

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA - 2017
FACULTAD DE INGENIERÍA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CÁTEDRA: Física de los Semiconductores

SERIE 4: Nivel de Fermi- Semiconductores

1.- Calcular la energía de Fermi para el oro a T=0K.

2.- a) Calcular la energía de Fermi para el tungsteno (W) sobre la base de un modelo de pozo de potencial. La función trabajo del W es 4.5eV. b) ¿Qué profundidad tiene el pozo?

3.- Para el Ge intrínseco se tiene:

$$n_i = \frac{4.\pi(2m_e^*)^{3/2}}{h^3} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E - E_c)^{1/2}}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} .dE$$

$$p_i = \frac{4.\pi(2m_h^*)^{3/2}}{h^3} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2}}{1 + e^{(E_F-E)/kT}} .dE$$

a) Justificar que las siguientes aproximaciones son válidas a temperatura ambiente, tanto para el germanio ($E_G=0.66\text{eV}$) como para el silicio ($E_G=1.12\text{eV}$):

$$E_C - E_F \gg kT; E_F - E_V \gg kT.$$

b) Demostrar las siguientes expresiones:

$$n_i = 2 \cdot \left[\frac{2.\pi.m_e^*.kT}{h^2} \right]^{3/2} e^{\left(\frac{E_{F_i} - E_c}{kT} \right)} \quad p_i = 2 \cdot \left[\frac{2.\pi.m_h^*.kT}{h^2} \right]^{3/2} e^{\left(\frac{E_v - E_{F_i}}{kT} \right)}$$

4.- Respecto del problema (3), suponiendo que $m_h^* = m_e^*$:

a) Graficar cualitativamente $n_i = n_i(E_F)$ y $p_i = p_i(E_F)$.

b) ¿Cuál es el valor de E_F intrínseco, y dónde se halla en el gráfico?

c) ¿Cuáles son las porciones dudosas del gráfico?

d) Sin suponer $m_h^* = m_e^*$, ¿cuál es el valor de E_F que surge analíticamente?

5.- a) Hallar p_i y n_i en función del ancho de la región prohibida. b) Hallar la concentración de huecos y electrones en un cristal de Si intrínseco a T = 300 K. El ancho de la región prohibida es de 1.12eV. c) Hallar el ancho de la región prohibida para el Ge a T=300 K, siendo $n_i(\text{Ge})=2.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

6.- Verificar la validez de la siguiente expresión: $p.n = p_i.n_i = n_i^2$.

7.- Hallar el tamaño que debería tener un diamante para que tenga un sólo electrón de conducción. El ancho de gap es de 5.5eV a T=300K. Suponer $m_e^* = m_h^* = m_e$.

8.- Hallar los valores de p y n en función de las concentraciones de impurezas N_a y N_d , válidas a T=300K. Hallar una expresión explícita para los siguientes casos:

a) $N_a - N_d \gg n_i$ (material Tipo P) y

b) $N_d - N_a \gg n_i$ (material Tipo N).

c) Si las relaciones fueran de **mucho menor**, ¿qué esperarías encontrar?

9.- Una muestra de Ge está contaminada con átomos de Al en una concentración de 10^{11} átomos/cm³ y con átomos de P en una concentración de 10^{15} átomos/cm³.

a) Hallar el nivel de Fermi para T = 300 K.

b) ¿De qué tipo de material se trata?

10.- Una muestra de Si está contaminada con una concentración de átomos trivalentes de 6×10^{16} átomos/cm³ y una concentración de átomos pentavalentes de 3×10^{15} átomos/cm³. Sabiendo que $n_i = 10^{10}$ cm⁻³:

a) ¿De qué tipo de material se trata? Hallar las concentraciones de h^+ y e^- .

b) ¿Qué tipo de impureza debe agregarse y en qué cantidad para que resulte $p=n$?

11.- A una pastilla de silicio se le agregan átomos donores, con una concentración de un átomo agregado por cada 10^8 átomos de silicio. Hallar aproximadamente el número de electrones en la banda de conducción y de huecos en la banda de valencia, ambos por unidad de volumen, a temperatura ambiente.

Datos: $n_i = 10^{10}$ cm⁻³, $A = 28.0855$ g·mol⁻¹, $\delta = 2.33$ g·cm⁻³.

