UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA - 2017

FACULTAD DE INGENIERÍA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA

CÁTEDRA: Física de los Semiconductores

SERIE 5: *Dinámica de Portadores de Carga – Generación y Recombinación*

1.- Encontrar la relación entre la cantidad de movimiento cristalina **P** y la velocidad de un electrón en:

a) La base de la banda de conducción de un semiconductor.
b) El tope de la banda de valencia de un semiconductor.
c) La base de la banda de valencia de un semiconductor, si la masa efectiva es m^*.

2.- Demostrar que la densidad de corriente en una banda llena es cero.

3.- Encontrar la relación entre la aceleración de un hueco y el campo eléctrico externo aplicado.

4.- Hallar la conductividad del **Ge** y del **Si** intrínsecos a T=300 K. Comparar con la conductividad del **Si** dopado con Boro, si Na = 10^{18} átomos/cm^3.
Datos:

n_i(Ge) = 2.4 x 10^{13} cm^{-3}	n_i(Si) = 1.0 x 10^{10} cm^{-3}
μ_e (Ge) = 3900 cm^2 /V.s	μ_e (Si) = 1350 cm^2 / V.s
μ_h (Ge) = 1900 cm^2 /V.s	μ_h (Si) = 480 cm^2 / V.s

μ_h (Si) [dopado con Boro] = 180 cm^2 /V.s

5.- Hallar la resistividad del cobre a temperatura ambiente. El número de electrones en la banda de conducción es n(Cu) = 0.85 x 10^{23} átomos/cm^3 y la movilidad de los electrones en el Cu es μ_{Cu} = 43cm^2/V.s . Comparar el valor obtenido con el del Ge y el Si intrínsecos y obtener conclusiones.

6.- Estimar el tiempo libre medio y el recorrido libre medio para el Cu cuando se aplica un campo eléctrico E. Suponer $m^* \cong m_e$. Datos: ρ_{Cu} = 1.7x10^{-8} Ωm, n(Cu) = 0.85 x 10^{23} átomos/cm^3.

7.- Mediante la ecuación de continuidad de la carga, hallar la densidad de carga en función del tiempo si se conoce $\rho(\mathbf{r},t=0)$. Utilizar la conductividad del cobre hallada anteriormente y la constante dieléctrica del vacío. Recordar que para un metal son válidas las siguientes relaciones: $\mathbf{J}=\sigma\cdot\mathbf{E}$, $\mathbf{E}=\mathbf{D}/\varepsilon$.

8.- Hallar la densidad de corriente y la velocidad de desplazamiento para una corriente de 1A en un conductor de Cu de 0.163 cm de diámetro.

9.- Si la velocidad de desplazamiento en un conductor de cobre es de 10^{-2} cm/s y el área de la sección recta es de 1 mm^2, hallar la densidad de corriente y la corriente total.

10.- Una barra semiconductora intrínseca se encuentra aislada eléctricamente y sometida a un campo eléctrico externo E_x. Hallar la relación de Einstein entre la movilidad μ y el coeficiente de difusión *D*.

11.- Demostrar que en un semiconductor en el que no existen gradientes de concentración de electrones o huecos la conductividad del material puede escribirse como

$$\sigma = e.(n\mu_e + p\mu_h)$$

12.-Una barra semiconductora homogénea que se encuentra en equilibrio térmico está iluminada uniformemente por un foco de forma que se crean g_L pares electrón-hueco por metro cúbico por segundo. Hallar los valores estacionarios de las concentraciones de portadores minoritarios, para:

a) Un material intrínseco
b) Un material extrínseco tipo P, con $N_A >> n_i$, $N_D=0$

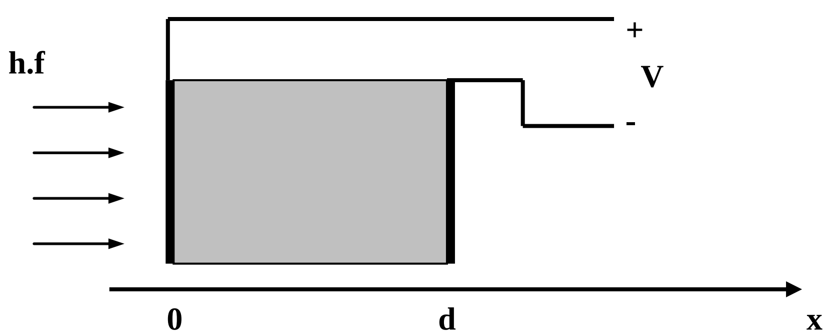
13.- En la barra descripta en el ejercicio anterior el foco es apagado en t=0. Hallar cómo disminuye el número de portadores minoritarios en exceso en función del tiempo, para el caso del material extrínseco tipo P.

