20	154	46	3
35	F	19	155	50	2
36	M	20	184	85	5

a) Defina y clasifique las variables que intervienen.
b) Para cada variable cuantitativa discreta construya una tabla de frecuencias, relativas y acumuladas.
c) Para cada variable continua, agrupe por intervalos regulares.
d) Represente gráficamente cada variable.
e) Calcule las medidas de tendencia central y de dispersión de estas distribuciones en los casos que sea posible.
f) Analice la forma de la distribución de cada variable y su variabilidad.
g) En cada caso, concluya si existe alguna medida que resuma los datos. Justifique
h) A partir del análisis realizado, indique las características del alumno típico para este conjunto de datos.

Observación: Verificar los resultados con el GeoGebra.

8. Se hace un censo entre los alumnos de un curso para saber cuántos hijos tienen sus padres:

Nª de hijos	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencias	5	15	12	4	2	2	2

a) Defina y clasifique la variable aleatoria bajo estudio.
b) Construya el diagrama de caja y bigote.
c) Analice en el diagrama, la simetría y la variabilidad de los datos.
d) Calcule medidas de tendencia central y el coeficiente de variabilidad.
e) Compare las medidas obtenidas en d) con el análisis de la simetría y variabilidad obtenido en c).

9. A partir de los ocho resultados de una muestra aleatoria, correspondientes a un examen de ingreso administrado a los aspirantes de cierta facultad, se obtuvo la información siguiente: media = 5; mediana Me= 4,5; Moda =3,5 Tercer cuartil Q3= 6,5 Rango intercuartílico =3 y rango = 9. Además, $x1 < x2 = x3 = x4 < x5 = x6 < x7 < x8$.

a) ¿Qué significa, en términos de la variable, que la Me = 4,5 y que el Q3= 6,5? Plantear las ecuaciones correspondientes para recuperar todos los valores numéricos desde x1 hasta x8 ambos inclusive, en esta serie simple.
b) Hallar el Cv.
c) ¿Existen valores atípicos? Justifique con el gráfico correspondiente.
d) Analizar la simetría y la variabilidad de los datos en forma gráfica y analítica.
e) ¿Es la media o la mediana representativa de estos 8 datos? Justifique.

10. Se consultó a 500 personas para conocer, en un determinado mes, la asistencia a la biblioteca pública de un barrio, por parte de la comunidad a la cual pertenece dicho establecimiento. Se obtuvieron los siguientes datos:

Cantidad de visitas a la biblioteca XYZ, por parte de los miembros de cierta comunidad en el mes de febrero del año 2016

Número de visitas	Frecuencias (Cantidad de personas)
0	210
1	178
2	68
3	24
4	14
5	6

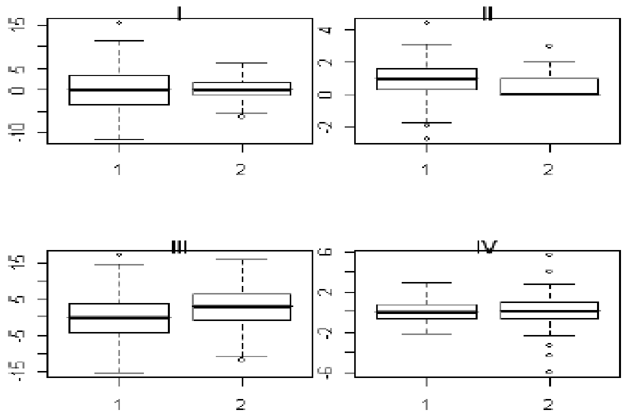
Hallar las medidas descriptivas e interpretar cada una: mínimo, máximo, media, mediana, moda, q_1 y q_3.

<u>Observación</u>: Verificar los resultados con el GeoGebra.

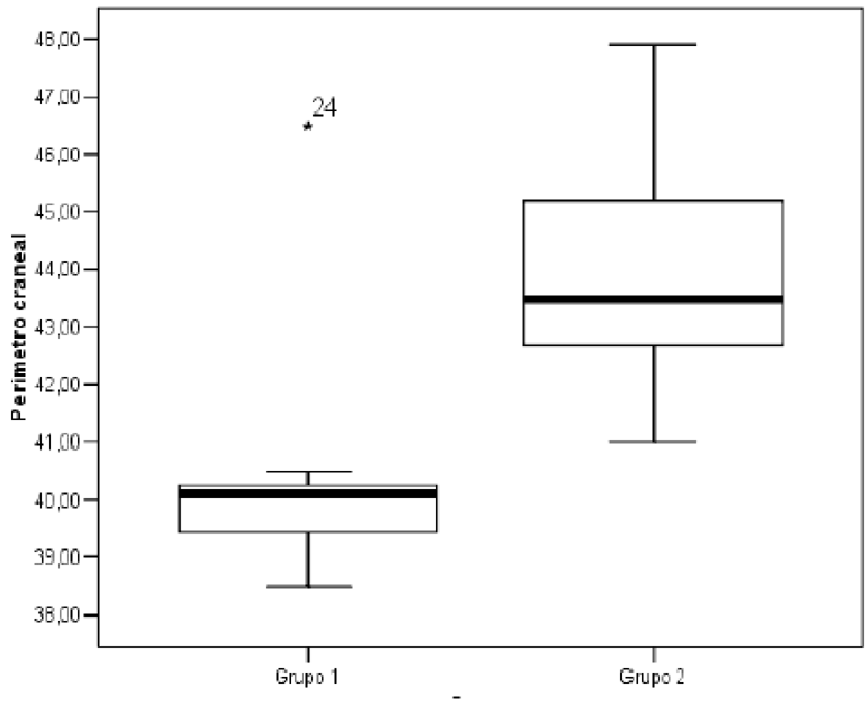
11. En la siguiente Tabla se muestran las características de cuatro poblaciones:

K	L	M	N
Medianas iguales	Medianas iguales	Medianas distintas	Medianas distintas
Varianzas similares	Varianzas distintas	Varianzas distintas	Varianzas iguales
Simétrica	Simétrica	Asimétrica	Asimétrica
Varios valores atípicos	Pocos valores atípicos	Pocos valores atípicos	Pocos valores atípicos

Sus gráficas (NO respectivamente) son las que se observan en la siguiente figura. Identificar cada población con una gráfica.



12. Se ha medido el perímetro craneal (en centímetros) a niños de edad comprendida entre los dos y los tres años en dos grupos de 11 niñas y 17 niños. Se sabe que la suma de los perímetros craneales en los niños es de 739,5 cm. y se ha obtenido la siguiente figura:



   a) Determinar el promedio en el grupo de los niños
   b) Establecer aproximadamente el valor de los cuartiles y las medianas en ambos grupos.
   c) ¿Existen puntos atípicos? Si existen determinar cuál o cuáles son.
   d) Clasificar a la variable que se está analizando y determine otro gráfico que la pueda representar.

13. **@El problema de los rodamientos**. Un ingeniero industrial es responsable de la producción de rodamientos de rodillos cilíndricos y tiene dos máquinas distintas para ello. Le interesa que los rodamientos producidos tengan diámetros similares, independientemente de la máquina que los produce, pero tiene sospechas de que está produciendo algún problema de falta de calibración entre ellas. Para analizar esta cuestión, extrae una muestra de 120 rodamientos que se

fabricaron en la máquina A, y encuentra que la media del diámetro es de 5.07 mm y que su desviación estándar es de 0.30 mm. Realiza el mismo experimento con la máquina B sobre 65 rodamientos y encuentra que la media y la desviación estándar son, respectivamente, 5.10 mm y 0.35 mm. ¿Puede el ingeniero concluir que los rodamientos producidos por las máquinas tienen diámetros medios significativamente diferentes? Para responder esa pregunta, deberás efectuar todo el cursado de la asignatura. Por ahora te pedimos, mediante GeoGebra:

a) Simular mediciones con el comando UniformeAleatorio (mín, máx) para cada máquina. ¿Qué valores mín y máx elegirían en cada caso?

b) Crear una lista1 para la serie simple simulada correspondiente a las mediciones de la máquina A.

c) Utilizar la fórmula de Sturges para determinar k, (cantidad de intervalos).

d) Crear otra lista2 con los extremos de los intervalos de clase. Para ello, utilizar el comando Clases, con los argumentos lista1 y k.

e) Utilizar el comando TablaFrecuencias para tabular los intervalos de clase entre lista2 y lista1. (El comando Frecuencias devuelve una lista de frecuencias)

f) Utilizar el comando Histograma para graficar la distribución de las mediciones.

g) Idem para la máquina B.

h) Calcular medidas de tendencia central y de variabilidad de las mediciones de cada máquina.

i) Analizar simetría y variabilidad. Comparar las dos distribuciones y elaborar conclusiones.

RESPUESTAS

1. a)

X_i	f_i	Fa	f_r	F_{ra}
1	4	4	0,08	0,08
2	4	8	0,08	0,16
3	8	16	0,16	0,32
4	7	23	0,14	0,46
5	5	28	0,1	0,56
6	10	38	0,2	0,76
7	7	45	0,14	0,9
8	5	50	0,1	1

b) 50 alumnos. **c)** 34 alumnos. **d)** 20% **e)** 54% **f)** 24 alumnos.

2. a) Variable bajo estudio: número de descargas de una planta para el tratamiento de aguas negras durante varios días consecutivos. Es una variable cuantitativa discreta.

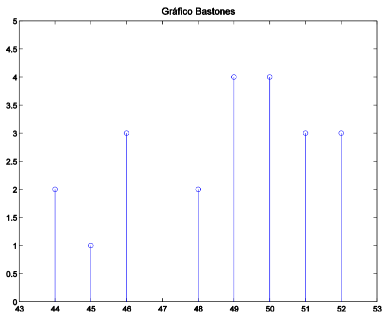
b)-c)

Número de descargas	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa fr [%]
44	2	2	9,09
45	1	3	4,55
46	3	6	13,64
48	2	8	9,09
49	4	12	18,18
50	4	16	18,18
51	3	19	13,64
52	3	22	13,64
	Total N=22		

50 es el máximo número de descargas que representa el 70 % de los datos.

d) 27.27%

e)



3. a) Variable aleatoria bajo estudio: número de viscosidades de un lote de cierto proceso químico. Es una variable cuantitativa discreta.

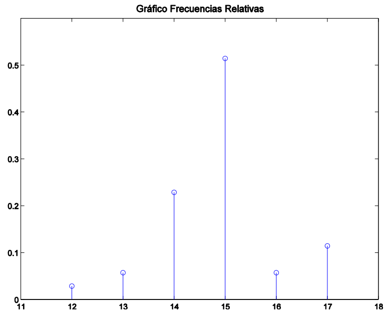
b)

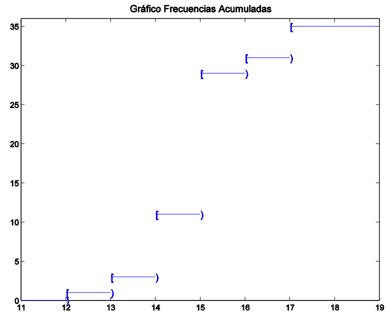
Viscocidad	Frec. Absoluta	Frec. Acumulada	Frec.relativa fr [%]
12	1	1	2,86
13	2	3	5,71
14	8	11	22,86
15	18	29	51,43
16	2	31	5,71
17	4	35	11,43

c) 31,43%

d) 15 es la menor cantidad de viscosidades que representa el 25 % de las mayores cantidades de viscosidad

e)





f)

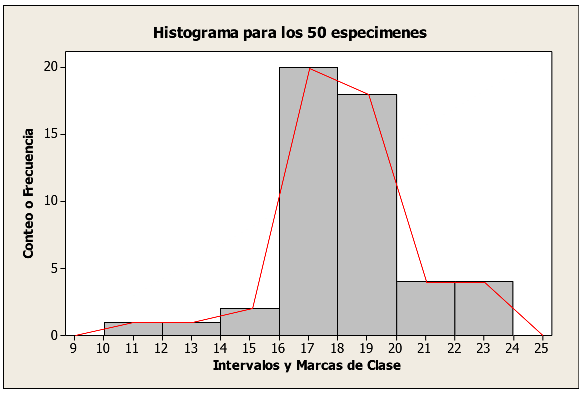
$$f(x)=\begin{cases} 0 \; si \; x<12 \\ 1 \; si \; 12\le x<13 \\ 3 \; si \; 13\le x<14 \\ 11 \; si \; 14\le x<15 \\ 29 \; si \; 15\le x<16 \\ 31 \; si \; 16\le x<17 \\ 35 \; si \; 17\le x \end{cases}$$

4. a) Variable aleatoria bajo estudio: porcentaje de encogimiento al secar 50 especímenes de prueba de arcilla plástica. Es una variable cuantitativa continua.

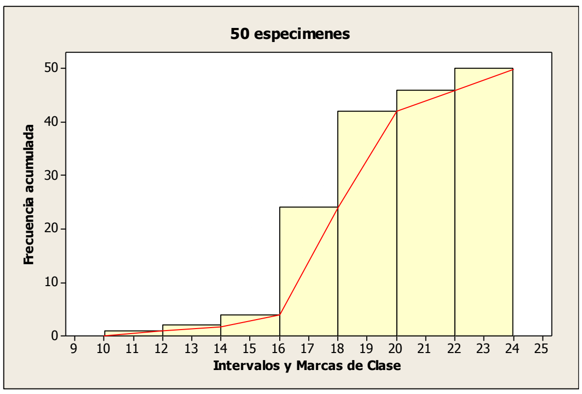
b)

Intervalo	Frecuencia fi
[10 , 12)	1
[12 , 14)	1
[14 , 16)	2
[16 , 18)	20
[18 , 20)	18
[20 , 22)	4
[22 , 24)	4

c-d) Histograma y polígono de frecuencias:



e)



5. a) $\overline{X} = 2187,5$

b) El promedio $ 2187,5 no es representativo ya que uno de los datos tiene valor $4000 bastante alejado de la distribucion de los otros 3 datos.

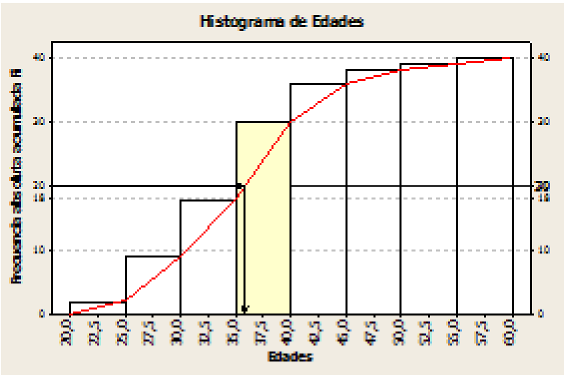
c) Utilizariamos la mediana, que es más representativa para estos casos. $Mediana = \$1625$

6.

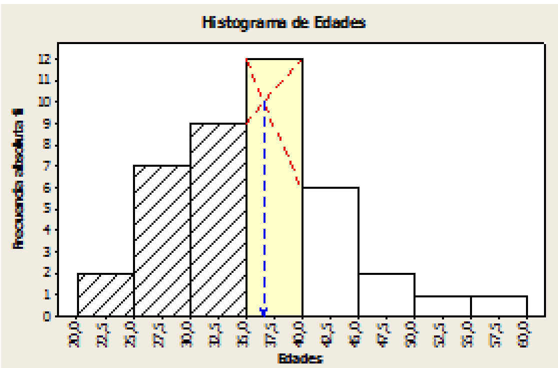
Edad en años	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	[40,45)	[45,50)	[50,55)	[55,60)
Marcas de Clase	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
Frec. Abs.	2	7	9	12	6	2	1	1
Frec. Acum.	2	9	18	30	36	38	39	40

a) $\bar{X} = 36$

b)
$Me = 35,83$



c)
$Moda = 36,67$



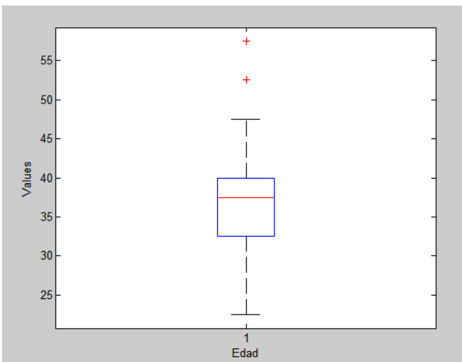
d) $Q_1 = 30,556$ $Q_2 = 35,83$ $Q_3 = 40$

e) $D_9 = 45$

f) $P_{85} = 43,33$

g) $Q_1 = 30,556$

h)



7. a) Variables que intervienen:
Sexo: Cualitativa.
Edad: Cuantitativa Continua.
Estatura: Cuantitativa Continua.
Peso: Cuantitativa Continua.
Número de hermanos: Cuantitativa Discreta.

b) Edad:

x_i	f_i	fr	Fa
19	6	0,167	6
20	14	0,389	20
21	6	0,167	26
22	8	0,222	34
23	0	0	34
24	1	0,028	35
25	1	0,028	36

Número de hermanos:

x_i	f_i	fr	Fa
0	2	0,056	2
1	16	0,444	18
2	8	0,222	26
3	5	0,139	31
4	2	0,056	33
5	1	0,028	34
6	0	0	34
7	2	0,056	36

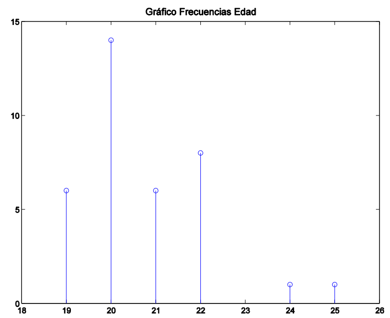
c) Estatura: Mínimo: 154 Máximo: 194 Rango: 40 K = 6 Amplitud = 6,6 ---> 7

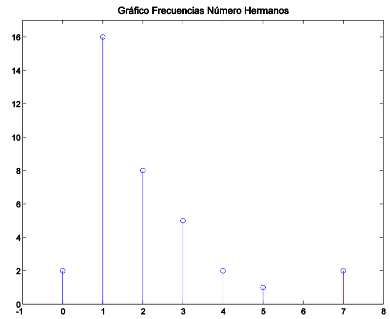
Estatura	f_i	fr	Fa
[154,161)	9	0,25	9
[161,168)	6	0,167	15
[168,175)	7	0,194	22
[175,182)	8	0,222	30
[182,189)	5	0,139	35
[189,196)	1	0,028	36

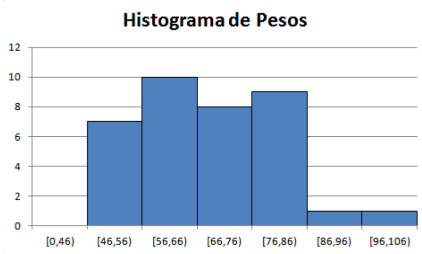
Peso: Mínimo: 46 Máximo: 105 Rango: 59 K = 6 Amplitud=9,83 ---> 10

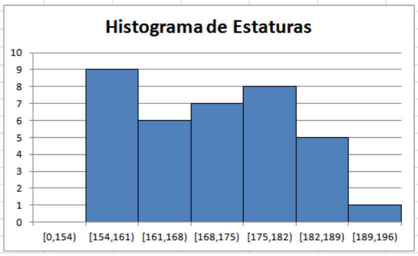
Peso	f_i	fr	Fa
[46,56)	7	0,194	7
[56,66)	10	0,278	17
[66,76)	8	0,222	25
[76,86)	9	0,25	34
[86,96)	1	0,028	35
[96,106)	1	0,028	36

d)









e) Edad $\bar{X} = 20.6944$, $Me = 20$, $Moda = 20$

Número de hermanos: $\bar{X} = 2.055$, $Me = 1.5$, $Moda = 1$

Estatura: $\bar{X} = 170.91$, $Me = 171$, $Moda = 159.25$

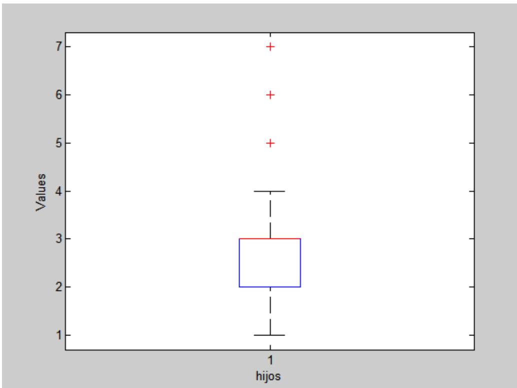
Peso: $\bar{X} = 68.22$, $Me = 67.25$, $Moda = 62$

f) Análisis

g) Análisis.

