

## MECÁNICA DE FLUIDOS Y MÁQUINAS FLUIDODINÁMICAS

### Guía Trabajos Prácticos N°7: Semejanza y Análisis Dimensional

1. Encuentre por análisis dimensional la ley general de dependencia de la pérdida de carga ( $dP/dx$ ) respecto de los demás parámetros para un conducto de sección circular y una dada rugosidad de la pared. De acuerdo a la hipótesis de flujo completamente desarrollado, puede asumirse que  $dP/dx$  es una constante. Con esta hipótesis obtenga la fórmula de Darcy-Weisbach, independientemente de si el flujo es laminar o turbulento. Se sabe que para el caso laminar, la rugosidad no tiene efecto alguno y además pueden despreciarse los fenómenos inerciales. Para este caso, compruebe que el análisis dimensional da la forma de variación de  $dP/dx$  con la  $V$  media en el conducto.
2. Se desea determinar los coeficientes  $K = \Delta p / (\frac{1}{2} \rho V^2)$  de una válvula de 60 cm de diámetro, efectuando pruebas en un modelo geoméricamente similar de 30 cm de diámetro, con aire atmosférico a 30°C. ¿Qué rango de caudal de aire deberá cubrirse en los experimentos con el modelo de manera tal que se incluyan velocidades de agua a 20°C desde 1 a 2.5 m/s en el prototipo.
3. Se va a diseñar un aeroplano para volar a una velocidad de 200 mph a una altitud donde la densidad es 0.00127 slug/ft<sup>3</sup> y la viscosidad cinemática es de 2.61x10<sup>-4</sup> ft<sup>2</sup>/s. Para determinar el arrastre del aeroplano se propone hacer pruebas con un modelo de escala 1/10 en un túnel de viento a una velocidad del aire de 200 mph.
  - a) Suponiendo que el aire en la sección de prueba del túnel está a 122 F y que la viscosidad del aire es independiente de la presión, determinar cuál debería ser la presión en la sección de prueba para que los datos del modelo sean útiles en el diseño del prototipo.
  - b) Con la presión en la sección de prueba de la parte a), ¿cuál sería la relación entre el arrastre en el modelo y el arrastre en el prototipo?.
4. Un modelo de torpedo de avión es probado en un túnel de agua para determinar su arrastre. Con una longitud del modelo de 1 ft y una temperatura del agua de 50 F, las mediciones de fuerza de arrastre y velocidad del agua fueron como sigue:

Velocidad [ft/s]	Arrastre [lbs]
0.1	0.0000194
1	0.00155
10	0.126
100	7.76

De estos datos, predecir la fuerza de arrastre en aire sobre un torpedo prototipo de 10 ft de longitud, inmediatamente después de que es lanzado desde un avión volando a 116 ft/s en aire a 1 atm de presión y 32 F.

5. Un fluido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  fluye a través de un caño largo de diámetro  $D$  con un caudal volumétrico  $Q$ .

a) Demostrar que si el flujo es laminar, la caída de presión por unidad de longitud debe tener la forma:

$$\frac{dp}{dx} = K \frac{Q\mu}{D^4}$$

donde  $K$  es una constante

b) Demostrar que si el flujo es turbulento, la caída de presión por unidad de longitud debe tener la forma:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{rQ^2}{D^5} \Phi\left(\frac{Qr}{D\mu}\right)$$

6. Un fluido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  fluye a través de un orificio de diámetro  $d$  colocado en un caño de diámetro  $D$ . La caída de presión a través del orificio es  $\Delta p$ . Deducir por análisis dimensional una expresión para el caudal de descarga  $Q$ .

7. Considerar el flujo incompresible a través de una serie de máquinas geoméricamente similares, tales como ventiladores, bombas, turbinas hidráulicas, etc. Si  $Q$  denota caudal volumétrico,  $N$  velocidad angular (rpm),  $D$  el diámetro del impulsor,  $\mu$  la viscosidad del fluido y  $\rho$  la densidad del fluido:

- Demostrar que la semejanza cinemática requiere que  $Q/(ND^3)$  se mantenga fija.
- Demostrar que la semejanza dinámica requiere que  $(\rho Q)/(\mu D)$  se mantenga fija.
- De a) y b) mostrar que si  $Q/(ND^3)$  y  $(\rho Q)/(\mu D)$  son fijos en una serie de pruebas, entonces  $\Delta p/(\rho N^2 D^2)$  debe permanecer constante, donde  $\Delta p$  es el cambio en altura de la máquina, expresado en unidades de presión.
- Encontrar la forma de la relación entre el trabajo entregado por unidad de masa del fluido,  $W_x$ , y las otras variables de este problema.

8. Una bola de metal cae a velocidad constante en un gran tanque conteniendo un fluido viscoso. La bola cae tan lentamente que se sabe que las fuerzas de inercia pueden ser ignoradas (comparadas con las fuerzas viscosas) en la ecuación de movimiento.

