UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA - 2017

FACULTAD DE INGENIERÍA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA

CÁTEDRA: Física de los Semiconductores

SERIE 1

EFECTO FOTOELÉCTRICO

1.- Calcular el intervalo de energía, expresado en eV, de los fotones en el espectro visible de 400 - 700 nm.

2.- La función trabajo del tungsteno es de 4.5 eV y la del bario es de 2.5 eV. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz que da fotoemisión para esos elementos?
¿Es útil alguno de estos metales para construir fotoceldas en el rango de luz visible? Nota: Suponer la energía cinética K=0.

3.- Sobre una superficie de aluminio incide luz de 2000 Å. En el aluminio se requieren 4.2 eV para extraer electrones.
Cuál es la energía cinética de:
a) El fotoelectrón más rápido emitido

b) El fotoelectrón más lento

c) ¿Cuál es el potencial de interrupción?

d) ¿Cuál es la longitud de onda de corte para el aluminio?

DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

4.- Calcular la longitud de onda de De Broglie para una partícula de humo a 27ºC, cuyo diámetro es de 10^{-5} cm y tiene una densidad de 2 g/cm^3.

5.- Si la velocidad de una bala de fusil de masa = 5 gr es 5 m/s. ¿Cuál será el tamaño del orificio para que cuando la bala lo atraviese se observe difracción?
Sugerencia: El tamaño del orificio será del orden de λ.

6.- Para electrones acelerados a través de una diferencia de potencial, hallar la ley λ=f(V) siendo λ la longitud de onda piloto.

a) Calcular para V=1000 Volt.
b) Suponer que se toma un electrón con la palma de la mano, allí se ve sometido a potenciales aleatorios del orden del mV. En este caso ¿Cuánto vale λ?

7.- Para una partícula de polvo de 10^{-15} Kg. que se desplaza a una velocidad de 1 mm/s. Hallar la longitud de onda piloto.

8.- Qué longitud de onda está asociada con un haz de protones cuya energía es de 0.025 eV?

PRINCIPIO DE HEISENBERG

9.- Mostrar que el mínimo error que se puede cometer en la localización de una partícula es del orden de la longitud de onda piloto.

10.- Determinar, usando el principio de Heisenberg, el radio del estado fundamental del átomo de hidrógeno.

ÁTOMO DE BOHR

11.- a) La corriente **i** debida a una carga **q** moviéndose en una circunferencia con frecuencia **f(rev),** es **q.f(rev).** Hallar la corriente debida a un electrón girando en la primera órbita de Bohr. b) El momento magnético de una espira por la que pasa una corriente **i** es **i x A**, donde **A** es el área de la espira**.** Hallar el momento magnético del electrón en la primera órbita de Bohr. Este momento magnético se denomina *magnetrón de Bohr*.

12.- ¿Qué variación experimenta la energía cinética del electrón en el átomo de hidrógeno cuando emite un fotón de 6563 Å (en el rango del visible)?. ¿Entre qué niveles de energía se produce esta transición?

13.- Un átomo muónico está formado por un protón y un muón. El muón es casi idéntico al electrón, pero su masa vale 105.7 MeV/c^2. Calcular el radio de la primera órbita de Bohr de un átomo muónico y el valor de la energía fundamental de ese tipo de átomo.

Ecuación de Schrödinger

14.- Suponer que $V = 0$ para $x < 0$ y $V = -V_0$ para $x> 0$. Neutrones con energía E inciden desde -x . La densidad de flujo incidente (nro de neutrones por seg y m^2) es F. Obtener la función de onda y el coeficiente de transmisión. Evaluar todas las constantes en términos de E, V_0, F, m y $\hbar$. Obtener y graficar la densidad de probabilidad $\rho = |\Psi|^2$ como una función de x.

15.- Sea $V(x) = 0$ para $x < 0$ y $V(x) = V_0$ para $x>0$. Neutrones con energía E vienen desde los x negativos y la mitad de ellos se reflejan. Obtener alguna conclusión acerca de V_0.

16.- Encontrar los tres primeros niveles de energía (expresados en eV) para un electrón en un pozo de potencial uni-dimensional de profundidad infinita y de ancho a = 2 nm (aproximadamente el tamaño de un átomo)

17.- Encontrar los tres primeros niveles de energía (expresados en Mev) para un protón en un pozo de potencial uni-dimensional de profundidad infinita y de ancho $a = 5 \times 10^{-15}$ m (aproximadamente el tamaño del núcleo de un átomo).

18.- ¿Cuál es la diferencia de energía (expresada en eV) entre los dos primeros niveles permitidos de energía de un electrón confinado en un pozo de potencial uni-dimensional de profundidad infinita y ancho 1cm?

19.- Un neutrón está en el estado fundamental de un pozo de potencial. La menor energía de fotones de un rayo que puede remover el neutrón del pozo es de 80 MeV. El ancho a es de 3.0×10^{-13} cm. Obtener la profundidad del pozo.