8. a) Variable aleatoria bajo estudio: números de hijos de los padres de los alumnos de un curso. Es una variable cuantitativa discreta.

b)



d) $\bar{X} = 2.9286$, $Me = 3$, $Moda = 2$, $Rango = 6$ $S = 1.5364$ $S^2 = 2.3606$ $CV = 0.52$

9. a) Si la Me= 4,5; significa que el 50 % de las calificaciones con menor puntaje de los estudiantes, obtuvo 4,5 puntos como calificación máxima. O también el 50 % de las calificaciones con mayor puntaje de los estudiantes, obtuvo 4,5 puntos como calificación mínima.

Si el Q_3=6,5; significa que el 75 % de las calificaciones con menor puntaje de los estudiantes, obtuvo 6,5 puntos como calificación máxima. O también, el 25 % de las calificaciones con mayor puntaje de los estudiantes, obtuvo 6,5 puntos como calificación mínima.

Dado que, $x_2 = x_3 = x_4$ y la Mo=3,5 entonces $x_2 = x_3 = x_4 = 3,5$

Por ser n=8 una cantidad de datos par, y Me=4,5 entonces $(x_4+x_5) / 2 = 4,5$.

Luego $x_4 + x_5 = 9$.

Además, $x_2 = x_3 = x_4 = 3,5$ porque la Moda es 3,5.

Se reemplaza el valor de x4=3,5 en x4 + x5 = 9 y se obtiene el valor de x5=5,5

Si $x_5 = x_6$ y x_5=5,5 entonces x_6=5,5

Si Q_3= 6,5 entonces $(x_6 + x_7)/2$= 6,5 luego $x_6 + x_7 = 13$ y x_6=5,5 entonces $x_7 = 7,5$
Si la media es 5 entonces $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$=5.8 y se reemplazan en esa ecuación los valores hallados utilizando además la definición del rango $=x_8-x_1=9$ para reemplazar x_8 como x_8= 9- x_1. Luego, x_1= 1 x_2= 3,5 x_3= 3,5 x_4= 3,5 x_5 = 5,5 x_6 =5,5 x_7 = 7,5 x_8 = 10

a) Si S = ((1-5)2 + 3.(3,5-5)2+2.(5,5-5)2+(7,5-5)2+(10-5)2)1/2 / (8-1)1/2 = 2,79 entonces Cv = S / $\bar{x}$ = 2,79 / 5 = 0,558.

b) Todos los valores de la variable (las calificaciones) se encuentran dentro de la franja determinada por los límites Q1 -1,5(Q3-Q1) y Q3 +1,5(Q3-Q1) Esto significa que no existen valores atípicos.

En forma analítica: El coeficiente As = ($\bar{x}$ –Me) / S = (5 - 4,5) / 7,29 > 0 entonces la distribución es Asimétrica hacia derecha o positiva.
El coeficiente de variabilidad Cv = 0,558 > 0,30. Se tomó este valor 0,3 de referencia para indicar que existe mucha variabilidad en los datos.
En forma gráfica: Son pocos datos para agruparlos por intervalos y construir un histograma, pero al ser una variable continua, puede graficarse la distribución de los datos en forma aproximada con una curva suavizada que ubique la media, la mediana y la moda en el eje horizontal, considerando el máximo en la frecuencia correspondiente a la moda. La mediana, por definición, es ubicada en el valor central y la media, en el sesgo, (es en la cola de la distribución) por ser desplazada del centro de los datos por los valores extremos hacia la derecha de la mediana.
Se clasifica el tipo de asimetría, en este caso, positiva y de acuerdo al rango y a la mayor frecuencia, se observa la variabilidad. Cuanto más “aplanada” es la curva, se tiene mayor variabilidad.
Otra manera de analizar en forma gráfica la simetría y variabilidad, es a partir del diagrama de caja.
Se analiza la simetría con la ubicación de la mediana en la caja y se compara la longitud de los bigotes entre sí.
Para la variabilidad, se compara la longitud de la caja con el rango y la longitud de los bigotes.
Ni la media ni la mediana son representativas de los datos porque el coeficiente de variación es mayor que el 0,30.

10. Mínimo 0 Máximo 5
La cantidad de visitas que hicieron los miembros de la comunidad oscilan entre 0 y 5.
Media Aritmética 0,94 : Si se suman todas las visitas efectuadas en ese mes a la biblioteca y se reparten equitativamente entre las personas entrevistadas, daría como resultado casi una visita por persona.
Moda 0 : La cantidad de visitas a la biblioteca que más se repitió entre las personas consultadas es 0. (La mayoría de las personas entrevistadas no van a la biblioteca.)
Mediana 1 : El 50% (la mitad) de las personas consultadas visitaron a lo sumo 1 vez la biblioteca en ese mes
Q_1= 0 El 25% (la cuarta parte) de las personas consultadas no hicieron ninguna visita a la biblioteca en ese mes.
Q_3 =1 El 75% (las tres cuartas partes) de las personas consultadas visitaron a lo sumo 1 vez la biblioteca en ese mes.

Observación: tanto la mediana como los cuartiles ayudan a tener una noción clara de cómo se distribuyen los datos, ya que se puede apreciar que al menos el 75% de las personas consultados hicieron 1 o ninguna visita.

11.
12.
13.

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº2
UNIDAD I
Regresión y correlación lineal.

Resultado de Aprendizaje #2 (RA2):
Utiliza la Estadística para la resolución de problemas de la ingeniería como un instrumento de resolución de problemas de análisis de datos, aplicando métodos y técnicas estadísticas para una y dos variables.

1. Los siguientes datos se dan como resultados de un estudio del efecto de la temperatura de cristalización primaria sobre el contenido de fósforo de una solución.

Temperatura de cristalización primaria ºC (x)	25	20	15	12,3	9	6	3	0	-3	-6
Fósforo Gramos por litro (y)	10,9	9,3	8,2	7,5	6,2	5,8	4,2	3,9	2,8	2,0

a) Realice el diagrama de dispersión del Fósforo contra la temperatura de cristalización primaria.
b) Halle la recta, por el método de mínimos cuadrados, de y sobre x.
c) Estime el contenido del fósforo para 30 ºC.

2. Un artículo publicado en Concrete Research presenta datos sobre la resistencia a la compresión “x” y la permeabilidad intrínseca “y” de varias mezclas y tratamientos de concreto. El resumen de cantidades es el siguiente: n = 14 ; $\sum y_i=572$, $\sum y^2_i=23530$, $\sum x_i=43$, $\sum x^2_i=157{,}42$, $\sum x_i y_i=1697{,}80$.

a) Halle la recta, utilizando el método de los mínimos cuadrados, de y sobre x.

b) Utilice la ecuación de la recta ajustada para aproximar la permeabilidad que será observada cuando la resistencia a la compresión sea x = 4,3.

3. El material crudo usado en la producción de una fibra sintética se almacena en un lugar que no tiene control de humedad relativa. Las medidas de la humedad relativa en el almacén y del contenido de humedad de una muestra del material crudo (ambas en porcentaje) en 12 días, dan los siguientes resultados:

X (humedad)	43	35	51	47	46	62	32	36	41	39	53	48
Y (contenido de humedad)	12	8	14	9	11	16	7	9	12	10	13	11

a) Halle las ecuaciones de las rectas aproximadas por el método de mínimos cuadrados. Grafíquelas en un mismo gráfico.
b) Aproxime la humedad relativa para un contenido de humedad de 19.
c) Halle el coeficiente de correlación muestral e interprete.

4. La siguiente tabla muestra la edad y la presión sanguínea de 6 mujeres:

X	36	47	55	42	68	60
Y	118	128	150	140	152	155

a) Calcule el coeficiente de correlación muestral.
b) Halle las ecuaciones de las rectas utilizando el coeficiente de correlación muestral.
c) Aproxime la presión sanguínea para una mujer de 45 años.

5. Un artículo publicado en el Journal of Environmental Engineering informa los resultados de un estudio sobre la aparición de sodio y cloro en los arroyos de la parte central de Rhode Island. Los datos siguientes muestran la concentración de cloro Y (en mg/l) y el área que rodea a la cuenca X (en porcentaje)

Y	4,4	6,6	9,7	10,6	10,8	10,9	11,8	12,1	14,3	14,7	15,0
X	0,19	0,15	0,57	0,70	0,67	0,63	0,47	0,70	0,60	0,78	0,81

Y	17,3	19,7	23,1	27,4	27,7	31,8	39,5
X	0,78	0,69	1,30	1,05	1,06	1,74	1,62

a) Dibuje el diagrama de dispersión de los datos.
b) Aproxime la concentración promedio de cloro para una cuenca que tiene un área que sea el 1 % de la superficie circunvecina.
c) Halle el coeficiente de correlación muestral e interprete su valor.

6. Dada la siguiente tabla donde la variable X describe la edad en semanas de una determinada variedad de animales de laboratorio, la variable Y es el peso en hectogramos de los mismos. La recta Y = -1,7 + 2,9 x ¿Permite efectuar una buena aproximación?

X	1	2	3	4	5
Y	2	3	7	18	13

7. Dadas las siguientes series, calcule para cada una el coeficiente de correlación muestral e interprete el resultado.

x_1	91	98	103	88	101	95
y_1	8	7	5	9	6	7

x_2	108	92	84	116	104	96
y_2	8	4	2	10	7	5

x_3	86	116	80	119	108	85
y_3	8	6	1	8	9	4

RESPUESTAS

1. **b)** $y = 0{,}288\,x + 3{,}74$ **c)** $y = 12{,}38$ ºC

2. **a)** $y = -2{,}329\,x + 48{,}013$ **b)** $y = 37{,}9983$

3. **a)** $y = 0{,}267\,x – 0{,}86$ $x = 2{,}905y + 12{,}45$
b) y □ 67
c) $r_m = 0{,}8809$

4. **a)** $r_m = 0{,}86$
b) $y = 1{,}0689\,x + 85{,}634$
c) $y = 133{,}73$

5. **b)** $y = 21{,}06$
c) $r_m = 0{,}92$

6. no

7. $r_1 = -0{,}977$
$r_2 = 1$
$r_3 = 0{,}625$

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nª 3
UNIDAD II
Axiomática de la teoría de probabilidades

Resultado de Aprendizaje #2 (RA2):
Aplica las leyes de probabilidad para la resolución de problemas de la ingeniería mediante la identificación de los experimentos aleatorios asociados al problema, de los tipos de sucesos involucrados y el análisis de los resultados obtenidos.

1. Dado el siguiente experimento:

ε_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

   a) Definir el espacio muestral.
   b) Definir al menos dos sucesos aleatorios respecto al espacio muestral asociado al experimento.
   c) Definir al menos un suceso cierto respecto al espacio muestral asociado al experimento.
   d) Definir al menos un suceso imposible respecto al espacio muestral asociado al experimento.
   e) Definir sucesos mutuamente excluyentes respecto al espacio muestral asociado al experimento.
   f) Definir sucesos únicamente posibles respecto al espacio muestral asociado al experimento.
   g) ¿Los sucesos únicamente posibles son mutuamente excluyentes? ¿Es válida la recíproca?

2. Los artículos provenientes de una línea de producción se clasifican en defectuosos (D) y no defectuosos (N). Este proceso se continua hasta que se produzcan dos artículos defectuosos consecutivos o se hayan verificado 4 artículos, cualquiera que ocurra primero. Describa el espacio muestral para este experimento.

3. En un período de 24 hs, en un momento X, un interruptor se pone en la posición de “encendido”. Posteriormente, en un momento Y (todavía en el mismo período de 24 hs) el interruptor se pone en la posición “apagado”. Supóngase que X e Y se miden en horas en el eje del tiempo, con el comienzo del período como origen. El resultado del experimento consta del par de números (x, y). Describa:
   a) El espacio muestral.
   b) Los siguientes sucesos:
      a. El circuito funciona durante una hora o menos.
      b. El circuito funciona durante el tiempo z, donde z es algún intervalo durante el período dado de 24 hs.
      c. El circuito empieza a funcionar antes del tiempo t_1 y deja de funcionar después del tiempo t_2 (donde t_1 y t_2 son dos intervalos de tiempo durante el período especificado, siendo $t_1 < t_2$).

4. Una máquina empaqueta pelotas de tenis en tubos de cuatro pelotas etiquetadas con las letras a, b, c y d. El orden en el cual se ubican las pelotas en el tubo representa el resultado del experimento. Sean A y B los sucesos:
   A = {a está en el primer lugar}, B = {b está en el segundo lugar}
   Anote:
   a) Todos los elementos del espacio muestral.
   b) Todos los elementos de los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$

5. Una caja contiene 100 tornillos, de los cuales 5 son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una extracción se escoja un tornillo defectuoso?

6. Se tiene un grupo de tarjetas numeradas del 1 al 20. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una de ellas su número sea un múltiplo de 3?

7. Cierto tipo de motor eléctrico falla por la obstrucción de los cojinetes, por combustión del embobinado o por desgaste de las escobillas. Supóngase que la probabilidad de la obstrucción es del doble de la combustión, la cual es cuatro veces más probable que la inutilización de las escobillas. ¿Cuál es la probabilidad de que el fallo sea por cada uno de estos tres mecanismos?

8. En una población el 4% de las personas son daltónicas, el 18% hipertensas y el 0.5% daltónicas e hipertensas. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea daltónica ó hipertensa?

9. @Supóngase que A y B son sucesos para los cuales P(A) = x; P(B) = y; $P(A \cap B)$ = z. Exprese cada una de las probabilidades siguientes en términos de x, y, z:

   a) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ b) $P(\bar{A} \cap B)$ c) $P(\bar{A} \cup B)$ d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

10. En un parque natural se detectan tres plagas. El 25% de los árboles tienen la enfermedad A, el 20% la B y el 30% la C. El 12% la A y la B, el 10% la A y la C, el 11% la B y la C y el 5% tienen las tres enfermedades. Calcular las probabilidades siguientes:
    a. Un árbol tenga alguna de las enfermedades.
    b. Un árbol tenga la enfermedad A pero no la B.
    c. Un árbol tenga la enfermedad B y C pero no la A.

11. Supóngase que A, B y C son sucesos tales que P(A) = P(B) = P(C) = 1/4; $P(A \cap B)$ = 0; $P(C \cap B)$ = 0 y $P(A \cap C)$ = 1/8. Calcule la probabilidad de que al menos uno de los tres sucesos, A, B ó C ocurra.

12. @Un lote consta de 10 artículos buenos, 4 con pequeños defectos y 2 con defectos graves. Se elige un artículo al azar. Encuentre la probabilidad de que:
    a) No tenga defectos. b) Tenga un defecto grave. c) sea bueno ó que tenga un defecto grave.

13. @Si del mismo lote de artículos del ejercicio anterior se escogen dos artículos (sin sustitución), encuentre la probabilidad de que:
    a) ambos sean buenos. b) ambos tengan defectos graves. c) por lo menos uno sea bueno.
    d) a lo sumo uno sea bueno e) exactamente uno sea bueno. f) ninguno tenga defectos graves.
    g) ninguno sea bueno.

14. @Un número binario está compuesto sólo por dos dígitos: 0 y 1. Supóngase que este número tiene n dígitos. Supóngase también que la probabilidad de que aparezca un dígito incorrecto es p y que los errores en dígitos diferentes son independientes uno de otro. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número incorrecto?

15. Un conjunto electrónico consta de dos subsistemas, A y B, a partir de una serie de pruebas previas se presuponen las siguientes probabilidades: P(A falle) = 0,2 ; P(B sólo falle) = 0,15 ; P(A y B fallen) = 0,15. Calcule:
    a) P(A falle/ B haya fallado) b) P(A sólo falle).

16. Sean dos sucesos A y B tales que $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ = 2/3 y $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ = 1/4. Sabiendo que $P(\bar{A})$ es el doble de $P(\bar{B})$, halle P(A/B).

17. Para la señalización de emergencia se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. La probabilidad de que el indicador funcione durante la avería es igual a 0,95 para el primero de ellos y 0,9 para el segundo. Halle la probabilidad de que durante la avería funcione sólo un indicador.