14.- Un material intrínseco con concentraciones a oscuras n=p=ni, recibe iluminación a partir de t=0, de forma que se crean g_L pares electrón-hueco por metro cúbico por segundo. Hallar los valores de concentración como función del tiempo. Suponer iluminación tenue: $n'=p'<<n_i$.

15.- Un dispositivo fotovoltaico como el que se muestra en la figura recibe luz a través de un contacto metálico muy fino. La luz es absorbida en la superficie del semiconductor tipo N, creando un exceso de huecos y electrones en x=0, de forma tal que resulta:

$p(x=0)=p_o+\Delta p(0)$

$n(x=0)=n_o+\Delta n(0)$



El contacto metálico óhmico en x=d fuerza que allí sean $p=p_o$, $n=n_o$. Se supone estado estacionario. Los parámetros D_h, τ_h, son conocidos.

a) Encontrar la concentración de huecos p(x) suponiendo que, para los portadores minoritarios, sólo hay corriente de difusión (¿Por qué?) y que $d>>L_h$.
b) Idem (a) pero ahora “d” no es mucho mayor que la longitud de difusión de huecos. Sin embargo, sí está el contacto metálico en x=d.
c) Si la corriente total es J=0 (circuito abierto), y suponiendo que $n_o>>\Delta n(0)$, hallar el potencial de circuito abierto V, para el caso del inciso (b).

16.- Un material extrínseco con $N_A>>n_i$, $N_D=0$, de longitud L es iluminado superficialmente en ambas caras laterales y en estado estacionario, de modo que las concentraciones de exceso de portadores minoritarios son $n'(x=0)=n_1$, $n'(x=L)=n_2$.

a) Encontrar el exceso de portadores minoritarios como función de x
b) Hallar la densidad de corriente de electrones en x=0 y en x=L

Ctes. Fundamentales:

Masas efectivas, para cálculo de densidad de estados, en algunos semiconductores:
Germanio: $m_e^*=0.55\cdot m_e$, $m_h^*=0.37\cdot m_e$
Silicio a T=300K: $m_e^*=1.08\cdot m_e$, $m_h^*=0.81\cdot m_e$
GaAs: $m_e^*=0.067\cdot m_e$, $m_h^*=0.45\cdot m_e$

Masa del electrón $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ Kg

Masa del Protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

Velocidad de la luz $c = 2.99 \times 10^{8}$ m/s

Cte de Planck $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J.s

Carga del electrón $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C

Cte de Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

RESPUESTAS DE LA SERIE 5

1) Llamando P al ímpetu cristalino, y v_G a la velocidad de grupo del electrón, resulta:
a) $P=m_e^*\cdot v_G$, b) $P= - m_h^*\cdot v_G$, c) $P=m^*\cdot v_G$, d) $P=m^*\cdot v_G$.
Sugerencia: el P cristalino es siempre $P=\hbar k$. Por otro lado, k está relacionada con v_G a través de:

$$v_G = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar}\cdot\frac{dE}{dk}$$

Y en cada caso hay una relación distinta entre E y k.

2) Resuelto en la clase teórica

3) $a = e\ E\ /\ m_h^*$. Es decir, responde de la misma manera que una partícula libre, positiva, y de carga Q=e y masa $m=m_h^*$.
Sugerencia: se considera que los huecos siempre ocupan los estados de sus respectivos electrones faltantes. Al aplicar un campo eléctrico E, el electrón faltante recibiría una fuerza $F=(-e)\cdot E$, y entonces su ímpetu cristalino variaría $dP=F\cdot dt$ en un intervalo temporal dt. Con lo cual se puede deducir el valor de dk/dt. Ahora, exprese la aceleración como la derivada de v_G:

$$a = \frac{dv_G}{dt} = \frac{dv_G}{dk}\cdot\frac{dk}{dt}$$

Pero reemplazando v_G como proporcional a dE/dk, la aceleración resulta proporcional a d^2E/dk^2, es decir inversamente proporcional a $(-m_h^*)$. Entonces, la masa efectiva para los electrones en la banda de valencia es $(-m_h^*)$, de modo que:

$$a = \frac{1}{\left(-m_h^*\right)}\left[\left(-e\right)E\right]$$

Pero si se trata de un hueco, se prefiere considerarlo de carga positiva, y escribir la ecuación anterior como $a = (+e)\ E\ /\ (+m_h^*)$.