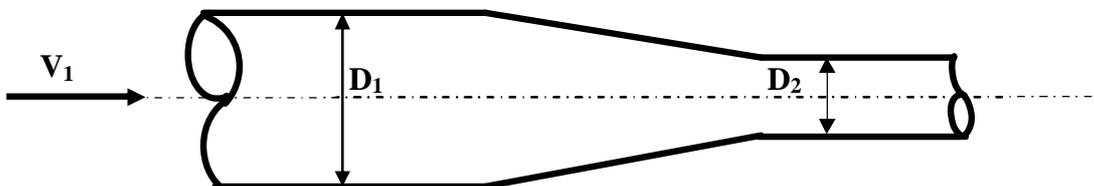
- Hacer un análisis dimensional del problema, con la intención de relacionar la velocidad de caída de  $V$ , el diámetro de la bola  $D$ , la densidad de la bola  $\rho_b$ , la densidad del líquido  $\rho_L$  y cualquier otra variable que juegue algún rol. Notar que el "peso efectivo" de la bola es proporcional a  $(\rho_b - \rho_L)g$ .
- Suponer que una bola de hierro (densidad relativa 7.9,  $D = 0.25$  in) cae a través de un cierto líquido a una cierta velocidad estacionaria. ¿Cuál sería el diámetro de una bola de aluminio (densidad relativa 2.7) la cuál caería a través del mismo líquido a la misma velocidad?

9. Encontrar la forma de una ecuación física que conecte el torque de fricción  $T$  de un cojinete con la carga sostenida  $W$ , el diámetro del cojinete  $D$ , la velocidad de revolución  $\omega$ , el espaciamiento  $C$  y la viscosidad del aceite  $\mu$ . Ignorar las fuerzas de inercia en el aceite.
- Un cojinete va a llevar una carga de 15 Ton a 120 rpm. Se propone evaluar las características de este cojinete por medio de un modelo de similar diseño pero de un sexto del tamaño. Si el modelo va a ser probado a 180 rpm usando el mismo aceite que el prototipo, ¿cuál debería ser la carga del modelo?
  - Con la carga de la parte a), ¿cuál sería la relación entre los torques de fricción del modelo y el prototipo?

10. Considere una serie de pasajes geoméricamente similares de sección circular. Un cambio de cualquier dimensión de longitud produce cambios proporcionales en todas las otras dimensiones de longitud.

En el caso **I**, un fluido de baja viscosidad fluye a través del pasaje de manera tal que las tensiones viscosas son despreciables comparadas con las fuerzas de inercia. Son considerados pasajes de diferente tamaño, todos con el mismo fluido incompresible entrando al conducto con la misma velocidad  $V_1$ . Indique que ocurre en este caso con las siguientes magnitudes (aumenta, permanece igual, disminuye) cuando  $D_1$  aumenta:

- El valor de  $V_2$ .
- El caudal volumétrico.
- El valor de  $(p_1 - p_2) / \rho V_1^2$ .
- El valor de  $p_1 - p_2$ .
- El caudal másico por unidad de área transversal en la sección 2.



En el caso **II**, un fluido de alta viscosidad fluye a través del pasaje tan lentamente que las fuerzas de inercia son despreciables comparadas con las tensiones viscosas. Son considerados pasajes de diferente tamaño, todos con el mismo fluido incompresible entrando al conducto con la misma velocidad  $V_1$ . Indique que ocurre en este caso con las siguientes magnitudes (aumenta, permanece igual, disminuye) cuando  $D_1$  aumenta:

- El valor de  $V_2$ .
- El caudal másico.
- El valor de  $(p_1 - p_2) / \rho V_1^2$ .
- El valor de  $(p_1 - p_2) \cdot D_1$ .
- El valor de  $p_1 - p_2$ .
- El número de Reynolds en la sección 2.
- La tensión de corte en la pared, a medio camino entre las secciones 1 y 2.
- La fuerza total ejercida por el fluido sobre las paredes en la dirección del flujo.

11. A menudo, la semejanza estricta en pruebas con modelos es irrealizable en la práctica. Compruebe este hecho, para el caso de la prueba de modelos de barcos grandes, donde para el cálculo del arrastre son importantes tanto los efectos viscosos como las ondas gravitacionales en la superficie libre (Ola Frontal y depresión lateral y posterior).

a) Muestre que el coeficiente de arrastre será en este caso de la forma siguiente:

$$C_d = f(\text{Re}, \text{Fr})$$

b) Suponiendo que la relación de tamaños entre modelo y prototipo es de 1/25 demuestre que la relación de viscosidades cinemáticas entre el agua y el fluido de prueba debe ser 1/125. Esta condición no puede ser alcanzada en la práctica, dado que no existe tal fluido. Discuta las condiciones de modelización de barcos y marinas.

12. Obtenga las ecuaciones de lubricación para el caso de la figura a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes y asumiendo que  $\alpha \cdot \text{Re} \ll 1$ , Dónde  $\alpha = \Delta y/L$  y  $\text{Re} = \rho V_p \Delta y/\mu$