18. En un laboratorio de cálculo hay 6 máquinas automáticas y 4 semiautomáticas. La probabilidad de que durante la realización de cierto cálculo, la máquina automática no se ponga fuera de servicio es igual a 0,95; para la semiautomática esta probabilidad es igual a 0,8. Un estudiante calcula en una máquina tomada al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que hasta el final del cálculo la máquina no quede fuera de servicio?

19. En una fábrica de pernos, Las máquinas A, B y C fabrican 25, 35 y 40 % de la producción total, respectivamente. De lo que producen, 5, 4 y 2 % en ese orden, son pernos defectuosos. Se elige un perno al azar y éste resulta ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la máquina A?

20. La probabilidad de que en cierta ciudad llueva un día al año seleccionado al azar es 0,25. El pronóstico local del tiempo atmosférico es correcto el 60 % de las veces en que llueve, y el 80 % de las veces en que no llueve. Determine la probabilidad de que:
    a) El pronóstico sea correcto en un día seleccionado al azar.
    b) Llueva si el pronóstico fue correcto.

21. Una persona hace reparar un dispositivo y pide repuestos originales, pero admite que le pongan repuestos no originales en un porcentaje de 20 %. Si los repuestos son originales, el 85% de los dispositivos pueden durar más de dos años; si no es así, ésta se reduce al 45%. Usa el dispositivo y se rompe al año. ¿Cuál es la probabilidad de que le hayan tocado repuestos no originales?

22. **@0**Supóngase que en un examen con respuestas múltiples, un alumno puede saber cuál es la respuesta correcta o elegir cualquiera al azar. Sea **p** la probabilidad de que sepa la respuesta correcta. Si en la primera pregunta se tiene **m** alternativas posibles. Demuestre que la probabilidad de que el alumno conociera la respuesta correcta si ha respondido bien es

$$\frac{mp}{p(m-1)+1}$$

23. Hay tres partidas de 20 piezas en cada una. El número de piezas estándares en la 1ra, 2da y 3ra partida es, respectivamente, 20, 15 y 10. De una partida tomada al azar, se ha escogido en forma aleatoria una pieza que resultó estándar. Después de restituir la pieza a la partida, se extrajo de esta misma partida por 2da vez una pieza que también resultó estándar. Halle la probabilidad de que las piezas se hayan extraído de la 3ra partida.

RESPUESTAS

1.
2. S= {DD, NDD, DNDN, DNDD, DNND, DNNN, NDND, NDNN, NNDD, NNDN, NNND, NNNN}
3. **a)** $\{(x, y) /\ 0 \le x < y \le 24\}$

   b) i) $\{(x, y) / y - x \le 1 .\ 0 \le x < y \le 24\}$

   ii) $\{(x, y) / y - x = z .\ 0 \le x < y \le 24\}$

   iii) $\{(x, y) /\ 0 \le x < t_1 < t_2 < y \le 24 .\ y - x > t_2 - t_1\}$
4. **a)** {abcd, abdc, adbc, dabc, adcb, dacb, acbd, acdb, bacd, badc, bcad, bcda, bdac, bdca, cabd, cadb, cbad, cbda, cdba, cdab, dbac, dbca, dcab, dcba}

b) $A \cap B$ = {abcd, abdc}; $A \cup B$ = {abcd, acbd, adcb, abdc, acdb, adbc, cbad, dbca, cbda, dbac}

5. 0,05
6. 0,3
7. P(A) = 8/13 P(B) = 4/13 P(C) = 1/13
8. 0.215
9. **a)** $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ = 1 – z;

   b) $P(\bar{A} \cap B)$ = y – z;

   c) $P(\bar{A} \cup B)$ = 1 – x + z;

   d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ = 1 + z – x – y.
10. **a)** 0.47 **b)** 0.13 **c)** 0.06
11. 5/8
12. **a)** 5/8 **b)** 1/8 **c)** 3/4
13. **a)** 3/8 **b)** 1/120 **c)** 7/8 **d)** 5/8 **e)** 1/2 **f)** 91/120 **g)** 1/8
14. $1- (1-p)^n$
15. **a)** 0,5 **b)** 0,05
16. 12/25
17. 0,14
18. 0,89
19. 0,3623
20. **a)** 0,75 **b)** 0,2
21. 0.4783
22. Demostración.
23. 4/29.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dos dígitos se eligen sin reposición al azar del 1 al 9. Si la suma es par, indique la probabilidad de que ambos números sean impares.

2. La producción diaria de una máquina que produce una pieza muy complicada da las siguientes probabilidades para el número de piezas producidas: P(1) = 0,1 P(2) = 0,3 P(3) = 0,6. Además, la probabilidad de producir una pieza defectuosa es 0,03. Las piezas defectuosas aparecen independientemente. Verifique que la probabilidad de no obtener piezas defectuosas en un día, es aproximadamente 0,93.

3. La probabilidad de efectuar por lo menos un impacto en el blanco para tres disparos de un tirador es igual a 0,784. Halle la probabilidad de que en los tres disparos se haga exactamente un impacto.

4. Dos de tres elementos de un calculador que funcionan independientemente, fallaron. Halle la probabilidad de que hayan fallado los elementos 1º y 2º, si las probabilidades de fallo de los elementos 1º, 2º y 3º son respectivamente iguales a 0,2; 0,4 y 0,3.

5. Tres contratistas licitan por un contrato para construir un edificio escolar. Se cree que A tiene doble probabilidad de obtener el contrato que C, y la probabilidad de que no lo obtenga C es siete veces la probabilidad de que lo obtenga B. ¿Cuáles son las respectivas probabilidades de cada uno de obtener el contrato, sabiendo que la licitación será otorgada a uno de los tres aspirantes?

6. Se sabe que cierta producción está sujeta a tres tipos de defectos; A, B y C. Entre 1000 unidades producidas en un día, el inspector de la línea de montaje informó de los siguientes resultados:

Defecto	A	B	C	$A \cap B$	$A \cap C$	$B \cap C$	$A \cap B \cap C$
Nº piezas	30	35	20	5	5	4	2

   Compruebe que la proporción de las unidades defectuosas en las 1000 unidades es de 0,073.

7. Diez fichas numeradas del 1 al 10 se mezclan en una bandeja. Se sacan de la bandeja dos fichas numeradas (X,Y) una y otra vez sin sustitución.
   ¿Cuál es la probabilidad de que X + Y = 10?

8. Dos tubos defectuosos se confunden con dos buenos. Los tubos se prueban uno por uno, hasta encontrar los defectuosos.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la segunda prueba?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la cuarta prueba?

9. Un hombre extrae una bolilla de una urna que contiene 4 bolillas blancas y 2 rojas. Si la bolilla es blanca, no la repone. Si es roja, la repone. Extrae otra bolilla. Sea A el suceso “la primera bolilla extraída fue blanca” y B el suceso “La segunda bolilla extraída fue blanca”. Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

   i) P(A) = 2/3 ii) P(B) = 3/5 iii) P(B/A) = 3/5 iv) P(A/B) = 9/14 v) Los sucesos A y B son mutuamente excluyentes vi) Los sucesos A y B son independientes.

RESPUESTAS

1. 5/8

3. 0,432

4. 14/47

5. P(A) = 0,6 P(B) = 0,1 P(C) = 0,3

7. 4/45

8. **a)** 1/6 **b)** 1/2

9. **i)** V **ii)** F **iii)** V **iv)** V **v)** F **vi)** F

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº4
UNIDAD III
VARIABLES ALEATORIAS

Resultado de Aprendizaje #3 (RA3):
Analiza e interpreta la distribución de datos para la resolución de problemas reales o simulados de la ingeniería, mediante la identificación del experimento aleatorio asociado a la variable estadística discreta o continua del problema y la caracterización de su modelo probabilístico respectivo, aplicando sus propiedades y sus características numéricas.

1. Se sabe que una moneda sale cara tres veces más a menudo que ceca. Esta moneda se lanza tres veces. Sea X el número de caras observadas al realizar el experimento.
   a) Determinar el recorrido de la v. a. X.
   b) Determinar la distribución de probabilidades de la v. a. X.

2. @De un lote que contiene 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar. Sea X el número de artículos defectuosos encontrados:
   a) Determinar el recorrido de la v. a. X.
   b) Determinar la distribución de probabilidades de la v. a. X. **Observación:** los artículos se escogen sin sustitución.

3. Sea X una v.a. con recorrido $R_X=\{1,2,3,\ldots\}$ y su distribución de probabilidades dada por $P(X=j) = \frac{1}{2^j}$ con j = 1, 2,3,…. Calcular:
   a) $P(x \geq 5)$
   b) P(x es divisible por 3)

4. Durante un examen el profesor le hace preguntas al estudiante. La probabilidad que tiene el estudiante de responder correctamente a cualquier pregunta dada es igual a 0,9. El profesor interrumpe el examen apenas el estudiante manifiesta el desconocimiento del tema. Se requiere formar la distribución de probabilidades de la variable aleatoria X, definida como el número de preguntas que el profesor le hace al estudiante.

5. La v.a.c. X tiene función de densidad de probabilidad (*fdp*) dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\, sen\,(3x) & x \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right) \\ 0 & x \notin \left(0, \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

   Hallar la probabilidad de que la v.a. X tome un valor del intervalo $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right)$.

6. La v.a.c X tiene *fdp* dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & x \in [0,2] \\ 0 & x \notin [0,2] \end{cases}$$

   Se hacen dos determinaciones independientes de X.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas determinaciones sean mayores que uno?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos determinaciones sean mayores que uno, si se hacen tres determinaciones independientes de X?

7. La v.a.c X tiene *fdp* dada por:

$$f(x)=\begin{cases} x-\dfrac{1}{2} & si \ \ 1\le x\le 2 \\ 0 & si \ \ x\notin[1;2] \end{cases}$$

Hallar la función de distribución acumulativa (FDA).

8. El porcentaje de alcohol, en cierto compuesto, se puede considerar como una variable aleatoria continua X con la siguiente *fdp*:

$$f(x)=\begin{cases} 20x^3(1-x) & si \ \ x\in(0,1) \\ 0 & si \ \ x\notin(0,1) \end{cases}$$

a) Obtener una expresión para la FDA y graficar.

b) Calcular $P\left(X\le\dfrac{2}{3}\right)$

9. El ancho del entrehierro es una propiedad importante de una cabeza de grabación magnética. En unidades codificadas, si el ancho es una variable aleatoria continua con función densidad de probabilidades dada por:

$$f(x)=\begin{cases} kx & si \ \ x\in(0,2) \\ 0 & si \ \ x\notin(0,2) \end{cases}$$

a) Calcular el valor de *k*, para que la función así definida sea una legítima función densidad de probabilidad.
b) Calcular la función de distribución acumulada del ancho del entrehierro.

10. Sea X una v.a.c con fdp dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2 & si \ \ x\in[-1;0] \\ 0 & si \ \ x\notin[-1;0] \end{cases}$$

Si *b* es un número que satisface -1 < *b* < 0. Calcular $P\left(x>b\ /\ x<\dfrac{b}{2}\right)$.

11. Se supone que el diámetro de un cable eléctrico es una v.a.c X con *fdp*:

$$f(x)=\begin{cases} 6x(1-x) & si \ \ x\in[0;1] \\ 0 & si \ \ x\notin[0;1] \end{cases}$$

a) Verificar que la anterior función es una legítima *fdp*. Graficar.
b) Obtener una expresión para la FDA. Graficar.
c) Calcular $P\left(x\le\dfrac{1}{2}\ \ /\ \ \dfrac{1}{3}<x<\dfrac{2}{3}\right)$

12. @La v.a.c X está descripta en todo el semieje positivo x por la siguiente FDA:

$$F(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} arctg\left(\frac{x}{2}\right)$$

Hallar el valor posible de x_1, que con probabilidad ¼, la variable aleatoria tome un valor mayor que x_1.

13. @Suponiendo que la duración en horas de cierto tubo de radio es una v.a.c X, con fdp dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{100}{x^2} & si \;\; x \geq 100 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un tubo dure menos de 200 hs, si se sabe que el tubo todavía funciona después de 150 hs de servicio?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que, si se instalan 3 de tales tubos en un conjunto, exactamente uno tenga que ser sustituido después de 150 hs de servicio?
c) ¿Cuál es el número máximo de tubos que se pueden poner en un conjunto, de modo que haya una probabilidad de 0,28 de que después de 150 hs de servicio, todos ellos todavía funcionen?

14. La siguiente distribución de probabilidades, representa la demanda D de cierto producto. Calcular la esperanza y la dispersión de la v.a. D.

d	1	2	3	4	5
P(D = d)	0,1	0,1	0,3	0,3	0,2

15. La variable aleatoria discreta X, toma tres valores posibles, $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = m$; sabiendo que $P(X=x_1) = 0,5$ y $P(X=x_2) = 0,3$ Hallar el valor de *m* si se sabe que E(X) = 8.

16. Se da la lista de los valores posibles de la variable aleatoria X : $x_1 = -1$ $x_2 = 0$; $x_3 = 1$; así como se dan la esperanza matemática de esta variable y de su cuadrado:
E(X) = 0,1 y E(X²) = 0,9. Halle las probabilidades $p_1, p_2 \; y \; p_3$.

17. Un lote de 10 motores eléctricos debe ser rechazado totalmente o bien vendido, según el resultado del siguiente proceso: se escogen al azar dos motores y se inspeccionan, si uno o más son defectuosos, el lote es rechazado; de otro modo es aceptado. Supongamos que cada uno de los motores cuesta $75 y se vende por $100. Si el lote contiene un motor defectuoso, ¿Cuál es la utilidad esperada del fabricante?

18. Calcule la varianza y la dispersión de la variable aleatoria continua X, con *fdp* dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & si \;\; x \in (0,1) \\ 0 & si \;\; x \notin (0,1) \end{cases}$$

19. @La función de onda de una partícula X es una fdp dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos(2x) & x \in \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right) \\ 0 & x \notin \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Hallar e interpretar:

a) Moda.
b) Mediana.
c) E(X).

RESPUESTAS

1.

x_i	0	1	2	3
p_i	1/64	9/64	27/64	27/64

2.

x_i	0	1	2	3	4
p_i	$\frac{4845}{12650} \cong 0,383$	$\frac{5700}{12650} \cong 0,4506$	$\frac{1900}{12650} \cong 0,1502$	$\frac{200}{12650} \cong 0,0158$	$\frac{5}{12650} \cong 0,0004$

3. a) 1/16 b) 1/7
4.

x_i	1	2	3	…………	k
p_i	0,1	0,9.0,1	0,9².0,1	…………	$0,9^{k-1}.0,1$

5. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
6. a) 9/16 b) 27/64

7. $F(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{2} & si \;\; 1 < x \leq 2 \\ 1 & si \;\; x > 2 \end{cases}$ 8.a) $F(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x \leq 0 \\ 5x^4 - 4x^5 & si \;\; 0 < x \leq 1 \\ 1 & si \;\; x > 1 \end{cases}$ 8. b) 112 / 243

9. k = 0,5 $F(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x < 0 \\ 0,25x^2 & si \;\; 0 \leq x < 2 \\ 1 & si \;\; x \geq 2 \end{cases}$ 10. $\frac{-7b^3}{b^3 + 8}$

11. a) 11.b) $F(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x < 0 \\ 3x^2 - 2x^3 & si \;\; 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & si \;\; x > 1 \end{cases}$

11 c) 1/2

12. x = 2

13. a) 1/4 ; b) 4/9 ; c) n = 3

14. E(D) = 3,4
15. $x_3 = 21$

16. $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,1$; $p_3 = 0,5$

17. $ 50

18. V(x) = 1/18 ; $\sigma(x) = \sqrt{1/18}$

19. a) Modo = 0 b) $\pi/12$ c) $\pi/4 - 1/2$

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº5
UNIDAD III
Algunas distribuciones teóricas discretas

Resultado de Aprendizaje #3 (RA3):
Analiza e interpreta la distribución de datos para la resolución de problemas reales o simulados de la ingeniería, mediante la identificación del experimento aleatorio asociado a la variable estadística discreta o continua del problema y la caracterización de su modelo probabilístico respectivo, aplicando sus propiedades y sus características numéricas.

1. La probabilidad de que en cierto establecimiento industrial el consumo de agua sea normal, es decir, no sobrepase un número determinado de litros en 24 hs, es igual a 3/4. Hallar la probabilidad de que en un lapso de 6 días haya:
   a) Dos días de consumo normal de agua. b) Por lo menos 4 días de consumo normal de agua.

2. Suponiendo que todas las distribuciones de sexos son igualmente probables, ¿En qué proporción de las familias de seis hijos, debe esperarse que haya exactamente 3 varones y 3 mujeres?

3. Se sabe por experiencias anteriores que, aproximadamente el 30 % de todas las fallas de operación de tuberías en plantas químicas son ocasionadas por errores del operador.
   a) ¿Cuál es la probabilidad que de las siguientes 20 fallas al menos 2 se deban a errores del operador?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 1 de 20 fallas se deban a errores del operador?
   c) Determinar la media y la varianza de la variable aleatoria binomial.

4. La sección de control técnico verifica el estándar de los artículos. La probabilidad de que un artículo sea estándar es igual a 0,9. En cada partida hay 5 artículos. Hallar la esperanza matemática de la variable aleatoria discreta X: "número de partidas en cada una de las cuales resulten exactamente 4 artículos estándares", si se verifican 50 partidas.

5. Si la probabilidad de acertar en un blanco es 1/5 y se hacen 10 disparos en forma independiente. ¿Cuál es la probabilidad de acertar por lo menos dos veces?

6. Hallar la varianza de la variable aleatoria discreta X: "número de apariciones del suceso A en dos pruebas independientes", si las probabilidades de aparición del suceso en estas pruebas son iguales y se sabe que E(X) = 1,2.

7. En una distribución binomial con valor medio 200 y dispersión $\frac{20}{\sqrt{3}}$. Determinar n y p.

8. Se verifica el estándar de 72 artículos. La probabilidad de que cada artículo sea estándar es 5/6. Siendo X el número de artículos no estándares que aparecen, evaluar $E(x^2)$.

9. De un grupo de 12 estudiantes, 8 son sobresalientes. Por la lista se han elegido 9 estudiantes al azar.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre los estudiantes seleccionados haya 5 sobresalientes?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos 6 sobresalientes?