20.- Sea $V = \infty$ para $x < 0$, $V = 0$ para $0 < x < b$ y $V = V_0$ para $x > b$. ¿Qué condiciones deberían imponerse sobre V_0 y sobre b para que no exista estado ligado? ¿Y para que existan sólo tres estados ligados?. Graficar estos estados.

21.- Calcular el coeficiente de transmisión y reflexión de un haz de partículas que incide sobre un potencial tipo delta de Dirac [$V(x) = P\delta (x)$] con energía E. Estudiar los casos $P\rightarrow\infty$ y $P\rightarrow 0$.

22.- Para una barrera de potencial de ancho a y altura V_0, con partículas incidiendo desde -x , determinar los coeficientes B, C D y A' de la función de onda (x) en función del coeficiente A, cuando la energía de las partículas incidentes es

(a) $E < E_0$

(b) $E > E_0$

23.- Un haz de electrones con energía E = 20 eV inciden sobre una barrera de potencial de ancho L = 3 angstrom. ¿Qué altura debe tener la barrera para que el coeficiente de transmisión sea 1?

24.- Escribir la ecuación de Schrödinger para una partícula que se mueve en línea recta bajo la acción de un campo eléctrico uniforme de modo que su energía potencial es $E_p = -\varepsilon . x$.

25.- Demostrar que el valor medio de la posición de una partícula en un pozo de potencial uni-dimensional de profundidad infinita y ancho a, es $x_{av} = a/2$. Encontrar el valor medio de la cantidad de movimiento de la partícula, cuando su función de onda corresponde a uno de los estados permitidos. Discutir este último resultado.

26.- Para una partícula de masa M en una caja de potencial bi-dimensional de lados a y b, demostrar que los niveles de energía y las funciones de onda están dados por

$$E(m,n) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2M}\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)$$

$$\Psi(x,y) = C.sin\left(\frac{m.\pi.x}{a}\right)sin\left(\frac{m.\pi.y}{b}\right)$$

27.- Extender los resultados del problema anterior para una caja tri-dimensional, de lados a, b y c.

Ctes. Fundamentales:

Masa del electrón $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ Kgr.

Masa del Protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kgr.

Velocidad de la luz $c = 2.99 \times 10^{8}$ m/s

Cte de Planck $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J.s

Carga del electrón $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C

Cte de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

RESPUESTAS DE LA SERIE 1

1) E_{MIN} = 1.77eV , E_{MAX} = 3.10eV, ΔE = 1.33eV.

2) Tungsteno: λ ≤ 275nm , Bario: λ ≤ 496nm

3) a) K=2eV , b) K=0 , c) V_O=2V , λ_O=295nm

4) Usando la energía cinética promedio K = (3/2) k T, surge λ = 5.8 10^{-15} m. Este cálculo es aproximado, ya que el modo de hallar el valor medio de λ usado es incorrecto según la teoría de probabilidad. Sin embargo, para hacerlo correctamente se debe conocer la función densidad de probabilidad, la cual recién estaremos en condiciones de obtener cuando veamos la serie 3 de este curso.

5) D=2.65 10^{-32} m

6) $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2emV}}$ a) λ=0.39Å, b) λ=39nm

7) λ = 6.6 10^{-16} m

8) λ=1.8Å

9) Sugerencia: usar $\Delta p_X \leq p_X$. Entonces resulta $\Delta x \geq \lambda_O / (4\pi)$

10) Si se emplea, además del principio de incerteza, la ecuación de la fuerza centrípeta del electrón, se obtiene:

$$r \geq \frac{h^2 \varepsilon_O}{4\pi \cdot e^2 m} = 1.3 \cdot 10^{-11} m$$

Compare este resultado con el radio verdadero del átomo de Bohr, con n=1

11) a) $I = \dfrac{m \cdot e^5 \cdot Z^2}{4\varepsilon_O^2 \cdot h^3} = 1.05 mA$ donde Z=número atómico

b) μ = 9.27 10^{-24} Am^2

12) ΔE= -1.89eV.

Dado que E_2 = -3.39eV , E_3 = -1.51eV, esto significa un descenso $E_3 \rightarrow E_2$

13) Hallando la masa en unidades del SI: m=1.9 10^{-28} Kg, luego se encuentra:

r =2.6 10^{-13} m , E= -2800eV

14) $T = \dfrac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}$

Definiendo A como número real,

$$A = \left(F \sqrt{\frac{m}{2E}} \right)^{1/2}$$

Luego,

$$B = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right) \cdot A \qquad C = \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} \right) \cdot A$$

La función a graficar es:

$$|\Psi(x,t)|^2 = \begin{cases} |C|^2 \equiv \dfrac{4k_1^2 |A|^2}{(k_1 + k_2)^2} & x > 0 \\ \dfrac{4 \cdot |A|^2}{(k_1 + k_2)^2} \left[k_2^2 + \left(k_1^2 - k_2^2 \right) \cos^2(k_1 x) \right] & x < 0 \end{cases}$$

15) $V_O \cong 0.97E$, o sino $V_O \cong -33E$

16) E_1=0.094eV , E_2=0.375eV , E_3=0.84eV

17) E_1=8.2 10^6eV , E_2=3.3 10^7eV , E_3=7.4 10^7eV

18) ΔE=1.13 10^{-14}eV

19) Si se supone E_1<<V_O (aproximación de pozo infinito), da E_1=23MeV, por lo cual la suposición fue incorrecta. Tratando entonces el problema como pozo finito, resulta V_O=93MeV, luego de aproximar con la serie de Taylor.

