

Temas: Integración Numérica: Fórmulas cerradas de Newton-Cotes, Método de Trapecios, Método de Simpson 1/3, Método de Simpson 3/8. Método de Romberg.

1. Se mide la velocidad de un automóvil por medio de un radar durante 90 segundos, tomando muestras cada 6 segundos, según se aprecia en la siguiente tabla.

t (seg)	0	6	12	18	24	30	36	42
v (m/seg)	37.2	40.2	44.4	46.8	44.1	39.9	36.3	32.7

t (seg)	48	54	60	66	72	78	84	90	96
v (m/seg)	29.7	25.5	23.4	26.7	31.2	34.8	36.9	38.7	39.6

Determine **manualmente**, usando el método de trapecios, la distancia recorrida

- desde $t=0$ hasta $t=24\text{seg}$,
 - desde $t=0$ hasta $t=36\text{seg}$,
 - desde $t=0$ hasta $t=90\text{seg}$,
 - desde $t=0$ hasta $t=96\text{seg}$,
2. Aplique **manualmente** el método de 1/3 de Simpson al inciso a) del ejercicio 1.
3. Aplique **manualmente** el método de 3/8 de Simpson al inciso b) del ejercicio 1.
4. Programe el método trapecios y verifique los resultados del ejercicio 1.
5. Programe el método de 1/3 de Simpson compuesto (si es posible en forma vectorizada). Aplique el programa a los datos de los incisos a) b) y c) del ejercicio 1. Compare los resultados.
6. Programe el método de 3/8 de Simpson compuesto. (en forma vectorizada) Aplique el programa a los datos de los incisos b) y c) del ejercicio 1. Compare los resultados.
7. Una partícula de masa m que se desplaza por un fluido está sujeta a una resistencia viscosa $\mathbf{R}$, la cual es función de la velocidad $\mathbf{v}$. La relación entre la resistencia $\mathbf{R}$, la velocidad $\mathbf{v}$ y el tiempo $\mathbf{t}$ está dada por la ecuación

$$t = \int_{v_i}^{v_f} \frac{m}{R(v)} dv$$

Para un determinado fluido $R(v) = -v\sqrt{v}$, donde R está en Nw y v en m/seg . Si $m=10\text{Kg}$ y si $v_i = 19\text{m/seg}$.

Calcule el tiempo que la partícula tarda en reducir su velocidad a 5m/seg , por medio del método de 1/3 de Simpson. Determine adecuadamente el valor de h , para obtener un error menor a 10^{-3}

8. Por medio del método de 1/3 de Simpson determine con una tolerancia de 10^{-6} la integral $\int_0^1 \sqrt{x} dx$.
9. Determine el paso h que asegure una aproximación a las siguientes integrales con un error menor o igual a 10^{-3} . Por medio del método de 1/3 de Simpson.

a)

$$\int_0^{\pi/4} x^2 \operatorname{sen}(x) dx$$

b)

$$\int_0^{\pi/4} e^{3x} \operatorname{sen}(2x) dx$$

10. Demuestre si se obtiene alguna ventaja al resolver el ejercicio anterior por medio del método de 3/8 de Simpson.

11. Sea $f(x) = e^{-x} \sin(x)$.

a) Encontrar la cantidad de intervalos n para que el cálculo de la integral

$$\int_0^{2\pi} f(x) dx$$

tenga error menor a 10^{-2} para el método de Simpson 1/3. Recordar que en este caso $h = 2\pi/n$

b) Calcular la integral usando el método de Simpson 1/3 y el valor de $n = 10$.

c) Comparar el resultado con el valor correcto de la integral, sabiendo que

$$\int e^{-x} \sin(x) dx = -0.5e^{-x}(\sin(x) + \cos(x))$$

d) Explique que es lo que se observa comparando el valor de n obtenido en el inciso (a) y el error obtenido usando el valor $n = 10$. Explique cuál es la razón de esta aparente contradicción.

12. Resuelva el ejercicio 1) **manualmente** por medio del método de Romberg. Compare los resultados.

13. Programe el método de Romberg y verifique los resultados del inciso anterior.

14. Resuelva el ejercicio 8) por medio del método de Romberg (usando el programa) y compare con el resultado obtenido con anterioridad.

15. Calcule la integral de $f(x) = 1/x^2$ en el intervalo $[a, b] = [0.2, 1]$ usando la regla de Simpson 1/3. Use una tolerancia de 0.02 para terminar las divisiones del intervalo $h = \Delta x$, comenzando por $h_1 = (b - a)/2$. Usar al final interpolación de Richardson para mejorar más la solución.