10. Una partida de ocho computadoras similares que se envía a un distribuidor contiene tres aparatos defectuosos. Una escuela realiza una compra de dos de esas computadoras.
    a) Determinar la distribución de probabilidades para el número de computadoras defectuosas.
    b) Calcular la esperanza y la varianza para esa distribución.

11. Un fabricante de automóviles compra los motores a una compañía donde se fabrican bajo ciertas especificaciones. El fabricante recibe un lote de 40 motores. Su plan para aceptar el lote consiste en seleccionar 8 de manera aleatoria, y someterlos a prueba. Si encuentra que ninguno de los motores presenta serios defectos, el fabricante acepta el lote; de otra forma, lo rechaza. Si el lote contiene dos motores con serios defectos. ¿Cuál es la probabilidad de que el lote sea aceptado?

12. Un lote de piezas contiene 100 de un proveedor local de tubería y 200 de un proveedor del mismo material, pero de otro estado. Si se eligen 4 piezas al azar sin reemplazo:
    a) ¿Cuál es la probabilidad de que todas provengan del proveedor local?
    b) Si se extrajeran 15 piezas al azar y sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una pieza de la muestra sea del proveedor local?

13. Dados 6 números positivos y 8 números negativos, de los cuales se eligen 4 al azar sin sustitución y se los multiplica. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea positivo?

14. Si X tiene una distribución de Poisson con parámetro λ y si P(X= 0) = 0,2. Hallar $P(x \geq 2)$.

15. @Sea X la variable aleatoria de Poisson asociada al número de defectos presentes en un rollo de longitud L. Si el porcentaje de rollos que tienen por lo menos un defecto es del 40 %. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo tenga 2 defectos?

16. En una población, el 1% padece daltonismo. ¿Qué tamaño deberá tener una muestra aleatoria para que la probabilidad de que al menos una persona tenga daltonismo sea mayor o igual que 0,95?

17. Supongamos que la probabilidad de que un artículo producido por una máquina especial sea defectuoso es igual a 0,2. Si 10 artículos producidos se seleccionan al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que no se encuentre más de un artículo defectuoso? Dar respuesta a la pregunta usando las distribuciones Binomial y de Poisson. Comparar las respuestas.

18. Hallar el promedio de errores en una página manuscrita, si la probabilidad de que la página manuscrita contenga por lo menos un error, es igual a 0,95. Se supone que el número de errores está distribuido según la ley de Poisson.

19. Un dispositivo está compuesto de 1000 elementos que trabajan independientemente uno del otro. La probabilidad de fallo de cualquier elemento durante el tiempo T es igual a 0,002. Hallar la probabilidad de que durante el tiempo T, fallen exactamente, 3 elementos.

20. Un comprador de grandes cantidades de circuitos integrados ha adoptado un plan para aceptar un envío de éstos y que consiste en inspeccionar una muestra aleatoria de 100 circuitos provenientes del lote. Si el comprador encuentra no más de 2 circuitos defectuosos en la muestra, acepta el lote; de otra forma, lo rechaza. Si se envía al comprador un lote que contiene el 1% de circuitos defectuosos, ¿Cuál es la probabilidad de que éste sea aceptado?

21. Una compañía recibe un lote de 1000 unidades de circuitos integrados. Para aceptarlo se seleccionan diez unidades de manera aleatoria y se inspeccionan. Si ninguna se encuentra defectuosa, el lote se acepta, de otro modo, se rechaza. Si el lote contiene un 5% de unidades defectuosas, determinar la probabilidad de aceptarlo si no hay reposición en la elección.

22. @¿De qué tamaño debe ser una serie de dígitos aleatorios para que la probabilidad de que aparezca por lo menos un 7 sea 0,999?

RESPUESTAS

1. a) 0,033 b) 0,83
2. 5 de cada 16 familias.
3. a) 0,99236 b) 0,007637 c) E(x) = 6 d) V(x) = 4,2
4. 16,4025
5. 0,62419
6. 0,48
7. p=1/3 y n = 600
8. 154
9. a) 0,2545 b) 0,7454
10. a)

d	0	1	2
P(d)	10/28	15/28	3/28

E(d) = 0,75 Var (d) = 0,40

11. 0,6359
12. a) 0,011854 b) 0,9981
13. 0,50449
14. 0,478
15. 0,078
16. n ≥ 300.
17. 0,3758 **(binomial)** 0,406 **(Poisson)**
18. $\lambda = 3$
19. $0{,}180628$ (**binomial)** $0{,}18045$ (**Poisson)**
20. 0,92056
21. 0,5973
22. n $\geq$69

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 6
UNIDAD IV
Algunas distribuciones teóricas continuas

Resultado de Aprendizaje #3 (RA3):
Analiza e interpreta la distribución de datos para la resolución de problemas reales o simulados de la ingeniería, mediante la identificación del experimento aleatorio asociado a la variable estadística discreta o continua del problema y la caracterización de su modelo probabilístico respectivo, aplicando sus propiedades y sus características numéricas.

1. La variable aleatoria X está distribuida uniformemente en el intervalo (-1; 1/3). Hallar la probabilidad de que X tome un valor en el intervalo (0, 1/3).

2. Supóngase que X está distribuida uniformemente en $[-\alpha;\alpha]$, con α > 0. Cada vez que sea posible, determinar el valor de α de modo que se satisfaga lo siguiente:

   a) $P(x>1)=1/3$ b) $P(x>1)=1/2$ c) $P(x<1/2)=0,7$ d) $P(x<1/2)=0,3$

3. Si X es una variable aleatoria con distribución uniforme en [0;20] y representa la corriente medida, en miliamperes, en un alambre de cobre,
   i. Calcular la probabilidad de que una medición de corriente esté entre 5 y 10 miliamperes.
   ii. ¿Cuál es la medición esperada?

4. El tiempo entre arribos de los taxis a un cruce muy concurrido tiene una distribución exponencial con media de 10 minutos.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que esté en el cruce tenga que esperar más de una hora para tomar un taxi?
   b. Supongamos que la persona ya esperó una hora. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue uno en los siguientes 10 minutos?

5. El tiempo de duración de un ensamble mecánico en una prueba de vibración tiene una distribución exponencial con media de 400 hs.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que el ensamble falle durante la prueba en menos de 100 horas?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que el ensamble trabaje durante más de 500 hs antes de que falle?
   c. Si el ensamble se ha probado durante 400 horas sin falla alguna. ¿Cuál es la probabilidad de que falle en las siguientes 100 horas?

6. **@**En una gran red de computadoras, el acceso de los usuarios al sistema puede modelarse como un proceso de Poisson con una media de 25 accesos por hora.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya accesos en un intervalo de 6 minutos?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo que transcurre hasta el siguiente acceso esté entre 2 y 3 minutos?
   c. Determinar el intervalo de tiempo para el que la probabilidad de que no se presenten accesos al sistema durante ese tiempo sea 0,90.

NOTA recordar que se verifica: $P(T\geq t)=e^{-\lambda t}=P(x=0)$ *donde* $P(X=0)=\dfrac{e^{-\lambda t}\left(\lambda t\right)^{0}}{0!}=e^{-\lambda t}$

7. Supongamos que X tiene una distribución $N(2, 0.16)$. Calcular las siguientes probabilidades:

   a) $P(x > 2{,}3) =$ b) $P(1{,}8 \leq x \leq 2{,}1) =$ c) $P(x = 2) =$

8. El diámetro de un cable eléctrico está distribuido normalmente con promedio 0,8mm y varianza 0,0004mm^2. ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro sobrepase 0,81 mm?

9. Suponiendo que el cable del ejercicio anterior se considere defectuoso si el diámetro se diferencia de su promedio en más de 0,025. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un cable defectuoso?

10. @Se mide el diámetro de un eje sin errores sistemáticos (una cifra). Los errores aleatorios de la medición X obedecen una ley normal, con dispersión igual a 10 mm. Hallar la probabilidad de que se mida con un error no mayor, en valor absoluto, de 15 mm.

11. Una máquina automática produce bolillas. La bolilla se considera apta si la desviación X del diámetro respecto de la medida señalada es menor que 0,7 mm en valor absoluto. Admitiendo que la variable aleatoria X está distribuida normalmente con una dispersión igual a 0,4 mm. Hallar la cantidad de bolillas aptas entre 100 producidas.

12. La variable aleatoria X está distribuida normalmente con media 10. La probabilidad de que X caiga en el intervalo (10, 20) es igual a 0,3. Hallar la probabilidad de que X caiga en el intervalo (0, 10).

13. Suponiendo que la duración de dos instrumentos electrónicos D_1 y D_2, tienen distribuciones $N(40, 36)$ y $N(45, 9)$ respectivamente. ¿Cuál debe preferirse para usarlo durante un período de 45 hs y cuál durante un período de 48 hs?

14. Si X es una variable aleatoria normal y si $P(x < 10) = 0{,}8413$ y $P(x < -10) = 0{,}0668$. Calcular los parámetros de dicha distribución.

15. Supóngase que X tiene una distribución $N(\mu, \sigma^2)$. Determinar el valor de c (como una función de μ y de σ), tal que P(X $\leq$c) = 2. P(X > c).

16. La variable aleatoria X está distribuida normalmente con E(X) = 10 y σ = 5. Hallar el intervalo en el que con probabilidad 0,9973, cae X en el resultado de la prueba.

17. @Se especifica que el diámetro exterior de una flecha, llamémosle D, debe ser de 4 pulgadas. Supóngase que D es una variable aleatoria distribuida normalmente con promedio 4 pulgadas y varianza 0,01 pulgadas cuadradas. Si el diámetro real se diferencia del valor especificado por más de 0,05 pulg. pero menos de 0,08 pulg., la pérdida del fabricante es de 0,5$. Si el diámetro real se diferencia del diámetro especificado en más de 0,08 pulg., la pérdida es de 1$. La pérdida L puede considerarse como una variable aleatoria. Determinar la distribución de probabilidades de L y hallar E(L).

18. @Una máquina automática estampa piezas. Se controla la longitud de la pieza X que está distribuida normalmente con esperanza matemática (largo teórico) igual a 50 De hecho, la longitud de las piezas fabricadas no es menor que 32 mm ni mayor que 68 mm. Hallar la probabilidad de que una pieza tomada al azar sea: a) mayor que 55 mm. b) menor que 40 mm.

19. Un estudio demostró que los tiempos de vida de ciertas clases de baterías de automóviles se distribuyen normalmente con μ = 1248 hs y σ = 185 hs. ¿Qué tiempo de garantía se debe adjudicar para que el 18 % de las baterías sean cambiadas, estando aún en vigor la garantía?

20. Una variable aleatoria X está distribuida normalmente con σ = 5 m. Hallar la longitud del intervalo en el que con probabilidad 0,9973 cae X en el resultado de la prueba.

RESPUESTAS

1. 1/4
2. a) $\alpha = 3$ b) $\nexists\ \alpha$ c) α = 1,25 d) $\nexists\ \alpha$
3. a) 0,25 b) 10 mA
4. a) 0,00247 b) 0,632
5. a) 0,221 b) 0,287 c) 0,221
6. a) 0,082 b) 0.148 c) 0,25 minutos.
7. a) 0,2266 b) 0,2902 c) 0
8. 0,3085
9. 0,2112
10. 0,8664
11. 92
12. 0,3
13. D_2 en ambos casos.
14. μ = 2 σ = 8
15. c = 0,43σ + μ
16. (-5 ; 25)
17. 0,5204
18. a) 0,2033 b) 0,0477
19. 1077,8 hs
20. 30 mm.

EJERCICIOS PROPUESTOS DE INTEGRACIÓN

1. Una fábrica cuenta con dos máquinas para la fabricación de zapatos. La primera máquina fabrica el 60% de los zapatos, de los cuales el 10% tienen defectos, y de los que fabrica la segunda máquina el 20% tienen defectos. Se eligieron tres zapatos al azar, de una de las máquinas, de los cuales dos no tienen defectos y uno sí. ¿Cuál es la probabilidad de que estos zapatos los haya fabricado la segunda máquina?

2. Se sabe que un medicamento que se aplica a una persona a partir del primer año de padecer una enfermedad es el 90% confiable y es el 99% confiable si se lo administra antes del primer año. Si se selecciona un individuo al azar de un grupo de enfermos, de los cuales el 5% padecen esa enfermedad por más de un año y al haberse efectuado un análisis, el mismo indica que el paciente no se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que esa persona esté enferma a lo sumo un año?

3. La probabilidad que tiene un tirador de acertar al blanco es 2/5.
a. ¿Cuántas veces será necesario que dispare al blanco para que la probabilidad de acertar al menos una vez sea 0,98?
b. ¿Cuál es la probabilidad de acertar a lo sumo tres veces en cinco tiradas?

4. La demanda semanal de Pepsi, en miles de litros, de una cadena local de negocios, es una variable aleatoria que tiene la siguiente fdp:

$$f(x)=\begin{cases} 2(x-1) & si\ 1<x<2 \\ 0 & si\ x\notin(1,2) \end{cases}$$

a. Calcular el valor esperado de la demanda semanal e interpretar.
b. ¿Cuántos litros corresponden al menos al 75% de la demanda semanal?

5. Se estima que, en promedio, cierta máquina puede sustituir 10000 hs-hombre, con una probabilidad de 0,25 de que el ahorro en tiempo medio sea mayor de 10500 hs y la misma probabilidad de que el ahorro sea menor de 9500 hs por semana. Ahora, suponiendo que una distribución normal especifica cumplirá estas estimaciones:
a. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina sustituya realmente más de 9000 hs-hombre por semana?
b. Determinar el percentil 85 de dicha variable aleatoria.
c. Hallar el valor de "*a*" tal que $P(|X-10000|<a)=0,95$

6. En la inspección de hojalata producida por un proceso electrolítico continuo, se identifican 0.2 imperfecciones en promedio por minuto. Determine las probabilidades de identificar:
a. Exactamente una imperfección en 3 minutos.
b. Al menos tres imperfecciones en 5 minutos.

7. Dada la siguiente función: $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{8}x & si\ \ 0\le x\le 2 \\ c & si\ \ 2<x\le 5 \\ 0 & para\ todo\ otro\ valor \end{cases}$

a. Hallar el valor de c para que $f(x)$ sea una fdp.

b. Calcular $P(1\le X<3\ /\ X>1{,}2)$

c. Hallar la FDA.

d. ¿Qué medida de posición representa $x=2$? Justificar la respuesta.

8. La variable aleatoria $X \sim N(\mu,\sigma^2)$. Hallar los valores de μ y σ de modo tal que $P(X\ge 2)=0{,}8665$ y $P(X\le 4)=0{,}2236$.

9. Se analizan muestras de policarbonato plástico para determinar su resistencia a las rayaduras y a los golpes. A continuación se presenta el resumen de los resultados obtenidos con 49 muestras:

		Resistencia a los golpes	
		Alta	Baja
Resistencia a las rayaduras	Alta	40	4
	Baja	2	3

Se definen los sucesos A:"resistencia alta a los golpes" y B:"resistencia alta a las rayaduras".
Calcular: a. $P(\overline{A}\cup B)$ b. $P(A\ /\ \overline{B})$

10. Una Estación Base (EB) de telefonía móvil es una estación de transmisión y recepción situada en un lugar fijo de la ciudad, compuesta de una o más antenas. Para optimizar su confiabilidad, se la conecta con el resto del sistema telefónico a través de 3 caminos independientes de fibra óptica F1, F2 y F3. La Estación Base puede funcionar si al menos 1 de estos 3 caminos de fibra óptica permanece operativo. Las probabilidades de falla de los 3 caminos son respectivamente p1 = 0,2, p2 = 0,3 y p3 = 0,5.

a) Cuál es la probabilidad que la Estación Base mantenga conexión con el resto del sistema telefónico a través de al menos uno de estos caminos?

b) Cuál es la probabilidad que la Estación Base mantenga una conexión con el resto del sistema telefónico a través de un único camino (por haberse cortado los otros 2)?

c) Sabiendo que, la Estación Base mantiene una conexión con el resto del sistema telefónico a través de un único camino (por haberse cortado los otros 2), cuál es la probabilidad que los caminos cortados sean F1 y F2

11. Un embarque de sustancias químicas llega en 15 contenedores. Se eligen al azar 3 contenedores para hacer una inspección de la pureza del producto. Si dos de los contenedores no cumplen con los requerimientos de pureza, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos está en la muestra, si la elección es: a) sin reposición, b) con reposición?

12. El peso de cereal que contiene una caja se aproxima a una distribución normal con una media de 600 grs. El proceso de llenado de las cajas está diseñado para que, de 100 cajas, el peso de una se encuentre fuera del intervalo $[590,610]$ grs. ¿Cuál es el valor máximo de la desviación estándar para alcanzar este requerimiento?

13. Sean dos sucesos A y B tales que: $P\left(A\cap\overline{B}\right)=\frac{r}{35}$, $P\left(\overline{A\cup B}\right)=\frac{24}{35}$ y $P(A)+P(B)=\frac{12}{35}$. Determinar, si existen, $r\in\mathbb{R}$ para que los sucesos A y B sean independientes.

14. La longitud de ciertos dispositivos mecánicos tiene la siguiente tolerancia: $(58\pm 0,21)mm$. Se han recibido tres partidas de distintos proveedores de 200, 300 y 500 cajas de 6 unidades cada una, que si bien no difieren en su valor medio de 58 mm, presentan diferentes dispersiones: 0,102 mm; 0,12 mm y 0,146 mm. Se supone que la longitud de estos dispositivos es una variable aleatoria con distribución normal. En el almacén se han mezclado las cajas. Si se elige una caja al azar y se comprueba que exactamente 4 de esas piezas están dentro de los límites de tolerancia, ¿cuál es la probabilidad de que la caja haya sido entregada por el proveedor número 2?

15. Dada la siguiente función de densidad de probabilidad, que representa el tiempo de llenado de ciertos recipientes, expresado en horas:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{32}{45}x^2 & si\ 0\le x\le 1,5\\ \frac{8}{35}x & si\ 1,5\le x\le 2\\ 0 & en\ otro\ caso\end{cases}$$

Determinar el percentil 85, a. Analíticamente b. Gráficamente c. Interpretar el resultado

16. Una máquina fabrica tornillos cuyas longitudes X se distribuyen normalmente con media 20 mm. Un tornillo se considera defectuoso si su longitud difiere de la media más de 1 mm. Los tornillos se fabrican de forma independiente.

a) Si la probabilidad de fabricar un tornillo defectuoso es 0,0455. ¿Cuál es el valor de la varianza de X?

b) Si los envasamos en envases de 15 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que un envase no tenga más de 2 defectuosos?