20) Sugerencia: usar el gráfico de -cot(kb)=K/k. ¿Por qué es incorrecto -cot(kb/2)=K/k y tan(kb/2)=K/k en este caso?

Entonces, para que no existan estados ligados:

$$b^2 V_O < \frac{h^2}{32m}$$

Y para que existan exactamente tres estados ligados:

$$\frac{25h^2}{32m} < b^2 V_O < \frac{49h^2}{32m}$$

21) $$T = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{mP}{\hbar^2 k} \right)^2} \qquad R = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{\hbar^2 k}{mP} \right)^2}$$

Entonces, si P→∞, T=0, R=1. Y si P→0, T=1, R=0.

22) a)

$$B = \frac{\left(k^2 + \mathrm{K}^2\right)\sinh\left(\mathrm{K}a\right)}{\left(k^2 - \mathrm{K}^2\right)\sinh\left(\mathrm{K}a\right) + 2k\mathrm{K}\cosh\left(\mathrm{K}a\right)\cdot i} A$$

$$C = \frac{k\left(-k + \mathrm{K}\cdot i\right)\cdot e^{-\mathrm{K}a}}{\left(k^2 - \mathrm{K}^2\right)\sinh\left(\mathrm{K}a\right) + 2k\mathrm{K}\cosh\left(\mathrm{K}a\right)\cdot i} A$$

$$D = \frac{k\left(k + \mathrm{K}\cdot i\right)\cdot e^{\mathrm{K}a}}{\left(k^2 - \mathrm{K}^2\right)\sinh\left(\mathrm{K}a\right) + 2k\mathrm{K}\cosh\left(\mathrm{K}a\right)\cdot i} A$$

$$A' = \frac{2k\mathrm{K}\cdot e^{-ika}\cdot i}{\left(k^2 - \mathrm{K}^2\right)\sinh\left(\mathrm{K}a\right) + 2k\mathrm{K}\cosh\left(\mathrm{K}a\right)\cdot i} A$$

b)

$$B = \frac{-\left(k_1^2 - k_2^2\right)\sin\left(k_2 a\right)\cdot i}{2k_1 k_2\cos\left(k_2 a\right) - \left(k_1^2 + k_2^2\right)\sin\left(k_2 a\right)\cdot i} A$$

$$C = \frac{k_1\left(k_1 + k_2\right)\cdot e^{-ik_2 a}}{2k_1 k_2\cos\left(k_2 a\right) - \left(k_1^2 + k_2^2\right)\sin\left(k_2 a\right)\cdot i} A$$

$$D = \frac{-k_1\left(k_1 - k_2\right)\cdot e^{ik_2 a}}{2k_1 k_2\cos\left(k_2 a\right) - \left(k_1^2 + k_2^2\right)\sin\left(k_2 a\right)\cdot i} A$$

$$A' = \frac{2k_1 k_2\cdot e^{-ik_1 a}}{2k_1 k_2\cos\left(k_2 a\right) - \left(k_1^2 + k_2^2\right)\sin\left(k_2 a\right)\cdot i} A$$

Obsérvese en el caso (b) que existe la posibilidad de resonancia, en la cual |A'|=|A|

23) $V_O=0$ (caso trivial), o sino $V_O = (20 - 4.17\, n^2)$ eV, con n=1, 2, ….. (caso de resonancia)

24) No siempre el planteo de las soluciones de la ecuación de Schrödinger es por tramos, sino solamente cuando la energía potencial está definida por tramos. Lamentablemente, no existe solución analítica a la ecuación en este caso.

25) Buscar en bibliografía cómo se pueden hallar valores medios a partir de la ecuación de Schrödinger

26) Sugerencia 1: plantear $\Psi(x,y)=f(x)g(y)$ en la ecuación de Schrödinger, y hacer separación de variables
Si la sugerencia 1 no le alcanzó, sugerencia 2: iguale la ecuación diferencial en "x" a una constante E_1. Del mismo modo, iguale la ecuación diferencial en "y" a una constante E_2. La suma de E_1 con E_2 es igual a E, es decir la energía total de la partícula.
Si la sugerencia 2 no le alcanzó, sugerencia 3: ahora trabaje con la ecuación diferencial en "x", igualada a E_1, por separado. Y trabaje con la ecuación diferencial en "y", igualada a E_2, por separado. Resuelva, y luego re-arme $\Psi(x,y)=f(x)g(y)$

27) Se resuelve de un modo similar al ejercicio anterior, ahora con tres variables x, y, z.