UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA - 2017

FACULTAD DE INGENIERÍA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA

CÁTEDRA: Física de los Semiconductores

SERIE 3: *Mecánica Estadística*

1.- En un laboratorio se realiza la medición de la velocidad del sonido. Se toman dos series de medidas de 9 lecturas cada una. Los datos obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

A:	345	350	338	340	335	334	346	342	330	m/s
B:	340	350	345	330	325	360	320	355	335	m/s

Calcular el valor medio y la desviación standard para cada serie.

2.- Dada la siguiente función densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} A\sin^2(2\pi.x/L) & para \quad 0 < x < L \\ \\ 0 & para \quad otro \end{cases}$$

Hacer un gráfico de $f(x)$ en función de *x* y hallar A, $\bar{x}$, x_{max} y σ_x.

¿Cuál es la probabilidad de que tenga el valor $x = \bar{x}$?

3.- Considerar una capa de aire de espesor dz y área A. Demostrar que en el caso de equilibrio con el campo gravitatorio terrestre la diferencia de presión debe ser $dP = -r.g.dz$, siendo la densidad $r = n.m/V$ con *N/V* el número de moléculas por unidad de volumen y m la masa de cada molécula. Utilizando la ley de los gases ideales y suponiendo que la temperatura es uniforme, deducir la ley de las atmósferas $P(z) = P_0 \exp(-m.g.z/k.T)$, siendo P_0 la presión en z=0. Nota: la constante R de la ley de los gases ideales cumple $R=k \cdot N_A$.

4.- Calcular la energía media y la más probable de un gas a partir de la función distribución de Maxwell-Boltzmann e indicar este valor en un gráfico de g(E)·f(E).

5.- Demostrar que el promedio del módulo de la velocidad para las moléculas de un gas es:

$$\langle |\vec{v}| \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}$$

6.- Resolver, ya conociendo el modo de calcular promedios, el valor medio exacto para la longitud de onda de De Broglie en el ejercicio 4 de la Serie 1.

7.- Realizar una representación gráfica de la función distribución de Fermi-Dirac en función de la energía para T = 0.1 T_F y T = 0.5 T_F, donde T_F es la temperatura de Fermi: $T_F = E_F / k$.

8.- Encontrar el rango de energías para el cual la función distribución de Fermi-Dirac cambia su valor de 0.9 a 0.1. Expresar el resultado en unidades de kT.

9.- Calcular $\exp((E - E_f)/kT)$ para el Ge a T = 300 K, para E = Eg y E_F = Eg/2, donde Eg = 0.7 eV es el ancho de la región prohibida. Repetir el cálculo para un material aislante típico para el cual Eg = 6 eV.

10.- ¿Es posible utilizar la función distribución de Maxwell-Boltzmann para los electrones en la banda de conducción de un semiconductor? Por qué?

11.- Sabiendo que el volumen de un mol de Cu a temperatura ambiente ocupa 7.09 cm^3, verificar la validez de tomar la estadística de Maxwell-Boltzmann como aproximación para los electrones de la banda de conducción.

12.- La energía de Fermi varía con la temperatura de acuerdo a la siguiente expresión

$$E_F(T) = E_F(0)\left\{1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_F}\right)^2 - \ldots\right\}$$

donde $E_F(0)$ es el valor para T = 0 K. Probar que el término de corrección corresponde a una variación de 1 % de la energía de Fermi a una temperatura de $T = \sqrt{3}\left(\frac{T_F}{5\pi}\right)$. Estimar esta temperatura para el cobre (E_F = 7.04eV y $T_F = 8.2 \cdot 10^4$K). ¿Es posible considerar que, en un metal, la energía de Fermi permanece prácticamente constante cuando la temperatura varía entre 0 y T_{AMB}?

13.- Hallar el valor medio del módulo de la velocidad, y la energía media, de los electrones a T = 0 K en un metal que tiene 10^{22} electrones por cm^3.

Ctes. Fundamentales:

Masa del electrón $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ Kgr.

Masa del Protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kgr.