17. Una urna contiene cinco dados con sus caras de color blanco o rojo. El dado número $i,(i=1,\ldots,5)$ tiene i caras blancas y el resto rojas. Se selecciona un dado al azar de la urna, se lanza y se observa el color rojo. ¿Cuál es la probabilidad de que el dado seleccionado sea el número 2?

18. Un sistema de pesaje de residuos sólidos sólo tiene dos mecanismos de pesada: uno computacional y otro mecánico. Se estima que la probabilidad de que por lo menos uno de ellos funcione correctamente es de 0,99. La probabilidad de que funcione el computador es de 0,96. Si el computador falla, calcular la probabilidad de que el sistema falle.

19. La longitud de cierta pieza se distribuye con función de densidad de probabilidad:

$$f(x)=\begin{cases}k(x-1)(3-x) & x\in[1,3]\\ 0 & \text{caso contrario}\end{cases}$$

Se consideran válidas las piezas cuya longitud está comprendida entre $1,7\ cm$ y $2,4\ cm$.

a. Calcular el valor de k para que f sea una función de densidad de probabilidad.

b. Calcular la probabilidad de que una determinada pieza sea válida.

c. El fabricante de las piezas posee un lote con 3 de ellas. Este lote puede contener piezas de los dos tipos, válidas y no válidas, y la aparición de estas piezas es independiente. Si dos o más son no válidas el comprador rechaza el lote. ¿Cuál es la utilidad esperada del fabricante si cada pieza tiene un costo de fabricación de $ 40 y se vende por $ 100?

20. Sea X una variable aleatoria cuya fdp es: $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x \in (0,2) \\ 0 & \text{si } x \notin (0,2) \end{cases}$

Sabiendo que $P\left(\frac{1}{2} < X < 1\right) = \frac{1}{8}$, calcular $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4} \middle/ X < \frac{1}{2}\right)$.

21. El gerente general de ventas de una compañía, ofrece como premio de incentivo al mejor vendedor del trimestre anterior las entradas al palco empresarial en la serie final de básquet de la liga argentina.
De los registros de ventas se tienen los siguientes datos de ventas, expresados en porcentajes de cumplimiento de las metas fijadas mensualmente:

Vendedor A: 95; 105; 100.

Vendedor B: 100; 90; 110.

El promedio trimestral de cumplimiento de las metas de ventas de ambos vendedores es igual y equivale al 100%, pero el gerente sólo le puede dar el premio de incentivo a uno de ellos. ¿Cuál usted escogería? ¿En base a qué criterio? Justificar.

22. En una central telefónica automática la probabilidad de que una llamada cualquiera sea conectada erróneamente es 10^{-3}.
a. Para un día cualquiera donde son conectadas 2000 llamadas independientes, hallar el valor de la probabilidad que se efectúen 4 conexiones erróneas.
b. ¿Cuál es el número de llamadas independientes que se requieren para asegurar con probabilidad 0.9 que por lo menos una de las llamadas sea conectada erróneamente?

RESPUESTAS

1. 0,513026
2. 0,65517
3. a. $n \geq 8$ b. 0,91296
4. a. $E(X) = 1,\widehat{6}$ Se espera que la demanda semanal se de $1,\widehat{6}$ miles de litros.
   b. 1,5
5. a. 0,9082 b. $P_{85} = 10776,12$ c. $a = 1462,69$
6. a. 0.3292 b. 0.0803
7. a. $c = \frac{1}{4}$ b. 0,450549

   c. $F(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x < 0 \\ \frac{1}{16}x^2 & si \;\; 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} & si \;\; 2 < x \leq 5 \\ 1 & si \;\; 5 < x \end{cases}$ d. Representa el primer cuartil

8. $\mu = 8,3429$ $\sigma = 5,7143$
9. a. $\frac{47}{49}$ b. $\frac{2}{5}$
10. a. 0,97 b. 0,22 c. 0,1364
11. a. 0,37143 b. 0,346
12. $\sigma = 3,846$
13. $r = 4 \quad o \quad r = 6$
14. 0,18664
15. $P_{85} = \frac{\sqrt{43}}{4} \approx 1,64$

    El 85% de los recipientes mencionados son llenados en 1,64 horas.
16. a. $\sigma^2 = 0.5^2 = 0,25$ b. 0.97159
17. 4/15
18. 0,25
19. a. $k = 3/4$ b. 0.50225 c. $31,02$
20. 0,625
21. Dado que el vendedor A tiene menor coeficiente de variación, a él le corresponde recibir el premio de incentivo.
22. a. 0,09 b. $n \geq 2303$

GUÍA DE TRABAJOSPRÁCTICOS Nº7
UNIDAD V
Suma de variables aleatorias

Resultado de Aprendizaje #3 (RA3):
Analiza e interpreta la distribución de datos para la resolución de problemas reales o simulados de la ingeniería, mediante la identificación del experimento aleatorio asociado a la variable estadística discreta o continua del problema y la caracterización de su modelo probabilístico respectivo, aplicando sus propiedades y sus características numéricas.

1. Al sumar números, un computador aproxima cada número al entero más próximo. Supongamos que todos los errores de aproximación son independientes y distribuidos uniformemente en el intervalo (-0,5 ; 0,5). Si se suman 1500 números ¿Cuál es la probabilidad de que la magnitud del error total exceda 15?

2. Un proceso de fabricación produce lavadoras de las cuales alrededor del 5% son defectuosos. Si se inspeccionan 100 lavadoras, ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 4 sean defectuosas?

3. Tornillos de hierro de 1/2 pulgada fabricados por cierta empresa ocasionalmente no tiene ranura. Esto ocurre al azar y la probabilidad de este suceso y de que se escape a la inspección es 0,02. En una remesa de 2500 de tales tornillos, ¿Cuál es la probabilidad de que:
    a. 64 ó más carezcan de ranura.
    b. 36 ó menos.
    c. Entre 36 y 64 inclusive?

4. Se hacen 10800 extracciones de un mazo de 40 cartas y se considera éxito obtener oros. ¿Cuál es la probabilidad de obtener:
    a. Más de 2600 éxitos.
    b. Menos de 2825 éxitos.

5. Supongamos que se tiene un cierto número de voltajes V_i i = 1,2,3,……n. que se reciben en lo que se llama un sumador. Sea V la suma de voltajes recibidos. Cada una de las variables aleatorias V_i está distribuida uniformemente en el intervalo [0,10]. Calcular P(V > 105) para n = 20. (que es la probabilidad de que el voltaje total sobrepase los 105 volts).

6. El 30 % de los neumáticos utilizados por una empresa de transporte ha demostrado durar menos de 100.000 km. Se han adquirido 200 neumáticos y se quiere saber cuál es la probabilidad de que duren menos de 100.000 km:
    a. Entre 65 y 75 neumáticos.
    b. Menos de 60 neumáticos.

7. El consumo diario de nafta de un colectivo es una variable aleatoria N(100,100). El litro de nafta se abona a razón de u$s 0,5. El chofer pasa la factura al propietario en períodos de 30 días para su cobro. Si en dos períodos consecutivos ha presentado una cuenta superior a los u$s 1582. ¿Es para sospechar de la honradez del conductor?

8. **@**Una compañía de electrónica fabrica resistores que tienen una resistencia promedio de 100 Ω y una desviación estándar de 10 Ω. Encuentre la probabilidad de que al tomar una muestra de n = 25 resistores, la resistencia promedio de éstos sea menor que 95 Ω.

9. Se sabe que el peso de ciertos bombones es una variable aleatoria con distribución uniforme entre 10 y 12 gramos. ¿Cuál será la probabilidad aproximada de que una caja con 24 bombones pese más de 320 gramos; si el peso de la caja es una variable aleatoria normal de valor medio 50 grs y dispersión 5 grs?

10. @La demanda de agua por habitante en una determinada población tiene una cierta distribución cuyo valor medio es 0,4 m^3/día y cuya dispersión es 0,09 m^3/día. La disponibilidad de agua para el consumo, almacenada diariamente en una represa, tiene una distribución normal de media 4500 m^3 y dispersión igual a 450 m^3 Si el sistema de provisión de agua ha sido diseñado para 10000 habitantes. ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda no sea satisfecha un día cualquiera?

RESPUESTAS

1. 0,1802
2. 0,2451
3. a) 0,0268 b) 0,0268 c) 0,9616
4. a) 0,9864 b) 0,9972
5. 0,352
6. a) 0,1852 b) 0,4681
7. Se puede sospechar de la honradez del conductor.
8. 0,0062
9. 0,1492
10. 0,134

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº8
UNIDAD Nº VI
Control de calidad de procesos

Resultado de Aprendizaje #4 (RA4):
Utiliza herramientas estadísticas básicas para el análisis del control de calidad de procesos mediante Gráficos de Control, Diagramas Causa-Efecto, Histogramas, Diagramas de Paretto y Diagramas de Dispersión.

1. El administrador de servicios de una agencia grande de automóviles desea estudiar la cantidad de tiempo requerido para efectuar un tipo particular de reparación en su taller mecánico. Cada día se seleccionó un subgrupo de diez automóviles que necesitaban ese tipo de reparación durante un período de cuatro semanas. Los resultados (tiempo de servicio en horas) se registraron en la tabla siguiente:

Día	Promedio de subgrupo x_i	Alcance de subgrupo R_i	Día	Promedio de subgrupo x_i	Alcance de subgrupo R_i
1	3,73	5,23	11	3,64	5,37
2	3,16	4,82	12	3,27	4,42
3	3,56	4,98	13	3,16	4,85
4	3,01	4,28	14	3,39	4,44
5	3,87	5,74	15	3,85	5,06
6	3,9	5,42	16	3,9	4,99
7	3,54	4,08	17	3,72	4,67
8	3,32	4,55	18	3,51	4,37
9	3,29	4,48	19	3,34	4,53
10	3,83	5,09	20	3,99	5,28

Construya los diagramas de control adecuados y determine si el proceso de tiempo de servicio se encuentra en un estado de control estadístico.

2. Se selecciona un subgrupo de 25 pelotas de una máquina que fabrica pelotas de sofball durante el proceso de producción. La circunferencia (en pulgadas) de las pelotas se registran a continuación (de izquierda a derecha):

11.965	11.983	12.058	12.080	12.080
11.985	11.981	11.927	11.969	12.017
11.955	12.012	12.019	12.035	11.983
11.959	12.031	11.969	11.998	11.996
12.008	11.975	11.972	11.989	12.052

a) Construya un diagrama de control para la circunferencia (en pulgadas) de las pelotas.

b) ¿Está la circunferencia de las pelotas bajo control?

3. Una empresa fabricante de ropa deportiva ha establecido una producción automática de una línea de suéteres. Veinte muestras de tamaño 50 son tomadas aleatoriamente durante la primera semana de producción para establecer límites de control para el proceso. Los defectuosos permanecen en el embarque, pero tienen menos valor, porque se pueden vender como de "segunda". Los defectuosos detectados en las veinte muestras son los siguientes:

Muestra número	Número de defectuosos	Porcentaje de defectuosos	Muestra número	Número de defectuosos	Porcentaje de defectuosos
1	2	0,04	11	0	0,00
2	3	0,06	12	1	0,02
3	4	0,08	13	2	0,04
4	1	0,02	14	1	0,02
5	0	0,00	15	0	0,00
6	2	0,04	16	3	0,06
7	4	0,08	17	7	0,14
8	1	0,02	18	2	0,04
9	1	0,02	19	1	0,02
10	3	0,06	20	2	0,04

a) Calcule los límites del control del proceso.
b) Construya el diagrama.
c) ¿Está bajo control este proceso?

4. Una embotelladora de bebidas gaseosas tiene registros diarios de la presencia de las latas defectuosas que salen de la máquina de llenado y sellado. Se registran los no cumplimientos con lo especificado, tales como una cantidad inadecuada de contenido, latas con muecas y latas que no están adecuadamente selladas. Los datos correspondientes a la producción de un mes (con semanas de 5 días laborables) se presentan a continuación:

Día	Número de latas llenadas	Número de latas defectuosas	Día	Número de latas llenadas	Número de latas defectuosas
1	5403	47	12	5314	70
2	4852	51	13	5097	64
3	4908	43	14	4932	59
4	4756	37	15	5023	75
5	4901	78	16	5117	71
6	4892	66	17	5099	68
7	5354	51	18	5345	78
8	5321	66	19	5456	88
9	5045	61	20	5554	83
10	5113	72	21	5421	82
11	5247	63	22	5555	87

Construye un diagrama de la porción de latas no aceptadas de la producción mensual. ¿El proceso muestra alguna señal de que está fuera de control?

5. El sistema de tránsito de una ciudad utiliza el número de quejas recibidas por escrito por día como una medida de la calidad de su servicio. En 10 días el número de quejas recibido es el que se muestra en la tabla que sigue:

Día (muestra número)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	total
Número de quejas/día	4	8	2	0	6	4	3	9	0	10	46

Calcule los límites de control, realice el diagrama y responda: ¿El proceso está bajo control?

6. Los resultados de la inspección de 20 lotes de un producto se presentan en la tabla siguiente. Realice la gráfica de control e indique si el proceso está bajo control.

Muestra i	n_i	Total de defectos	Muestra i	n_i	Total de defectos
1	9	17	11	14	25
2	12	14	12	6	5
3	7	6	13	7	8
4	15	23	14	9	11
5	7	5	15	12	18
6	7	7	16	11	13
7	9	10	17	14	22
8	11	19	18	6	6
9	16	29	19	14	23
10	15	18	20	13	22

RESPUESTAS

1. R = 4,8325 LCL = 1.0786 UCL = 8.5864
   X = 3.549 LCL = 2.06 UCL = 5.038

   Si bien los puntos están dentro de los límites de control, la mayor parte se alínean dentro de $\pm 1.5\sigma$. Es necesario cambiar la forma de subagrupamientos.

2. X = 11.9998 R_m = 0,03648 LCL = 11.903 UCL = 12.097
   Dos de tres puntos aparecen fuera de la línea 2σ .

3. np = 2.000 LCL = 0.000 UCL = 6.1569
   El proceso está fuera de control.

4. p =0.01288 LCL = 0.00823 UCL = 0.01753
   Uno de los puntos está fuera de los límites de control.

5. C = 4.6 LCL = 0.000 UCL = 11.02
   El proceso está bajo control.

6. U = 1.329 LCL = 0.271 UCL = 2.386
   El proceso no está bajo control.

GUÍA DE TRABAJOSPRÁCTICOS Nº9
UNIDAD VII
Estimación de parámetros

Resultado de Aprendizaje #5 (RA5):
Resuelve problemas de la ingeniería relativos a la inferencia a partir de la información obtenida de la muestra, del tamaño de la misma, de la confiabilidad pretendida, diferenciando en los casos necesarios si la varianza poblacional es o no es conocida, utilizando aplicaciones informáticas y las distribuciones muestrales respectivas de cada estadístico para la estimación de parámetros y la aplicación de pruebas de hipótesis.

1. En un sistema están conectados 50 dispositivos. La probabilidad de que en el tiempo T un dispositivo cualquiera falle, es 0,1. Utilizando la desigualdad de Tchebycheff, estime la probabilidad de que la diferencia en valor absoluto entre el número de dispositivos que fallan y el promedio de los que fallan, resulte: a) Menor que 5 b) Mayor que 5

2. Supongamos que el número de piezas defectuosas de una máquina es una variable aleatoria con un promedio de 50 piezas defectuosas y varianza igual a 25, ¿qué se puede decir acerca de la probabilidad de que el número de piezas defectuosas difiera en más de 10 unidades del promedio?

3. Sea X una variable aleatoria cuya función de probabilidad está dada por:

X	0	1	2	3	4
P(X=k)	0,05	0,2	0,4	0,25	0,1

a) ¿Cuál es la probabilidad que se asocia con valores de x que se diferencian de la media hasta 2σ?
b) Determinar una cota para dicha probabilidad.

4. Se desea estimar la probabilidad de ocurrencia de cierto suceso a partir de la frecuencia relativa de ocurrencia medida al realizar *n* repeticiones del experimento en que puede ocurrir el suceso de interés, sabiendo que la proporción poblacional es 0.5. Se pone como condición que la probabilidad de que el error no supere el valor 0,05, sea mayor que 0,97. ¿Cuántas pruebas deben realizarse como mínimo?

5. Para una muestra de 5 medidas del diámetro de una esfera se registraron los siguientes valores expresados en pulgadas: 6,33; 6,37; 6,36; 6,32; 6,37. Determinar un estimador insesgado y eficiente o de varianza mínima de:
a. La media poblacional.
b. La varianza poblacional.

6. Sea x_1, x_2, x_3 una muestra aleatoria de una población X, con distribución exponencial de parámetro α , $\alpha > 0$. Considere tres estimadores de la media poblacional de X:

$$\hat{\theta}_1 = \bar{x}\ ;\ \hat{\theta}_2 = x_1 \text{ y } \hat{\theta}_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

a. Demostrar que los tres estimadores son insesgados.
b. ¿Cuál de los tres estimadores tiene menor varianza? Justificar.

7. La lectura de un voltímetro conectado a un circuito de prueba tiene una distribución uniforme en el intervalo ($\theta;\theta$+1) en donde θ es el verdadero pero desconocido voltaje del circuito. Suponga que $x_1, x_2, x_3....x_n$ es una muestra aleatoria de tales lecturas.
a. Demostrar que $\bar{x}$ es un estimador sesgado de θ.
b. Calcular su sesgo. (Recordar que el sesgo es la diferencia entre la esperanza del estimador y su parámetro).
c. Utilizando el resultado anterior, determinar un estimador insesgado para θ.

8. Marcar con una X su respuesta.

El peso promedio de alumnas de primer año universitario es 52 kg con desviación estándar 12 kg. Se toma una muestra aleatoria de 36 alumnas de ingreso a la UNMDP. Si la probabilidad de que la media de la muestra esté comprendida entre a y b es 0,68 podemos decir que:

I. a= 40 y b= 64 kg. ___
II. a= 50 y b=54 kg ___
III. a= 48 y b= 56 kg ___
IV. a= 51 y b =53 kg ___

9. Se toman tres muestras aleatorias de tamaños n_1 = 10, n_2 = 8 y n_3 = 6 de una población con media μ y varianza σ^2. Sean S_1^2 , S_2^2 y S_3^2 las varianzas de muestra. Demostrar que $\frac{10S_1^2 + 8S_2^2 + 6S_3^2}{24}$ es un estimador insesgado de σ^2.