4) Germanio intrínseco: $\sigma = 2.23\ (\Omega m)^{-1}$. Silicio intrínseco: $\sigma = 2.93\cdot10^{-4}\ (\Omega m)^{-1}$. Silicio dopado con Boro: $\sigma = 2880\ (\Omega m)^{-1}$. En este último caso no importa demasiado el valor de μ_e (¿Por qué?).

5) $\rho=1.7\cdot10^{-8}\ \Omega m$. Germanio intrínseco: $\rho=0.45\ \Omega m$. Silicio intrínseco: $\rho=3400\ \Omega m$.

6) El tiempo libre medio entre colisiones resulta: $<\tau>=m^*/(\rho\ n\ e^2)=2.46\cdot10^{-14}$ s. El camino libre medio es: $<\Delta x>= E\ m^*/(\rho^2\ n^2\ e^3)=1.1\cdot10^{-16}\cdot E$ [m].
Sugerencia: el módulo de la velocidad media de arrastre, si se aplica un E (en el mismo eje) es:

$$\left|< v >\right| = \frac{e\cdot E\cdot\langle\tau\rangle}{m^*}$$

Pero dicha velocidad es proporcional a la movilidad, la cual puede a su vez relacionarse con la resistividad
En cuanto al camino libre medio, resulta de multiplicar la velocidad media de arrastre por el tiempo libre medio entre colisiones.

7) La densidad de carga volumétrica resulta:

$$\rho = \rho(\vec{r},0)\cdot e^{-t/(\varepsilon/\sigma)}$$

Sugerencia: la ecuación de continuidad de la carga es:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_{Vol}\rho\cdot dVol = \oint_{E}\vec{J}\cdot d\vec{A}$$

la cual se puede expresar en formato diferencial:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -div\vec{J}$$

de donde, usando la Ley de Gauss, se llega a:

$$\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t}+\frac{\rho(\vec{r},t)}{(\varepsilon/\sigma)} = 0$$

cuya solución es el resultado de este ejercicio, luego de reemplazar las condiciones iniciales.

8) $J=480000 Am^{-2}$, $\langle v\rangle = 3.5\cdot10^{-5}$ m/s.

9) $J=1.36\cdot10^{6}\ Am^{-2}$, I=1.36A

10) Hay que demostrar que:

$$\frac{D_e}{\mu_e} = \frac{D_h}{\mu_h} = \frac{kT}{e}$$

Sugerencia: dado que el material está aislado $J_e+J_h=0$. Pero además no hay iluminación asimétrica (de hecho, no hay iluminación alguna), entonces $J_e=J_h=0$. Igualando por ejemplo Je=0, se llega a:

$$n(x) = n(x=0)\cdot e^{-\frac{\mu_e}{D_e}\cdot\int_0^x E_x\cdot dx}$$

Por otra parte, escriba la ecuación de "n" como función de (E_F-E_C). Y tenga en cuenta que E_C varía con x de la siguiente forma:

$$E_C(x) = E_C(x=0)+(-e)\left[-\int_0^x E_x\cdot dx\right]$$

Y compare ambas ecuaciones para "n". Así demuestra $D_e/\mu_e=kT/e$.
Ahora, aplicando un razonamiento similar para "p" y "J_h", llega a $D_h/\mu_h=kT/e$.

11) Sugerencia: se llega inmediatamente, planteando $J=J_e+J_h$, y luego por ejemplo las definiciones: $J_e=e\cdot n\cdot\langle v_e\rangle$, $\mu_e=\langle v_e\rangle/E$.