12.- Estudiar gráficamente la dependencia del nivel de Fermi con la temperatura para el Ge tipo N (tomar las concentraciones de impurezas del ejercicio 9). Para ello graficar cada término de la ecuación $p + N_d^+ = n + N_a^-$ en función de E para temperaturas bajas, medias y altas y hallar el nivel de Fermi en cada caso. Repetir para el Ge tipo P.

13.- Dibujar cualitativamente E_F en función de $N_d - N_a$. Justificar.

Ctes. Fundamentales:

Masas efectivas, para cálculo de densidad de estados, en algunos semiconductores:

Germanio: $m_e^* = 0.55 \cdot m_e$, $m_h^* = 0.37 \cdot m_e$

Silicio a T=300K: $m_e^* = 1.08 \cdot m_e$, $m_h^* = 0.81 \cdot m_e$

GaAs: $m_e^* = 0.067 \cdot m_e$, $m_h^* = 0.45 \cdot m_e$

Masa del electrón $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ Kg

Masa del Protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

Velocidad de la luz $c = 2.99 \times 10^8$ m/s

Cte de Planck $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J.s

Carga del electrón $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C

Cte de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

RESPUESTAS DE LA SERIE 4

1) $E_F(0)=5.5\text{eV}$

Sugerencia: a través de los datos de la tabla periódica, obtiene $n=5.9 \cdot 10^{28}$ electrones libres/ m^3 . Luego, resolviendo “n” como la integral de $g(E) \cdot f(E)$, siendo $f(E)$ la distribución de Fermi-Dirac, se despeja $E_F(0)$.

2) a) $E_F(0)=9.2\text{eV}$, b) $V_0=13.7\text{eV}$

Se resuelve en modo similar al ejercicio anterior, teniendo en cuenta que el tungsteno es de valencia=2, de donde $n=1.3 \cdot 10^{29}$ electrones libres/ m^3 .

3) a) Para el germanio: $(E_C - E_F) \cong 12.8\text{kT}$. Para el silicio: $(E_C - E_F) \cong 21.7\text{kT}$.

b) Sugerencia: de acuerdo al resultado de (a), podemos desprejir el “1” en el denominador de $f(E)$

4) b) Analíticamente: $E_F = (E_V + E_C)/2$, si $m_e^* = m_h^*$. Sugerencia: se deduce a partir de las ecuaciones demostradas en el ejercicio (3b)

Gráficamente: El gráfico del inciso (a) se construyó con el único propósito de despejar E_F , usando el método de intersección de curvas

c) Ud. graficó las ecuaciones obtenidas en el ejercicio (3b), las cuales son sólo válidas si las aproximaciones de (3a) se cumplen

d) Analíticamente: $E_F = (E_V + E_C)/2 + (3/4) \cdot kT \cdot \ln(m_h^*/m_e^*)$, si $m_e^* = m_h^*$.

5a) Siendo E_G el ancho de la región prohibida, resulta:

$$n_i = p_i = 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* \cdot m_h^*)^{3/4} e^{-E_G/(2kT)}$$

Sugerencia: se deduce a partir de las ecuaciones demostradas en el ejercicio (3b)

b) El resultado es: $n_i = 8.8 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Los valores más aceptados hoy día para n_i del silicio oscilan alrededor de $1.0 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ a $T=300\text{K}$.

c) El resultado es: $E_G = 0.65\text{eV}$. El valor que aparece en tablas es 0.66eV .

6) Sugerencia: aceptando que las expresiones para n_i y p_i en el ejercicio (3b) son válidas para materiales extrínsecos, con la salvedad de usar n , p , E_F en lugar de n_i , p_i , E_{Fi} , es sencillo demostrar $n \cdot p = n_i \cdot p_i$. El resto de la demostración: $n_i = p_i$ es sin usar ecuaciones ya que, al no haber estados disponibles en el gap de un material intrínseco, la creación de un electrón en la banda de conducción está siempre acompañada por la creación de un hueco en la banda de valencia.

7) $V_0 = 6.5 \cdot 10^{20} \text{ m}^3$. Si fuera esférico, su diámetro sería: 10700km , es decir, casi como el diámetro de la Tierra.