10. Un inspector de pesos y medidas visita una planta de empacado para verificar que el peso neto de las cajas sea el indicado en éstas. Considere la variable aleatoria peso neto de las cajas que tiene una distribución normal. El gerente de la planta asegura al inspector que el peso promedio de cada caja es de 750 g con una desviación estándar de 5 g. El inspector selecciona, al azar, 100 cajas y encuentra que el peso promedio es de 748 g.

a. Bajo estas condiciones, ¿qué tan probable es tener un peso medio de 748 gramos o menos? ¿Qué actitud debe tomar el inspector?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre la media de la muestra y la media verdadera no exceda de 1 gramo?
c. Calcular la probabilidad de que el peso de una caja, seleccionada al azar de un lote, supere los 754 gramos.
d. Si el inspector selecciona, al azar, 81 cajas, encuentre la probabilidad de que la varianza muestral sea mayor que 31,84 gr^2.

11. Una muestra de una gran partida de cierta componente electrónica contiene 100 unidades. La duración media de funcionamiento de la componente de la muestra es de 1000 hs. Hallar el intervalo de confianza del 95 % para la duración media de funcionamiento de la componente de toda la partida, si se sabe que la dispersión poblacional es de 40 hs. (El tiempo se distribuye en forma aproximadamente normal).

12. Un fabricante produce anillos de pistón para un motor de automóvil. Se sabe que el diámetro de los anillos se distribuye aproximadamente normal y con una desviación estándar σ = 0,001 mm.
Una muestra aleatoria de 15 anillos tiene un diámetro medio de 74,036 mm. Construir un intervalo de confianza del 99% para el diámetro medio de los anillos de pistón.

13. Se realizan 5 mediciones de la distancia desde el cañón hasta al blanco, mediante un aparato, con igual precisión, obteniendo una desviación estándar de 40 m. La variable se distribuye aproximadamente normal. Hallar el intervalo de confianza para estimar la distancia real hasta el blanco, con un coeficiente de confianza del 95 %, sabiendo que la media muestral de los resultados de las mediciones es de 2000 m.

14. Una máquina de bebidas preparadas se ajusta para que agregue cierta cantidad de jarabe en una cámara donde éste se mezcla con agua carbonatada. Se encuentra que una muestra aleatoria de 20 bebidas tiene un contenido medio de jarabe de 1,1 onzas líquidas y una desviación estándar de 0,025 onzas líquidas. Obtener un intervalo de confianza del 90% respecto a la cantidad media de jarabe mezclado en cada bebida. Suponga que el contenido de jarabe se distribuye normalmente.

15. Por los datos de 9 mediciones independientes de igual precisión de una cierta variable física, que se distribuye normalmente, se ha hallado la media y la dispersión muestrales: $\bar{x}$ = 30,1 y S = 6. Estime el valor medio real de la variable aleatoria que se mide mediante un intervalo de confianza del 99 %.

16. Un ingeniero industrial está interesado en estimar el tiempo medio requerido para ensamblar una tarjeta de circuito impreso. ¿Qué tan grande debe ser la muestra si el ingeniero desea tener una confianza del 95 % de que el error en la estimación de la media sea menor que 0,25 minutos? La desviación estándar del tiempo de ensamble es 0,45 minutos y se distribuye en forma normal.

17. Hallar el volumen mínimo de la muestra, para el cual, con un coeficiente de confianza del 97,5% la precisión de la estimación de la media poblacional según la media muestral es 0,3. Se sabe que población se distribuye normalmente y la dispersión es 1,2.

18. Si se quiere determinar las aptitudes mecánicas medias de un gran grupo de trabajadores ¿Cuál ha de ser el tamaño de una muestra de los mismos para asegurar con una probabilidad de 0,95 que la media muestral esté dentro de una distancia de 2 puntos de la media real? Supóngase conocida σ =16, determinada de experiencias anteriores y que la variable se distribuye normalmente.

19. Si 50 medidas del peso específico del aluminio tienen una media de 2,686 y una dispersión de 0,042. Construir un intervalo de confianza al nivel del 99 % para la dispersión verdadera de tales medidas.

20. Se realizaron 10 mediciones de cierta magnitud física con un solo aparato, obteniéndose los siguientes resultados: 1 ; 1,2 ; 1,3 ; 0,8 ; 0,9 ; 1 ; 1,1 ; 0,9 ; 1,3 ; 1,2 . Determinar el intervalo de confianza que cubre la dispersión con un coeficiente de confianza del 99 %.

21. Una muestra de 100 votantes al azar indicó que 55 de ellos estaba a favor de un candidato. Obtener un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de votantes que en el total de la población votan por este candidato.

22. De un proceso productivo de una pieza seriada se tomó una muestra de 300 unidades en la que se encontraron 18 defectuosas.

a. Calcular los límites de confianza del 90 % para el porcentaje defectuoso del proceso.
b. Calcular el tamaño de muestra adicional para tener un intervalo del mismo nivel de confianza pero de semiamplitud 0,01.
c. Con la muestra dada de 300 unidades, calcule el porcentaje defectuoso máximo del proceso con 90 % de confianza (o sea un porcentaje tal que la probabilidad de que el verdadero porcentaje defectuoso lo exceda, sea 0,1).

RESPUESTAS

1. $p>0.82$ b) $p<0.18$

2. 1/4

3. a) 0.95 b) 0.75

4. $n>3333$

5. a) 6,35 b) 0,00055

6. a) Demostración b) $V(\theta_1) = \frac{1}{3\alpha^2}$, $V(\theta_2) = \frac{1}{\alpha^2}$, $V(\theta_3) = \frac{1}{2\alpha^2}$

7. a) Demostración b) $\frac{1}{2}$ c)

8. ii

9. Demostración

10. a) $\cong 0$ b) 0.9544 c) 0.2119 d) 0.05

11. $992,16 \leq \mu \leq 1007,84$

12. $74,0353 \leq \mu \leq 74,0366$

13. $1950,34 \leq \mu \leq 2049,66$

14. $1,0903 \leq \mu \leq 1,1092$

15. $23,39 \leq \mu \leq 36,81$

16. 13

17. 81

18. 246

19. $0,032863 \leq \sigma \leq 0,0554977$

20. $0,1095445 \leq \sigma \leq 0,4024922$

21. $0,452 \leq p \leq 0,648$

22. a) $0,037 \leq p \leq 0.083$ b) 1526 c) 0,0776 (7,76 %)

GUÍA DE TRABAJOSPRÁCTICOS Nº10
UNIDAD VIII
Pruebas de hipótesis

Resultado de Aprendizaje #5 (RA5):
Resuelve problemas de la ingeniería relativos a la inferencia a partir de la información obtenida de la muestra, del tamaño de la misma, de la confiabilidad pretendida, diferenciando en los casos necesarios si la varianza poblacional es o no es conocida, utilizando aplicaciones informáticas y las distribuciones muestrales respectivas de cada estadístico para la estimación de parámetros y la aplicación de pruebas de hipótesis.

1. Una muestra aleatoria formada por las botas usadas por 50 soldados en una región desértica muestra una vida promedio de 1,24 años, con una dispersión de 0,55 años. En condiciones normales se sabe que esas botas tienen una vida promedio de 1,4 años. ¿Hay alguna razón para asegurar, con un nivel de significación de 0,05 que el uso de esas botas en el desierto causa la disminución en la vida promedio?

2. Los sistemas de escape de emergencia para tripulaciones de aeronaves son impulsados por un combustible sólido. Una de las características importantes de este producto, es la rapidez de combustión. Las especificaciones requieren que la rapidez promedio de combustión sea 50 cm/s. Se sabe que desviación estándar de esta rapidez es $\sigma = 2$ cm/s. El experimentador decide especificar una probabilidad para el error tipo I o nivel de significación, de 0,05. Selecciona una muestra aleatoria de tamaño 25 y obtiene una rapidez promedio de combustión $\bar{x} = 51{,}3$ cm/s. Suponiendo que la rapidez de combustión se distribuye normalmente ¿existe alguna evidencia de que la rapidez promedio de combustión es la requerida?

3. Un test de funcionamiento de 5 modelos de un motor experimental mostró que funcionaron, respectivamente, 20 ; 19 ; 22 ; 17 y 18 minutos con un galón de cierta clase de combustible. Suponiendo que el tiempo sigue una distribución normal ¿es esto evidencia suficiente, con un nivel de significación de 0,01, de que los modelos no están funcionando con el promedio normal deseado de 22 minutos por galón?

4. Un fabricante produce una aleación especial de acero con una resistencia a la rotura promedio de 25,8 psi. Se dice que un cambio en la composición de la aleación aumenta la resistencia. Se sabe que la dispersión general es 0,3 psi y no se espera que el cambio en la composición cambie ese valor. Se desea probar con un nivel de significación del 1%, que la resistencia promedio no está afectada por el cambio en la composición del material. Para esto, se toma una muestra de 19 observaciones y se encuentra una $\bar{x} = 26{,}1$ psi. ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver.

5. Según programación, cierta operación debe ejecutarse en 6,4 minutos. Se realiza un estudio para determinar si un cierto trabajador opera de acuerdo a la norma, es decir, se desea establecer, con un nivel de significación del 1%, si desviaciones de la norma pueden considerarse como fluctuaciones aleatorias o si indican que la ejecución lograda se desvía sistemáticamente por encima o por debajo. Se toma una muestra de 15 tiempos de operación obteniéndose los siguientes datos: $\bar{x} = 6{,}873$ minutos y S = 0,4008 minutos. ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver.

6. Un productor afirma que las longitudes de las partes que él elabora, tienen una desviación estándar que no excede 0,05 pulg. Usted mide una muestra de 9 partes y encuentra que su desviación estándar es 0,1 pulg. ¿Puede usted razonablemente, rechazar la afirmación del productor a un nivel de significación del 5%, suponiendo que datos siguen una distribución normal?

7. Supongamos que una lámina de silicio se va a cortar en pequeños cuadrados o dados, empleados en la construcción de aparatos semiconductores. Como ciertas características del aparato terminado dependerán del espesor de los dados, es importante que todos los dados cortados de una lámina tengan aproximadamente el mismo espesor. Se toma una muestra de 15 dados cortados de una lámina de silicio y se observa que S = 0,64 mils. Si el proceso para dar el espesor adecuado a las láminas sólo es aceptable si σ es a lo sumo 0,5 mils, ¿Es satisfactorio este proceso? Suponer que los datos se distribuyen en forma normal y utilizar $\alpha = 0{,}05$.

8. Los datos de experiencias anteriores indican que la varianza de las medidas hechas en estampados de láminas de metal por un grupo experimentado de inspectores de control de calidad es 0,16 pulgadas². Tales medidas hechas por un inspector sin experiencia pueden tener una varianza demasiado grande (por ejemplo, por su falta de habilidad para leer adecuadamente los instrumentos) o demasiado pequeña, (posiblemente porque las medidas muy grandes o muy pequeñas se hayan descartado). Si un nuevo inspector mide 100 estampados con una varianza de 0,11 pulgadas², contrastar don un nivel de significación de 0,05 si el inspector está haciendo medidas satisfactorias. ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver.

9. Se hace un test de eficiencia a 50 ingenieros industriales y a 60 ingenieros civiles, obteniéndose los siguientes resultados: $\bar{x} = 89$; $\bar{y} = 87$. Si se sabe que $\sigma_x = 7$; $\sigma_y = 5$, verificar con un nivel de significación del 5% si la diferencia entre las medidas promedios se puede atribuir a la casualidad o no.

10. Los miembros de un equipo de evaluación de armas quieren evaluar los méritos comparativos de dos tipos de proyectiles antitanques. Se disparan a una distancia máxima 10 proyectiles del tipo A con un error medio en el blanco de 24 pies y una varianza de 16. Luego se disparan 8 proyectiles del tipo B con un error medio de 30 pies y una varianza de 25. ¿Hay una diferencia significativa entre los errores medios respecto del blanco de los dos tipos de proyectiles, con un nivel de significación del 1 %? Suponer que los datos se distribuyen normalmente para ambos tipos de proyectiles y que la desviación estándar de ambas poblaciones es la misma.

11. Las capas de óxido en las obleas semiconductoras son depositadas en una mezcla de gases para alcanzar el espesor apropiado. La variabilidad del espesor de las capas de óxido es una característica crítica de la oblea, y lo deseable para los siguientes pasos de la fabricación es tener una variabilidad baja. Para ello se estudian dos mezclas diferentes de gases con la finalidad de determinar con cuál se obtienen mejores resultados en cuanto a la reducción en la variabilidad del espesor del óxido. Veinte obleas son depositadas en cada gas. Las desviaciones estándar de cada muestra del espesor del óxido son $S_x = 1{,}96$ angstroms y $S_y = 2{,}13$ angstroms. ¿Existe alguna evidencia que indique preferencia por alguno de los gases? Suponer que los datos se distribuyen en forma normal y utilizar $\alpha = 0{,}05$.

12. Dos compañías de compuestos químicos pueden surtir materia prima. La concentración de un elemento en particular en este material es importante. La concentración promedio de ambos proveedores es la misma, pero se sospecha que la variabilidad en la concentración puede diferir entre las dos compañías. La desviación estándar de la concentración en una muestra aleatoria de $n_x = 15$ lotes producidos por la compañía 1 es $S_x = 2{,}17$ g/l , mientras que para la compañía 2, una muestra aleatoria de $n_y = 20$ lotes proporciona una $S_y = 2{,}41$ g/l. ¿Existe evidencia suficiente para concluir que las varianzas de las dos poblaciones son diferentes? Suponer que los datos se distribuyen en forma normal y utilizar $\alpha = 0{,}05$.

13. Se investigan los puntos de fusión de dos aleaciones utilizadas en la fabricación de soldadura. Para ello, se funden 20 muestras de cada material. La media muestral y la desviación estándar de la aleación X son $\bar{x} = 421°$ F y $S_x = 4°$ F, mientras que para la aleación Y, los resultados son $\bar{y} = 426°$ F y $S_y = 3°$ F. ¿Los datos contenidos en la muestra apoyan la afirmación de que las dos aleaciones tienen el mismo punto de fusión? ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver utilizando $\alpha = 0{,}1$.

14. Un diseñador de productos está interesado en reducir el tiempo de secado de una pintura tapa poros. Se prueban dos fórmulas de pintura, la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar y la fórmula 2 tiene un nuevo ingrediente secante que debe reducir el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que la desviación estándar del tiempo de secado es 8 minutos, y esta variabilidad inherente no debe verse afectada por la adición del nuevo ingrediente. Se pintan 10 especímenes con la fórmula 1 y otros diez con la fórmula 2. Los dos tiempos medios de secado son $\bar{x}$ = 121 min e $\bar{y}$ = 112 min, respectivamente. ¿A qué conclusiones puede llegar el diseñador del producto sobre la eficacia del nuevo ingrediente, suponiendo que el tiempo de secado sigue una distribución normal en ambas formulas y utilizando $\alpha = 0{,}05$?

15. Dos compañías fabrican un material de caucho para su uso en aplicaciones automovilísticas. La pieza estará sujeta a un desgaste abrasivo en el campo de aplicación, así que se decide comparar en una prueba el material producido por cada compañía. Para ello se toman 25 muestras de material provenientes de cada compañía y se someten a una prueba de abrasión, donde se observa el desgaste después de mil ciclos. Para la compañía 1, la media y la desviación estándar del desgaste son $\bar{x}$ = 20 mg /1000 ciclos y S_x = 6 mg/ 1000 ciclos, mientras que para la compañía 2 se tiene que $\bar{y}$ = 15 mg/1000 ciclos y S_y 8mg/1000 ciclos. ¿Los datos apoyan la afirmación de que ambas compañías producen material que tienen el mismo desgaste promedio? Suponer que los datos se distribuyen en forma normal y utilizar $\alpha = 0{,}02$.

16. Una empresa manufacturera ha declarado que el 90 % de los artículos de cierto proceso son no defectuosos. Se implementa un proceso que se supone que aumentará el porcentaje de no defectuosos. Una muestra de 100 artículos producidos con el nuevo proceso dio por resultado 7 artículos defectuosos. ¿Apoya esta evidencia muestral que el nuevo proceso es significativamente mejor? Utilice $\alpha = 0{,}05$.

17. Actualmente, en la elaboración occidental de la cerveza artesanal, el aditivo principal que se utiliza para hacer de contrapeso al dulzor de la malta de cebada, es el lúpulo. Además, el lúpulo hace que la espuma de la cerveza sea más estable, ayuda a conservar su frescor, causa la estimulación del apetito que produce la cerveza y le confiere otras propiedades. Preferentemente se utilizan tres tipos: lúpulos amargos, lúpulos aromáticos o lúpulos mixtos. Se supone que, en la provincia de Chubut, más del 90% de los productores de cerveza artesanal utiliza lúpulo aromático. De 110 productores de la zona que se encuestaron, 103 lo utilizan. ¿Es evidencia suficiente esta información para aceptar esta suposición como verdadera? Utilice un nivel de significación del 5%.

RESPUESTAS

1. $T_{obs} = -2{,}057$ $t_{cr} = -1{,}67$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ hay razón suficiente para sospechar que el uso de botas en el desierto causa la disminución en la vida promedio.

2. $Z_{obs} = 3{,}25$ $z_{cr} = 1{,}65$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ existe una evidencia de que la rapidez promedio de combustión es mayor que 50 cm/s.

3. $T_{obs} = -3{,}26$ $t_{cr} = 4{,}604$ $\Rightarrow$ no se rechaza H_0 $\Rightarrow$no es evidencia suficiente.

4. $Z_{obs} = 4{,}359$ $z_{criz} = -2{,}57$ $z_{crder} = 2{,}57$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ la resistencia promedio está afectada por el cambio en la composición del material.

5. $T_{obs} = 4{,}57$ $t_{cr} = 2{,}977$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ la fluctuación n el tiempo no puede considerarse aleatoria.