12) a) $n = p = \sqrt{n_i^2+\frac{g_L}{r}}$

b) $$n = n_0 + \frac{g_L}{r \cdot p_0} \cong \frac{n_i^2}{N_A} + g_L \cdot \tau_e$$

siendo $\tau_e=(r\ p_o)^{-1}$
Sugerencia: siempre se plantea la ecuación de continuidad para los portadores minoritarios, así la ecuación resultante queda en una sola variable. En el caso (a) es indistinto, ya que el material es intrínseco, de modo que $n_o=p_o=n_i$, n'=p'. En el caso (b) resulta $p_o \cong N_A$, $n_o \cong n_i^2/N_A$, $p_o >> n_o$; se considera además $p_o >> p'$.

13) $$n \cong \frac{n_i^2}{N_A} + g_L \cdot \tau_e \cdot e^{-t/\tau_e}$$

Sugerencia: ahora la derivada parcial de "n" respecto del tiempo no es cero, así que la ecuación diferencial queda:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{n}{\tau_e} \cong \frac{n_0}{\tau_e}$$

cuya solución es la suma de una homogénea y una particular:

$$n = A + B \cdot e^{-t/\tau_e}$$

Reemplazando la solución particular (o bien la total) en la ecuación, resulta $A=n_o$. Luego B se despeja aplicando la condición inicial (el resultado del ejercicio 12).

14) $$n = \left(n_i + \frac{g_L}{2 \cdot r \cdot n_i} \right) - \frac{g_L}{2 \cdot r \cdot n_i} \cdot e^{-2 \cdot r \cdot n_i \cdot t}$$

Sugerencia: ahora la ecuación diferencial queda:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + 2 \cdot r \cdot n_i \cdot n = g_L + 2 \cdot r \cdot n_i^2$$

Y se aplica la misma forma de solución que en el ejercicio (13), pero con la condición inicial $n(t=0)=n_i$.

15) a) $$p = p_O + \Delta p(0) \cdot e^{-x/L_h}$$

b) $$p = p_O + \Delta p(0) \cdot \frac{\sinh\left[(d-x)/L_h \right]}{\sinh(d/L_h)}$$

c) $$V \cong \frac{1}{\mu_E \cdot n_O} \left[D_e \cdot \Delta n(0) - D_h \cdot \Delta p(0) \right]$$

Sugerencia: en la ecuación de continuidad, al ser estado estacionario, la derivada temporal es cero. También es cero “g” ya que no hay generación volumétrica de pares electrón-hueco. La ecuación diferencial queda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p}{D_h \tau_h} \cong -\frac{p_0}{D_h \tau_h}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p}{L_h^2} \cong -\frac{p_0}{L_h^2}$$

Cuya solución es la suma de una homogénea más una particular:

$$p = A + B \cdot e^{x/L_h} + C \cdot e^{-x/L_h}$$

Al ser $L \gg L_h$, resulta B=0 (inciso a). En el inciso (b) debe usar $p(x=L)=p_o$, a causa de la presencia del contacto metálico.
En el inciso (c), comience con $J_e+J_h=0$. Individualmente estas corrientes no son cero (¿Por qué?). Aproxime que la corriente de minoritarios es sólo por difusión. Despeje el campo E e integre entre 0 y x, teniendo en cuenta la definición del signo de V en la figura

16) a)

$$n' = \frac{n_2 \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_e}\right) + n_1 \cdot \sinh\left(\frac{L-x}{L_e}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{L_e}\right)}$$

b)
$$J_e\big|_{x=0} \cong \frac{e \cdot D_e}{L_e \cdot \sinh\left(\frac{L}{L_e}\right)}\left[n_2 - n_1 \cdot \cosh\left(\frac{L}{L_e}\right)\right]$$

c)
$$J_e\big|_{x=L} \cong \frac{e \cdot D_e}{L_e \cdot \sinh\left(\frac{L}{L_e}\right)}\left[n_2 \cdot \cosh\left(\frac{L}{L_e}\right) - n_1\right]$$

Observe que si $L \gg L_e$, entonces Je(0)<0 y Je(L)>0. ¿Es eso lógico?
Sugerencia: la ecuación diferencial queda de la misma forma que en el ejercicio (15). Sólo son distintas las condiciones espaciales de contorno. Finalmente, para hallar las densidades de corriente, tenga en cuenta que la única componente importante para los portadores minoritarios es la corriente de difusión.