Sugerencia: halle primero n_i , y tenga en cuenta que su valor se considera por unidad de volumen.

8) Las expresiones generales para hallar “n” y “p” son:

$$p = \frac{N_A - N_D}{2} + \sqrt{\frac{(N_A - N_D)^2}{4} + n_i^2} \quad n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

Sugerencia: a $T \cong 300\text{K}$, puede aproximarse: $N_A^- \cong N_A$, $N_D^+ \cong N_D$. Luego, use la ecuación de balance neutro de cargas y la propiedad $p \cdot n = n_i^2$.

a) Si $N_A - N_D \gg n_i$, las expresiones anteriores pueden aproximarse como:

$$p \cong N_A - N_D + \frac{n_i^2}{N_A - N_D} \quad n \cong \frac{n_i^2}{N_A - N_D}$$

Aunque es más común usar las siguientes fórmulas, aún más simplificadas:

$$p \cong N_A - N_D \quad n \cong \frac{n_i^2}{N_A - N_D}$$

Sugerencia: aproxime por el método de Taylor en las raíces cuadradas de las ecuaciones generales.

b) Si $N_D - N_A \gg n_i$, “n” y “p” pueden aproximarse como:

$$n \cong N_D - N_A + \frac{n_i^2}{N_D - N_A} \quad p \cong \frac{n_i^2}{N_D - N_A}$$

Aunque es más común usar las siguientes fórmulas, aún más simplificadas:

$$n \cong N_D - N_A \quad p \cong \frac{n_i^2}{N_D - N_A}$$

Sugerencia: aproxime por el método de Taylor en las raíces cuadradas de las ecuaciones generales.

c) Si $n_i \gg (N_D - N_A)$ y $n_i \gg (N_A - N_D)$, se pueden calcular “n” y “p” en forma aproximada como:

$$n = n_i + \frac{N_D - N_A}{2} \quad p = n_i + \frac{N_A - N_D}{2}$$

Esto puede interpretarse como: al agregar átomos donores a un material casi intrínseco, dichos átomos se ionizan casi completamente; la mitad de los electrones ionizados va a la banda de conducción (aumentando el número de electrones) y la otra mitad a la banda de valencia (disminuyendo el número de huecos). Al agregar átomos aceptores a un material casi intrínseco, dichos átomos se ionizan casi completamente; a la mitad de los electrones ionizados los toman de la banda de valencia (aumentando el número de huecos) y a la otra mitad de la banda de conducción (disminuyendo el número de electrones).

9) a) $E_F = E_V + 0.42\text{eV}$. El resultado pudo estar referenciado también respecto de la banda de conducción. Tenga en cuenta, si Ud. lo referenció a dicha banda, que $E_G = 0.65\text{eV}$.

Sugerencia: usando las aproximaciones del ejercicio (8a) se obtiene $n \cong 9.999 \cdot 10^{20} \text{m}^{-3}$.

Usando este valor, se llega al resultado correcto.

b) Es de tipo N, ya que $N_D > N_A$.

10) a) Se trata de un material tipo P, ya que $N_A > N_D$. Resulta: $p \cong 5.7 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $n \cong 1750 \text{cm}^{-3}$.

b) Deben agregarse impurezas donoras: $\Delta N_D = 5.7 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$.

11) $p \cong 2.0 \cdot 10^6 \text{cm}^{-3}$, $n \cong 5.0 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$

Sugerencia: comience hallando el valor de N_D .

12) Al igual que en el ejercicio (4), el objetivo de hacer el gráfico es hallar la energía de Fermi como la intersección entre las curvas. En este caso, se trazan 4 curvas: n , p , N_A^- , N_D^+ , todas ellas en función de E_F . Luego se suman las curvas de n con N_A^- , y de p con N_D^+ .

El valor de E_F para el cual las curvas $(n+N_A^-)$ y $(p+N_D^+)$ intersectan es el valor de la energía de Fermi (¿Por qué?). El valor de E_F para el cual las curvas (n) y (p) intersectan es el valor de la energía de Fermi intrínseca (¿Por qué?).