Velocidad de la luz $c = 2.99 \times 10^{8}$ m/s

Cte de Planck $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J.s

Carga del electrón $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C

Cte de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

RESPUESTAS DE LA SERIE 3

1) a) Serie A: $\langle v \rangle$=340m/s , σ_V=6.42m/s

Serie B: $\langle v \rangle$=340m/s , σ_V=13.69m/s

2) A = 2 / L , $\langle x \rangle$ = L / 2 , x_{MAX1} = L / 4 , x_{MAX2} = 3L / 4 ,

$$\sigma_x = L \cdot \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{8 \cdot \pi^2} \right)^{1/2} \cong 0.266 \cdot L$$

3) Sugerencia: para demostrar la ecuación de dP, suponga un diferencial de volumen de gas de altura Δz, entre z y (z+Δz), el cual debe estar en equilibrio, es decir, quieto.

4) $\langle E \rangle$=(3/2)kT, fórmula conocida para los gases ideales. E_{MAX} = kT / 2.

Sugerencia: La función densidad de probabilidad es: [g(E)·f(E) / n], donde "n" es una constante, el número de partículas por unidad de volumen, y se obtiene integrando g(E)·f(E) en el rango $0<E<\infty$. Entonces, para obtener el promedio de cualquier función F(E), se hace:

$$\langle F(E) \rangle = \int_0^\infty F(E) \cdot f_d(E) \cdot dE = \int_0^\infty F(E) \cdot \frac{g(E) f(E)}{n} \cdot dE = \frac{1}{n} \int_0^\infty F(E) \cdot g(E) \cdot f(E) \cdot dE$$

5) Sugerencia: como siempre, la función densidad de probabilidad es: [g(E)·f(E) / n]. En este ejercicio, la función de la energía F(E) es distinta.

6) Procediendo de modo similar que en los dos ejercicios anteriores, resulta:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2h}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot mkT}} = 8.0 \cdot 10^{-15} m$$

Se verifica que el valor obtenido en la serie 1 era aproximado

7) Sugerencia: la energía (eje de abscisas) debe ser expresada en unidades de E_F. De acuerdo al resultado, ¿es a temperaturas altas o bajas que la función de Fermi es más abrupta?

8) ΔE=kT ln(81). De acuerdo a este nuevo resultado, ¿es a temperaturas altas o bajas que la función de Fermi es más abrupta?

9) Para el germanio, donde Eg=0.7eV: $e^{(E-Ef)/(kT)}=7.6 \cdot 10^5$

Para el material aislante: $e^{(E-Ef)/(kT)}=2.6 \cdot 10^{50}$

10) Para que sea posible aproximar la distribución de Fermi-Dirac por la de Maxwell-Boltzmann, se debe cumplir que $e^{(E-Ef)/(kT)}>>1$ para todo el rango de energía que abarca la banda. Si ahora Ud. grafica g(E) como función de E para la banda de conducción de un metal, por ejemplo monovalente, y ubica la energía de Fermi en éste, ¿se cumple la desigualdad antes mencionada, o no?

11) Sin realizar ninguna cuenta, la conclusión obtenida en el ejercicio anterior nos da la respuesta. Realizando cuentas, el dato del volumen de un mol le permite obtener $n=8.5 \cdot 10^{28}$ (electrones de conducción)/m^3 para el cobre. De donde, usando el g(E) del pozo infinito tridimensional, resulta que $E_F(T=0K)=1.13 \cdot 10^{-18}J$. Supondremos que este valor varía muy levemente para temperaturas ambiente o menores. Para intentar aproximar por la distribución de Maxwell-Boltzmann, suponemos que el exponencial del denominador de la distribución de Fermi-Dirac es mucho mayor que la unidad, entonces resulta $f(E)\cong A \cdot e^{-E/(kT)}$, en este caso con $A=e^{272}$. Dado que, en el modelo usado para g(E), la energía mínima es E=0, resulta $f(E_{MIN})=e^{272}>>1$. ¿Es esto compatible con el principio de exclusión al cual obedecen los electrones?. En este caso, ¿se podía despreciar el "1" del denominador de la distribución de Fermi-Dirac en todo el rango de energía?

12) T=9040K=8770°C. Puede comprobar que a T_{AMB}=300K la variación de la energía de Fermi para el cobre, respecto de $E_F(T=0K)$, es del 0.0011%.

13) $\langle v\rangle = [9 \cdot E_F(T=0K) / (8m)]^{1/2} = 5.8 \cdot 10^5 m/s$, $\langle E\rangle = (3/5)\, E_F(T=0K) = 1.0eV$.
Sugerencia: se debe usar la distribución de Fermi-Dirac (¿Por qué?)