Métodos Numéricos

Cursada 2007

Totalizador - 20 Febrero 2008

Apellido y nombre	Matrícula	Plan de estudios	Carrera

NOTA: En todos los casos explique el proceso realizado.

1. Dada la ecuación

$$f(x) = -20 + 20.8x + x5$$

Se desea conocer el valor de x que cumpla con la condición $f(x) < \epsilon$, para $\epsilon = 0.0001$

   a) Considerando que el valor buscado se encuentra entre 0.1 y 1.85, por el método de bisección, puede prever cuántas iteraciones son necesarias para que se cumpla la condición? **Justifique**.

   b) Encuentre el x buscado por el método de bisección. Se puede decir que el valor encontrado es una raíz de la ecuación? **Justifique**.

   c) Cuáles son las ventajas y desventajas del método utilizado?

   d) Cuáles son las ventajas y desventajas si aplica el método del punto fijo, considerando el mismo intervalo?

   e) Qué método (considerando todos los estudiados) considera más adecuado para resolver el problema? Por qué?

2. Para el sistema **A*x=b**:

$$\begin{bmatrix} 60 & 3 & 12 \\ 2 & 10 & 9 \\ 4 & 3 & 30 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 17 \\ 17 \end{bmatrix}$$

   a) Calcule la solución **manualmente** por eliminación Gaussiana

   b) Evalúe si el sistema está bien condicionado. **Justifique**.

   c) Analice la convergencia del método de Jacobi para este problema.

   d) Aplique manualmente el método de Jacobi hasta 3 iteraciones (puede usar Matlab para realizar los calculos intermediarios)

   e) Para cada iteracción, calcule el error y el residuo relativo al primer item.

   f) Explique la desventaja del método de Jacobi con respecto a los métodos directos.

3. Se obtienen de una experimentación n observaciones. Se necesita encontrar el polinomio que mejor represente el comportamiento de los datos obtenidos con el objetivo de realizar predicciones. Explique las consideraciones que tendría en cuenta para elegir el método adecuado para la obtención del polinomio.

4. Sea $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

   a) Interpolar $f(x)$ en los puntos $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, y $x_3 = 4$ con el polinomio interpolante de Newton $P_3(x)$, usando diferencias divididas, en forma manual.

b) Manipular algebraicamente $P_3(x)$ para verificar que $P_3(x) = f(x)$.

c) Calcular la cota de error del método para el intervalo [1 4]

d) Aproximar $f(x)$ con un polinomio $Q(x)$ de grado 2.

5. La ecuación para la corriente de un circuito eléctrico (Figura 1) esta dada por:

$$L\frac{\partial^2 i(t)}{\partial t^2} + R\frac{\partial i(t)}{\partial t} + \frac{1}{C}i(t) = 24\sin(10t)$$

con condiciones iniciales $i(0) = 0$ y $\frac{\partial i(t)}{\partial t}|_{t=0} = 0$ y valores $R = 10$, $C = 0.5$ y $L = 2$.

a) Expresar el problema como un sistema de ecuaciones de primer grado

b) Aplicar manualmente dos iteraciones de Runge-Kutta de cuarto orden con h=1 (seg)

c) Cuál es el valor de la tensión sobre R a los 2 segundos?

d) En qué se diferencian los métodos R-K y Euler?

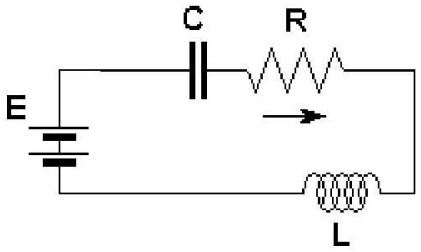

Figura 1: Circuito eléctrico