Si realiza el gráfico en forma cualitativa, le conviene empezar por el de temperaturas medias, usando curvas de “ n ” y “ p ” con valores a mitad del gap del orden al de N_D y N_A . También son intermedias las pendientes de las transiciones de “ N_A^- ” y “ N_D^+ ” para $E_F \cong E_A$ y $E_F \cong E_D$ respectivamente, así como también las transiciones de “ n ” y “ p ” para $E_F \cong E_C$ y $E_F \cong E_V$ respectivamente.

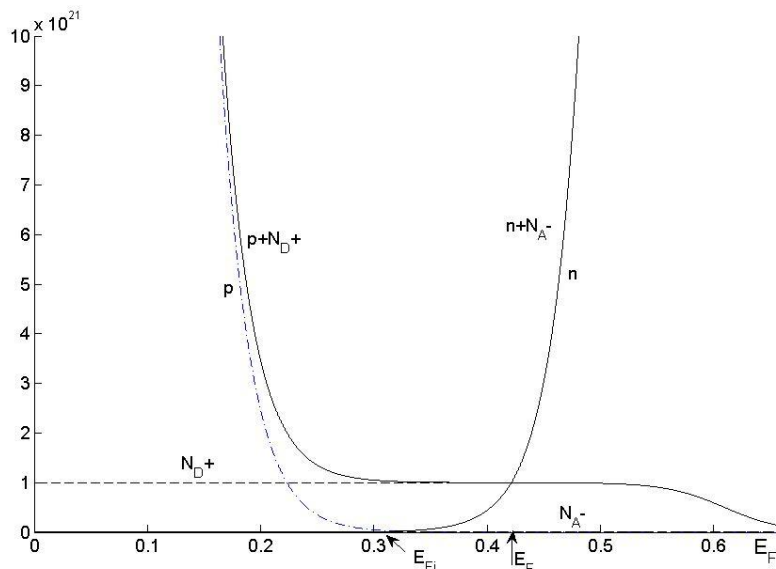
Luego, para trazar el gráfico de temperaturas bajas, tenga en cuenta que:

- Ahora “ n ” y “ p ” son de mucho menor orden que N_D y N_A , salvo en las inmediaciones de E_C y E_V respectivamente. Esto es debido al término $T^{3/2}$ que están en las ecuaciones de “ n ” y “ p ”.
- Ahora las pendientes son más abruptas, tanto en las transiciones de “ N_A^- ” y “ N_D^+ ” para $E_F \cong E_A$ y $E_F \cong E_D$ respectivamente, como también en las transiciones de “ n ” y “ p ” para $E_F \cong E_C$ y $E_F \cong E_V$ respectivamente. Esto se debe a los términos exponenciales.
- A partir de los cambios anteriores, la energía de Fermi resultante de la intersección debería acercarse a la banda de valencia (en material tipo P) o a la de conducción (en tipo N).

Por último, para trazar el gráfico de temperaturas altas, tenga en cuenta que:

- Ahora “ n ” y “ p ” son de mucho mayor orden que N_D y N_A . Esto es debido al término $T^{3/2}$ que están en las ecuaciones de “ n ” y “ p ”.
- Ahora las pendientes son menos abruptas, tanto en las transiciones de “ N_A^- ” y “ N_D^+ ” para $E_F \cong E_A$ y $E_F \cong E_D$ respectivamente, como también en las transiciones de “ n ” y “ p ” para $E_F \cong E_C$ y $E_F \cong E_V$ respectivamente. Esto se debe a los términos exponenciales.
- A partir de los cambios anteriores, la energía de Fermi resultante de la intersección debería acercarse al de la energía de Fermi intrínseca, es decir aproximadamente a la mitad del gap.

Si grafica en forma cuantitativa, en este caso, notará que la curva de N_A^- prácticamente no se ve, dado el bajo valor de N_A . Entonces, la curva de n casi coincide con la curva de $(n+N_A^-)$. La figura adjunta, para Germanio a



$T=300\text{K}$ (temperaturas medias), se ha hecho usando el programa Matlab.

13) Si $N_D=N_A$, ¿con qué coincide la energía de Fermi?. Si ahora $N_D \gg N_A$, ¿al borde de qué banda se acerca la energía de Fermi?. ¿Y si $N_D \ll N_A$?

Una vez hecho el gráfico para temperaturas medias, ¿cómo se modificaría para temperaturas bajas y para temperaturas altas?