6. $\chi^2_{obs} = 32$ $\chi^2_{crder} = 15{,}507$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ se rechaza la afirmación del productor.

7. $\chi^2_{obs} = 22{,}9376$ $\chi^2_{crder} = 23{,}685$ $\Rightarrow$ no se rechaza H_0 $\Rightarrow$ este proceso es satisfactorio.

8. $\chi^2_{obs} = 68{,}0625$ $\chi^2_{crde} = 129{,}56$ $\chi^2_{izq} = 74{,}22$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ no está haciendo medidas satisfactorias.

9. $Z_{obs} = 1{,}6923$ $z_{cr} = 1{,}96$ $\Rightarrow$ no se rechaza H_0 $\Rightarrow$ la diferencia entre las medias no es significativa, se puede atribuir a la casualidad.

10. $T_{obs} = -2{,}833$ $t_{cr} = 2{,}921$ $\Rightarrow$ no se rechaza H_0 $\Rightarrow$no hay diferencia significativa entre los errores medios.

11. $F_{obs} = 1{,}18$ $F_c = F(0{,}05,\ 20{,}19) = 2{,}16$ ó $F(0{,}05,\ 15{,}19) = 2{,}23$ (según aproximación en tabla) $\Rightarrow F_{obs} < F_c$. No existe evidencia muestral para rechazar Ho.

12. $F_{obs} = 1{,}23$ $f_{crder} = 2{,}62$ $f_{crizq} = 0{,}352$ $\Rightarrow$ no se rechaza H_0 $\Rightarrow$no existe evidencia suficiente para concluir que las varianzas de las dos poblaciones son diferentes.

13. $T_{obs} = -4{,}47$ $t_{cr} = 1{,}684$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ las dos aleaciones no tienen el mismo punto de fusión.

14. $Z_{obs} = 2{,}52$ $z_{cr} = 1{,}64$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ la adición del nuevo ingrediente a la pintura disminuye de manera significativa el tiempo de secado.

15. $T_{obs} = 2{,}49$ $t_{cr} = 2{,}42$ $\Rightarrow$ se rechaza H_0 $\Rightarrow$ambas compañías no producen material que tiene el mismo desgaste promedio.

16. La evidencia muestral no apoya que el nuevo proceso sea significativamente mejor que el anterior, es decir, no se rechaza H_0. La proporción muestral (P_{obs} = 0,93) resulta inferior al valor crítico P_{cr} = 0,949.

17.

$$\begin{cases} H_0 : p = 0.9 \\ H_1 : p > 0.9 \end{cases}$$

$$z_{obs} = \frac{\frac{103}{110} - 0.9}{\sqrt{\frac{0.9x01}{110}}} \cong 1.27 \quad z_c = z_{0.95} = 1.65 \Rightarrow no\ rechazo\ H_0$$

Conclusión, la información proporcionada por la muestra no es evidencia suficiente para aceptar que la proporción de productores de cerveza en la provincia de Chubut que utiliza lúpulo aromático es más del 90%.

EJERCICIOS PROPUESTOS DE INTEGRACIÓN

1. Se ha determinado que el 70% de las personas que ingresan a un centro comercial realizan por lo menos una compra. Para una muestra de 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 40 de ellas realicen por lo menos una compra?.

2. La temperatura promedio de una solución en un proceso químico está regulada, pero la presencia de disturbios aleatorios causa fluctuaciones de la temperatura con el tiempo. Mediante ciertas medidas se encuentra que la temperatura promedio es de 150º F con una desviación estándar de 5º F. Hallar la probabilidad de que la desviación de la temperatura respecto de la temperatura promedio exceda los 10º F.

3. Se analiza una marca particular de margarina dietética para determinar el nivel de ácido graso (en porcentaje), nivel que se distribuye en forma aproximadamente normal. Se toma una muestra de seis paquetes y se obtienen los siguientes datos: 16.8; 17.2; 17.4; 16.9; 16.5; y 17.1.
a. Encontrar un intervalo de confianza del 99% para el nivel medio de ácido graso de esta margarina dietética.
b. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra con el mismo nivel de confianza, para que el error cometido en la estimación se encuentre dentro de los 2 centésimos, si la dispersión poblacional es de 0.29?
c. En otro laboratorio, se afirma que la media del nivel de ácido graso para esta margarina es de un porcentaje de 17. ¿Contradicen los datos muestrales la afirmación de este último laboratorio? Justificar la respuesta con un nivel de significación del 1%.

4. La capacidad de litros de vino que envía el pico de llenado de una máquina para llenar botellas de 0.7 litros, es una variable aleatoria Uniforme $U\left[0,6;0,75\right]$ litros.
a. ¿Cuál es la probabilidad de llenar a lo sumo 340 litros en 500 botellas?
b. ¿Cuántas botellas hay que llenar si la probabilidad de llenar al menos 340 litros es 0.52?
c. Un operario que controla el llenado de 50 botellas, detiene la máquina si encuentra por lo menos 3 botellas con menos de 0.61 litros. ¿Cuál es la probabilidad de que detenga la máquina? Aproximar dicha probabilidad con la aproximación que corresponda.

5. En un proceso de control de calidad, la tolerancia para el peso de los recipientes es de 8 gramos. Para reunir este requisito, la desviación estándar en el peso debe ser de 2 gramos. Los pesos de 25 recipientes seleccionados al azar dieron como resultado una desviación estándar de 2.8 gramos. Si los pesos se encuentran normalmente distribuidos, determinar con un nivel de significación de 2%, si la varianza de éstos es diferente del valor necesario.

6. Los ingresos diarios, en pesos, de un comerciante se distribuyen uniformemente en el intervalo $\left[-25,35\right]$.
a. ¿Cuál es la probabilidad de que sus ingresos, en 4 meses, sean mayores que $900?
b. ¿Cuántos días deberá trabajar como mínimo, para que sus ingresos en esos días sean de al menos $1000, con probabilidad 0.95?

7. Una tienda de donas se interesa en estimar su volumen de ventas diarias. Supóngase que el valor de la desviación estándar es de $50.
a. Si el volumen de ventas se encuentra aproximado por una distribución normal, ¿cuál debe ser el tamaño de la muestra para que con una probabilidad de 0.95 la media muestral se encuentre a no más de $20 del verdadero volumen de ventas promedio?
b. Si no es posible suponer que la distribución es normal, obtener el tamaño necesario de la muestra para la pregunta a.

8. Un fabricante de monitores prueba dos diseños de microcircuitos para determinar si producen un flujo de corriente equivalente. El departamento de ingeniería ha obtenido los siguientes datos.

Diseño 1	$n_1 = 15$	$\overline{X_1} = 24.2$	$S_1^2 = 10$
Diseño 2	$n_2 = 10$	$\overline{X_2} = 23.9$	$S_2^2 = 20$

Con $\alpha = 0.1$ se desea determinar si existe alguna diferencia significativa en el flujo de corriente promedio entre los dos diseños, donde se supone que las dos poblaciones son normales, y que las varianzas σ_1^2 y σ_2^2 son iguales.

9. Un camión de reparto transporta cajas de artículos varios. Si el peso de cada caja está distribuido de la misma forma con media 22.5 kg y desviación estándar 2.25 kg, ¿cuántas cajas pueden ser transportadas en el camión de forma tal que la probabilidad de que la carga total exceda una tonelada sea solo 0.01?

10. Un procedimiento analítico, rápido y sin gastos para determinar la cantidad de titanio acaba de ser desarrollado por un químico. Para demostrar exactitud, el descubridor presentó 20 determinaciones independientes, con una media de 0.0095 ppm y una dispersión de 81×10^{-1} ppm. El material analizado por el nuevo procedimiento se analizó después por un método muy exacto, pero muy tedioso, y se llegó al resultado de que el titanio del material era exactamente 0.0093 ppm. Utilizando un nivel de significación de 0.05, decidir si hay alguna razón para dudar de la exactitud del nuevo procedimiento. ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver.

11. Se tienen que trasladar en una cinta transportadora 20 cajas con 12 libros cada una. Se sabe que dicha cinta no puede transportar más de 50 kilogramos. El peso de los libros es una variable aleatoria con distribución uniforme entre 100 y 300 gramos; y el peso de las cajas es una distribución normal con valor medio 60 gramos y dispersión 4 gramos. ¿Cuál será la probabilidad de que el total de cajas sea transportado exitosamente?

12. Dos medicamentos A y B que sirven para reducir el tiempo de respuesta a cierto estímulo son estudiados en un laboratorio. El investigador está inclinado en creer que los tiempos de respuesta, son iguales.
Como parte de la evaluación de los dos medicamentos, el medicamento A se aplicó a 10 sujetos y el medicamento B se administró a 8 individuos obteniéndose los siguientes tiempos de respuesta medidos en minutos:

A	4	4	9	6	5	6	7	8	9	7
B	2	5	6	5	8	4	3	7		

Con estos resultados, ¿existe alguna evidencia que indique que los tiempos promedios son iguales? ¿Qué supuesto necesita para realizar la prueba? Resolver utilizando $\alpha = 0{,}1$.

13. Sea X es una variable aleatoria tal que $E(X) = 3$ y $E(X^2) = 13$. Determinar la cota inferior para $P(-2 < X < 8)$.

14. Dado los siguientes datos:

X	-2	-1	0	3
Y	-3	-1	1	7

Estimar $\hat{y}(2)$ y decidir si dicha estimación es buena, justificar dicha respuesta.

15. Dos componentes que funcionan independientemente se conectan en paralelo. El tiempo de falla de cada uno de los componentes está distribuido exponencialmente con parámetros 0.1 y 0.2 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione después de 20hs de servicio?

16. Hallar la probabilidad de que la suma de los valores de 1500 tiros de un dado supere un puntaje de 5300.

17. La pureza de un producto químico se mide cada hora. La siguiente tabla presenta las determinaciones de pureza de las últimas 24hs.

Observaciones	Pureza	Observaciones	Pureza	Observaciones	Pureza	Observaciones	Pureza
1	81	7	83	13	83	19	77
2	83	8	85	14	86	20	82
3	82	9	79	15	84	21	75
4	80	10	82	16	85	22	83
5	84	11	75	17	81	23	85
6	76	12	80	18	83	24	86

a. Construya un gráfico de control para la pureza del producto químico.
b. ¿El proceso se encuentra bajo control? Justificar.

18. La desviación estándar de la dimensión del radio de una pieza estándar es $\sigma = 0.2115$ pulgadas. Se quiere mejorar el producto clásico y se está considerando un nuevo diseño que debería disminuir la variabilidad del radio. Una muestra de 30 productos arrojó los siguientes resultados: S^2 = 0,034 pulgadas cuadradas. Para un nivel de significación de 0,01 realizar una prueba de hipótesis para decidir si se acepta o no el nuevo producto.

19. Una máquina fabrica piezas de precisión y en una caja de 200 piezas, recibida por un cliente han aparecido 193 piezas no defectuosas, al 99% ¿entre qué valores se puede esperar que esté la verdadera proporción de piezas defectuosas fabricadas por la máquina?

20. Se sabe que la probabilidad de que un habitante de la ciudad de Mar del Plata y la zona opte por una determinada compañía que realiza la VTV (Verificación Técnica Vehicular) es de 0,5. Tomando un grupo de 400 potenciales interesados en realizar la VTV, esta compañía entrega turnos a cualquiera que se lo solicite mientras que la capacidad de atención es de 230 vehículos por día. Determinar:
a. La probabilidad de que la compañía tenga sobre-turnos.
b. Si existen 10 compañías que realizan la VTV y cuyas condiciones son similares a la anterior, ¿cuál será la probabilidad de que al menos dos de ellas tengan sobre-turnos?

21. Según cada enunciado indicar qué tipo de gráfico de control es el adecuado aplicar para decidir si el proceso está dentro o fuera de control. Justificar cada respuesta.

a. En un proceso de producción de un sustrato cerámico se tienen 20 muestras, cada una de tamaño 100, donde se observa el número de piezas defectuosas en cada muestra.

b. Se inspeccionan unidades de disco para encontrar defectos en ella durante 21 días y cada día se inspeccionan 200 unidades.

c. Se muestran 20 observaciones de concentración en la salida de un proceso químico. Las observaciones se toman a intervalos de una hora. Si se toman varias observaciones al mismo tiempo, la lectura de concentración observada será diferente debido solo al error de medición. Puesto que éste es pequeño solo se toma una observación cada hora.

d. Se observa el número de defectos por cada 100 pies de alambre con revestimiento.

RESPUESTAS

1. 0,0823
2. 0,25
3. a. $16,458 < \mu < 17,508$ b. $n \approx 1389$
   c. T_{obs} = -0,131 (T_{ci};T_{cd})=(-4,032 ; 4,032) No se rechaza H_0.
   Existe evidencia suficiente para aceptar la afirmación del laboratorio.
4. a. 0,9951 b. $n \approx 504$ c. 0,6844
5. $\chi^2_{izq} = 10.85$ $\chi^2_{der} = 42.98$ $\chi^2_{obs} = 47.04$ Se rechaza H_0.
   La varianza de los pesos es diferente del valor necesario.
6. a. 0,05705 b. 135
7. a. $n \approx 25$ b. $n \approx 125$
8. $T_{obs} = 0.197$ $T_{izq} = -1.714$ $T_{der} = 1.714$ No se rechaza H_0.
   No hay diferencia significativa en el flujo de corriente promedio entre los dos diseños.
9. $n \approx 43$
10. $T_{obs} = 0,0005$ $T_{Crti} = 1.729$ No se rechaza H_o.
    No existe evidencia para dudar de la exactitud del nuevo procedimiento.
11. 0.8133
12. $T_{obs} = 1.654$ $T_{CrtiDer} = 1.746$ $T_{CrtiIzq} = -1.746$ No se rechaza H_o.
    Hay evidencia suficiente para suponer que los tiempos promedios son iguales.
13. 0,84
14. $\hat{y}(2) = 5$ Como $r = 1$ las variables están fuertemente correlacionadas, con dependencia directa.
15. 0.15057
16. 0,33
17. Gráfico.
18. $\chi^2_{obs} = 22.04$ $\chi^2_{crit} = 14.256$ Existe evidencia suficiente para no aceptar el nuevo producto.
19. $(0,035\text{-}2,575 \times 0,013;0,035+2,575 \times 0,013) = (0,002;0,068)$
20. a. 0.00114 b. 0.0000581
21. Gráfico.

Parámetro a estimar o para plantear Hipótesis	**Estimación puntual y su distribución muestral**	**Estadístico a considerar y distribución para los test de Hipótesis e intervalos de confianza**	**Extremos del intervalo**
μ	$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}$ • σ es conocida $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ • σ es desconocida $\bar{x} \sim T\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right);\ n < 30$	• σ es conocida $z=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad \sim \mathrm{N}\,(0,1)$ • σ es desconocida $T=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ ~ T(n-1) grados de libertad	$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\bar{x} \pm t_{(\alpha/2,\, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}$
μ_1 - μ_2	• σ_i^2 conocidas $\bar{x}_1$ - $\bar{x}_2$ ~ $N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$	• σ_i^2 conocidas $z=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \approx N(0,1)$ • σ_i^2 desconocidas pero iguales $T=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2-(\mu_1-\mu_2)}{Sp\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ donde $Sp^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$ T ~ $T_{n_1+n_2-2}$ grados de libertad	$\bar{x}_1-\bar{x}_2 \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ $\bar{x}_1-\bar{x}_2 \pm t_{(\alpha/2, n_1+n_2-2)} . Sp\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$
p	$\hat{p}=\frac{x}{n}$ $\hat{p} \sim N\left(p, \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}\right)$	$z=\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$	Si n → ∞ y p es desconocida $\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
σ^2	$s^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$ $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$	$\chi^2=\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$
σ^2_1 / σ^2_2		$F=\frac{S^2_1}{S^2_2}$ ~ Fisher con n_1-1 grados de libertad en el numerador y n_2-1 grados de libertad en el denominador $F_{(1-\alpha/2; n_1-1; n_2-1)}=\frac{1}{F_{(\alpha/2; n_2-1; n_1-1)}}$	

* REGRESIÓN Y CORRELACIÓN MUESTRAL

Ecuación muestral de regresión: $\overline{y}_x = \rho_{yx} x + b$ siendo $\rho_{yx} = \dfrac{n\sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$ y

$$b = \frac{\sum y_i}{n} - \rho \frac{\sum x_i}{n}$$

Coeficiente de correlación muestral: $r_m = \dfrac{\sum (y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{\sqrt{\sum (y_i - \overline{y})^2 \sum (x_i - \overline{x})^2}} = \rho_{yx} \cdot \dfrac{\sigma_x}{\sigma_y} = \rho_{xy} \cdot \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$

Ecuación muestral de regresión: $\overline{y}_x - \overline{y} = r_m \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$

* GRÁFICOS DE CONTROL

GRÁFICO	LÍNEA CENTRAL = LC	LÍNEA CONTROL SUP. = LCS	LÍNEA CONTROL INF. = LCI
$\overline{x}$	$\overline{\overline{x}}$	$\overline{\overline{x}} + A_2\overline{R}$	$\overline{\overline{x}} - A_2\overline{R}$
R	$\overline{R}$	$D_4\overline{R}$	$D_3\overline{R}$
x	$\overline{x}$	$\overline{x} + 2{,}66\overline{R}_s$	$\overline{x} - 2{,}66\overline{R}_s$
p	$\overline{p}$	$\overline{p} + 3\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})/n}$	$\overline{p} - 3\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})/n}$
np	$n\overline{p}$	$n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$	$n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$
c	$\overline{c}$	$\overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}}$	$\overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}}$
u	$\overline{u}$	$\overline{u} + 3\sqrt{\overline{u}/n}$	$\overline{u} - 3\sqrt{\overline{u}/n}$

Apéndice

TABLA 1. Valores de la función distribución normal estándar *

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}\, du = P(Z \leq z)$$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
—3,0	0,0013	0,0010	0,0007	0,0005	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
—2,9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
—2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
—2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
—2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
—2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
—2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
—2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
—2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
—2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
—2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
—1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0238	0,0233
—1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0300	0,0294
—1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
—1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
—1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0570	0,0559
—1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
—1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
—1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
—1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
—1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
—0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
—0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
—0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
—0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
—0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
—0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
—0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
—0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
—0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
—0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

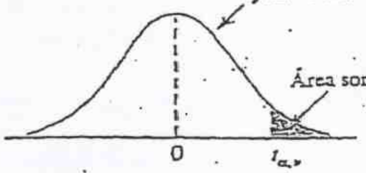
* B. W. Lindgren, *Statistical Theory*. New York: The Macmillan Co., 1960.

TABLA 1. *(Continuación)*

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}\, du = P(Z \leq z)$$

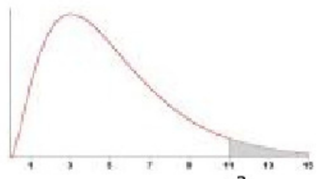
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9278	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9648	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9762	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9874	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000

Tabla A.5 Valores críticos para la distribución



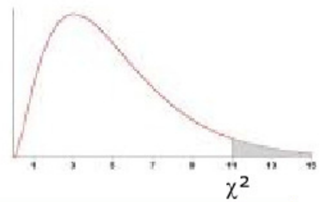
	α						
ν	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Tabla D.7: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN JI CUADRADA



g.d.l	0,001	0,005	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	g.d.l
1	10,828	7,879	6,635	5,412	5,024	4,709	4,218	3,841	2,706	2,072	1,642	1,323	1,074	0,873	0,708	1
2	13,816	10,597	9,210	7,824	7,378	7,013	6,438	5,991	4,605	3,794	3,219	2,773	2,408	2,100	1,833	2
3	16,266	12,838	11,345	9,837	9,348	8,947	8,311	7,815	6,251	5,317	4,642	4,108	3,665	3,283	2,946	3
4	18,467	14,860	13,277	11,668	11,143	10,712	10,026	9,488	7,779	6,745	5,989	5,385	4,878	4,438	4,045	4
5	20,515	16,750	15,086	13,388	12,833	12,375	11,644	11,070	9,236	8,115	7,289	6,626	6,064	5,573	5,132	5
6	22,458	18,548	16,812	15,033	14,449	13,968	13,198	12,592	10,645	9,446	8,558	7,841	7,231	6,695	6,211	6
7	24,322	20,278	18,475	16,622	16,013	15,509	14,703	14,067	12,017	10,748	9,803	9,037	8,383	7,806	7,283	7
8	26,124	21,955	20,090	18,168	17,535	17,010	16,171	15,507	13,362	12,027	11,030	10,219	9,524	8,909	8,351	8
9	27,877	23,589	21,666	19,679	19,023	18,480	17,608	16,919	14,684	13,288	12,242	11,389	10,656	10,006	9,414	9
10	29,588	25,188	23,209	21,161	20,483	19,922	19,021	18,307	15,987	14,534	13,442	12,549	11,781	11,097	10,473	10
11	31,264	26,757	24,725	22,618	21,920	21,342	20,412	19,675	17,275	15,767	14,631	13,701	12,899	12,184	11,530	11
12	32,909	28,300	26,217	24,054	23,337	22,742	21,785	21,026	18,549	16,989	15,812	14,845	14,011	13,266	12,584	12
13	34,528	29,819	27,688	25,472	24,736	24,125	23,142	22,362	19,812	18,202	16,985	15,984	15,119	14,345	13,636	13
14	36,123	31,319	29,141	26,873	26,119	25,493	24,485	23,685	21,064	19,406	18,151	17,117	16,222	15,421	14,685	14
15	37,697	32,801	30,578	28,259	27,488	26,848	25,816	24,996	22,307	20,603	19,311	18,245	17,322	16,494	15,733	15
16	39,252	34,267	32,000	29,633	28,845	28,191	27,136	26,296	23,542	21,793	20,465	19,369	18,418	17,565	16,780	16
17	40,790	35,718	33,409	30,995	30,191	29,523	28,445	27,587	24,769	22,977	21,615	20,489	19,511	18,633	17,824	17
18	42,312	37,156	34,805	32,346	31,526	30,845	29,745	28,869	25,989	24,155	22,760	21,605	20,601	19,699	18,868	18
19	43,820	38,582	36,191	33,687	32,852	32,158	31,037	30,144	27,204	25,329	23,900	22,718	21,689	20,764	19,910	19
20	45,315	39,997	37,566	35,020	34,170	33,462	32,321	31,410	28,412	26,498	25,038	23,828	22,775	21,826	20,951	20
21	46,797	41,401	38,932	36,343	35,479	34,759	33,597	32,671	29,615	27,662	26,171	24,935	23,858	22,888	21,991	21
22	48,268	42,796	40,289	37,659	36,781	36,049	34,867	33,924	30,813	28,822	27,301	26,039	24,939	23,947	23,031	22
23	49,728	44,181	41,638	38,968	38,076	37,332	36,131	35,172	32,007	29,979	28,429	27,141	26,018	25,006	24,069	23
24	51,179	45,559	42,980	40,270	39,364	38,609	37,389	36,415	33,196	31,132	29,553	28,241	27,096	26,063	25,106	24
25	52,620	46,928	44,314	41,566	40,646	39,880	38,642	37,652	34,382	32,282	30,675	29,339	28,172	27,118	26,143	25
26	54,052	48,290	45,642	42,856	41,923	41,146	39,889	38,885	35,563	33,429	31,795	30,435	29,246	28,173	27,179	26
27	55,476	49,645	46,963	44,140	43,195	42,407	41,132	40,113	36,741	34,574	32,912	31,528	30,319	29,227	28,214	27
28	56,892	50,993	48,278	45,419	44,461	43,662	42,370	41,337	37,916	35,715	34,027	32,620	31,391	30,279	29,249	28
29	58,301	52,336	49,588	46,693	45,722	44,913	43,604	42,557	39,087	36,854	35,139	33,711	32,461	31,331	30,283	29
30	59,703	53,672	50,892	47,962	46,979	46,160	44,834	43,773	40,256	37,990	36,250	34,800	33,530	32,382	31,316	30
31	61,098	55,003	52,191	49,226	48,232	47,402	46,059	44,985	41,422	39,124	37,359	35,887	34,598	33,431	32,349	31
32	62,487	56,328	53,486	50,487	49,480	48,641	47,282	46,194	42,585	40,256	38,466	36,973	35,665	34,480	33,381	32
33	63,870	57,648	54,776	51,743	50,725	49,876	48,500	47,400	43,745	41,386	39,572	38,058	36,731	35,529	34,413	33
34	65,247	58,964	56,061	52,995	51,966	51,107	49,716	48,602	44,903	42,514	40,676	39,141	37,795	36,576	35,444	34
35	66,619	60,275	57,342	54,244	53,203	52,335	50,928	49,802	46,059	43,640	41,778	40,223	38,859	37,623	36,475	35
40	73,402	66,766	63,691	60,436	59,342	58,428	56,946	55,758	51,805	49,244	47,269	45,616	44,165	42,848	41,622	40
60	99,607	91,952	88,379	84,580	83,298	82,225	80,482	79,082	74,397	71,341	68,972	66,981	65,227	63,628	62,135	60
80	124,839	116,321	112,329	108,069	106,629	105,422	103,459	101,879	96,578	93,106	90,405	88,130	86,120	84,284	82,566	80
90	137,208	128,299	124,116	119,648	118,136	116,869	114,806	113,145	107,565	103,904	101,054	98,650	96,524	94,581	92,761	90
100	149,449	140,169	135,807	131,142	129,561	128,237	126,079	124,342	118,498	114,659	111,667	109,141	106,906	104,862	102,946	100
120	173,617	163,648	158,950	153,918	152,211	150,780	148,447	146,567	140,233	136,062	132,806	130,055	127,616	125,383	123,289	120
140	197,451	186,847	181,840	176,471	174,648	173,118	170,624	168,613	161,827	157,352	153,854	150,894	148,269	145,863	143,604	140

Tabla D.7: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN JI CUADRADA



g.d.l	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995	g.d.l
1	0,571	0,455	0,357	0,275	0,206	0,148	0,102	0,064	0,036	0,016	0,004	0,001	0,001	0,000	0,000	1
2	1,597	1,386	1,196	1,022	0,862	0,713	0,575	0,446	0,325	0,211	0,103	0,051	0,040	0,020	0,010	2
3	2,643	2,366	2,109	1,869	1,642	1,424	1,213	1,005	0,798	0,584	0,352	0,216	0,185	0,115	0,072	3
4	3,687	3,357	3,047	2,753	2,470	2,195	1,923	1,649	1,366	1,064	0,711	0,484	0,429	0,297	0,207	4
5	4,728	4,351	3,996	3,655	3,325	3,000	2,675	2,343	1,994	1,610	1,145	0,831	0,752	0,554	0,412	5
6	5,765	5,348	4,952	4,570	4,197	3,828	3,455	3,070	2,661	2,204	1,635	1,237	1,134	0,872	0,676	6
7	6,800	6,346	5,913	5,493	5,082	4,671	4,255	3,822	3,358	2,833	2,167	1,690	1,564	1,239	0,989	7
8	7,833	7,344	6,877	6,423	5,975	5,527	5,071	4,594	4,078	3,490	2,733	2,180	2,032	1,646	1,344	8
9	8,863	8,343	7,843	7,357	6,876	6,393	5,899	5,380	4,817	4,168	3,325	2,700	2,532	2,088	1,735	9
10	9,892	9,342	8,812	8,295	7,783	7,267	6,737	6,179	5,570	4,865	3,940	3,247	3,059	2,558	2,156	10
11	10,920	10,341	9,783	9,237	8,695	8,148	7,584	6,989	6,336	5,578	4,575	3,816	3,609	3,053	2,603	11
12	11,946	11,340	10,755	10,182	9,612	9,034	8,438	7,807	7,114	6,304	5,226	4,404	4,178	3,571	3,074	12
13	12,972	12,340	11,729	11,129	10,532	9,926	9,299	8,634	7,901	7,042	5,892	5,009	4,765	4,107	3,565	13
14	13,996	13,339	12,703	12,078	11,455	10,821	10,165	9,467	8,696	7,790	6,571	5,629	5,368	4,660	4,075	14
15	15,020	14,339	13,679	13,030	12,381	11,721	11,037	10,307	9,499	8,547	7,261	6,262	5,985	5,229	4,601	15
16	16,042	15,338	14,655	13,983	13,310	12,624	11,912	11,152	10,309	9,312	7,962	6,908	6,614	5,812	5,142	16
17	17,065	16,338	15,633	14,937	14,241	13,531	12,792	12,002	11,125	10,085	8,672	7,564	7,255	6,408	5,697	17
18	18,086	17,338	16,611	15,893	15,174	14,440	13,675	12,857	11,946	10,865	9,390	8,231	7,906	7,015	6,265	18
19	19,107	18,338	17,589	16,850	16,109	15,352	14,562	13,716	12,773	11,651	10,117	8,907	8,567	7,633	6,844	19
20	20,127	19,337	18,569	17,809	17,046	16,266	15,452	14,578	13,604	12,443	10,851	9,591	9,237	8,260	7,434	20
21	21,147	20,337	19,548	18,768	17,984	17,182	16,344	15,445	14,439	13,240	11,591	10,283	9,915	8,897	8,034	21
22	22,166	21,337	20,529	19,729	18,924	18,101	17,240	16,314	15,279	14,041	12,338	10,982	10,600	9,542	8,643	22
23	23,185	22,337	21,510	20,690	19,866	19,021	18,137	17,187	16,122	14,848	13,091	11,689	11,293	10,196	9,260	23
24	24,204	23,337	22,491	21,652	20,808	19,943	19,037	18,062	16,969	15,659	13,848	12,401	11,992	10,856	9,886	24
25	25,222	24,337	23,472	22,616	21,752	20,867	19,939	18,940	17,818	16,473	14,611	13,120	12,697	11,524	10,520	25
26	26,240	25,336	24,454	23,579	22,697	21,792	20,843	19,820	18,671	17,292	15,379	13,844	13,409	12,198	11,160	26
27	27,257	26,336	25,437	24,544	23,644	22,719	21,749	20,703	19,527	18,114	16,151	14,573	14,125	12,879	11,808	27
28	28,274	27,336	26,419	25,509	24,591	23,647	22,657	21,588	20,386	18,939	16,928	15,308	14,847	13,565	12,461	28
29	29,291	28,336	27,402	26,475	25,539	24,577	23,567	22,475	21,247	19,768	17,708	16,047	15,574	14,256	13,121	29
30	30,307	29,336	28,386	27,442	26,488	25,508	24,478	23,364	22,110	20,599	18,493	16,791	16,306	14,953	13,787	30
31	31,323	30,336	29,369	28,409	27,438	26,440	25,390	24,255	22,976	21,434	19,281	17,539	17,042	15,655	14,458	31
32	32,339	31,336	30,353	29,376	28,389	27,373	26,304	25,148	23,844	22,271	20,072	18,291	17,783	16,362	15,134	32
33	33,355	32,336	31,337	30,344	29,340	28,307	27,219	26,042	24,714	23,110	20,867	19,047	18,527	17,074	15,815	33
34	34,371	33,336	32,322	31,313	30,293	29,242	28,136	26,938	25,586	23,952	21,664	19,806	19,275	17,789	16,501	34
35	35,386	34,336	33,306	32,282	31,246	30,178	29,054	27,836	26,460	24,797	22,465	20,569	20,027	18,509	17,192	35
40	40,459	39,335	38,233	37,134	36,021	34,872	33,660	32,345	30,856	29,051	26,509	24,433	23,838	22,164	20,707	40
60	60,713	59,335	57,978	56,620	55,239	53,809	52,294	50,641	48,759	46,459	43,188	40,482	39,699	37,485	35,534	60
80	80,927	79,334	77,763	76,188	74,583	72,915	71,145	69,207	66,994	64,278	60,391	57,153	56,213	53,540	51,172	80
90	91,023	89,334	87,666	85,993	84,285	82,511	80,625	78,558	76,195	73,291	69,126	65,647	64,635	61,754	59,196	90
100	101,115	99,334	97,574	95,808	94,005	92,129	90,133	87,945	85,441	82,358	77,929	74,222	73,142	70,065	67,328	100
120	121,285	119,334	117,404	115,465	113,483	111,419	109,220	106,806	104,037	100,624	95,705	91,573	90,367	86,923	83,852	120
140	141,441	139,334	137,248	135,149	133,003	130,766	128,380	125,758	122,748	119,029	113,659	109,137	107,815	104,034	100,655	140

TABLA V **Puntos porcentuales de la distribución F (*continuación*)**

$F_{.01,\,\nu_1,\,\nu_2}$

ν_2 \ ν_1	Grados de libertad para el numerador (ν_1) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
Grados de libertad para el denominador (ν_2) 1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.00	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.36	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.59
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

TABLA V Puntos porcentuales de la distribución F (*continuación*)

$F_{.025,\ \nu_1,\ \nu_2}$

Grados de libertad para el numerador (ν_1)

Grados de libertad para el denominador (ν_2) \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

TABLA V **Puntos porcentuales de la distribución *F* (*continuación*)**

$F_{.05,\,\nu_1,\,\nu_2}$

ν_2 \ ν_1 (Grados de libertad para el numerador (ν_1)); Grados de libertad para el denominador (ν_2)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.55	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

TABLA V Puntos porcentuales de la distribución F (*continuación*)

$F_{.10,\,\nu_1,\,\nu_2}$

Grados de libertad para el numerador (ν_1)

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.06	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76
5	4.05	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.83	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	1.53	1.49
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.03	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.42	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00

Grados de libertad para el denominador (ν_2)

TABLA V **Puntos porcentuales de la distribución *F***

$F_{.25,\,\nu_1,\,\nu_2}$

ν_2 \ ν_1 (Grados de libertad para el numerador (ν_1))	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.76	9.80	9.85
2	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.48
3	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47
4	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
5	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87
6	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74
7	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.70	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65
8	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58
9	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53
10	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.49	1.48
11	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.46	1.45
12	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.43	1.42
13	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.40
14	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38
15	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36
16	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
17	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33
18	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32
19	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.30
20	1.40	1.49	1.48	1.47	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.29
21	1.40	1.48	1.48	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28
22	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28
23	1.39	1.47	1.47	1.45	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.27
24	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26
25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25
26	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26	1.25
27	1.38	1.46	1.45	1.43	1.42	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.27	1.26	1.24
28	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24
29	1.38	1.45	1.45	1.43	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27	1.26	1.25	1.23
30	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.24	1.23
40	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.22	1.21	1.19
60	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.19	1.17	1.15
120	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.16	1.13	1.10
∞	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.12	1.08	1.00

Grados de libertad para el denominador (ν_2)

Fuente: Adaptada con autorización de *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3a. edición, por E. S. Pearson y H. O. Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

Tabla: Factores para los diagramas de control de calidad

	Factor for Control Limits						
	$\overline{X}$ Chart			R Chart		S Chart	
n^*	A_1	A_2	d_2	D_3	D_4	c_4	n
2	3.760	1.880	1.128	0	3.267	0.7979	2
3	2.394	1.023	1.693	0	2.575	0.8862	3
4	1.880	.729	2.059	0	2.282	0.9213	4
5	1.596	.577	2.326	0	2.115	0.9400	5
6	1.410	.483	2.534	0	2.004	0.9515	6
7	1.277	.419	2.704	.076	1.924	0.9594	7
8	1.175	.373	2.847	.136	1.864	0.9650	8
9	1.094	.337	2.970	.184	1.816	0.9693	9
10	1.028	.308	3.078	.223	1.777	0.9727	10
11	.973	.285	3.173	.256	1.744	0.9754	11
12	.925	.266	3.258	.284	1.716	0.9776	12
13	.884	.249	3.336	.308	1.692	0.9794	13
14	.848	.235	3.407	.329	1.671	0.9810	14
15	.816	.223	3.472	.348	1.652	0.9823	15
16	.788	.212	3.532	.364	1.636	0.9835	16
17	.762	.203	3.588	.379	1.621	0.9845	17
18	.738	.194	3.640	.392	1.608	0.9854	18
19	.717	.187	3.689	.404	1.596	0.9862	19
20	.697	.180	3.735	.414	1.586	0.9869	20
21	.679	.173	3.778	.425	1.575	0.9876	21
22	.662	.167	3.819	.434	1.566	0.9882	22
23	.647	.162	3.858	.443	1.557	0.9887	23
24	.632	.157	3.895	.452	1.548	0.9892	24
25	.619	.153	3.931	.459	1.541	0.9896	25

*$n > 25$: $A_1 = 3/\sqrt{n}$ where n = number of observations in sample.