

Nombre:..... Matrícula:..... Carrera:.....

NOTA: En todos los casos explique el proceso realizado.

1. Dada la ecuación $\sin(5x) + x^2 - 1$

- a) Aplicando el método de Newton-Raphson, puede asegurar la convergencia desde cualquier punto en el intervalo $[1, 2]$?. Justifique su respuesta.
- b) Si en el caso a) respondió negativamente. Cuál es el intervalo máximo en el que puede asegurar la convergencia a partir de cualquier punto del mismo. Justifique su respuesta.
- c) Utilizando el método del punto fijo, encuentre la solución que se encuentra en el intervalo indicado en a) e indique el máximo subintervalo en el que puede asegurar la convergencia para cualquier punto dentro del mismo?. Justifique su respuesta.
- d) Explique la justificación teórica del criterio de convergencia del método de punto fijo.

2. a) Qué indica un número grande de condición en una matriz de un sistema de ecuaciones
- 1) Qué el sistema puede no tener solución.
 - 2) Qué el resultado puede no ser confiable
 - 3) Qué el error obtenido en la solución puede no ser proporcional al valor del residuo.
- b) Cuáles son las causas de un número de condición grande?
- c) Dado el siguiente sistema, realice las transformaciones necesarias para mejorar el número de condición y encuentre una solución confiable.

$$125x + 93y - 755z = 600$$

$$0.01x + 0.0527y - 0.00057z = 5$$

$$59x + 7.5y + 16z = 200$$

- d) Cuál es la cota de error relativo si el término independiente de la segunda ecuación (5) varía en una unidad (+1)
- e) Qué ventajas tiene el método de eliminación de Gauss ante los métodos indirectos.
- f) Qué relación hay entre eliminación de Gauss y LU

3. Queremos calcular $\sqrt[5]{4}$ usando el método de bisección:

- a) Plantear correctamente el problema como un problema que se pueda resolver por el método de bisección. **Justificar** la elección de la función.
- b) Aplicar el método de bisección comenzando con $a = 1$ y $b = 2$, mostrando 5 iteraciones del método. Para cada iteración mostrar:
 - 1) Extremos a y b y punto medio c del intervalo.
 - 2) Aproximación x_i obtenida en la iteración.
 - 3) Cota para el error absoluto.

- 4) Error relativo y absoluto de la solución x_i , con respecto a la solución exacta x_0 obtenida mediante uso de calculadora, con 8 cifras *decimales*.
- c) Es el error absoluto obtenido siempre menor que la cota calculada en todos los casos?
- d) Cuantas iteraciones precisaria para obtener una aproximación con error absoluto menor a 10^{-3} ? **Justificar**
- e) Puede calcular la raíz de un número complejo con este método? Cuales métodos pueden ser usados? **Justificar** la respuesta.

4. Dado el conjunto de puntos aproximados de la función $x(t) = \cos(t/2)$:

t	0	1	2	3	4
x	1	0.877	0.540	0.0707	-0.416

Estimar la derivada $x'(t_0)$ para el punto $t_0 = 2.2$

- a) Por medio del polinomio interpolador de Newton usando todos los puntos
- b) Por medio del polinomio interpolador de Newton usando solo los tres puntos centrales (**reutilizando los cálculos utilizados para el inciso anterior**)
- c) Por medio de un interpolador cúbico calculado con los tres puntos centrales
5. La ecuación para la corriente de un circuito eléctrico (Figura 1) esta dada por:

$$L \frac{\partial^2 i(t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial i(t)}{\partial t} + \frac{1}{C} i(t) = 24 \sin(10t)$$

con condiciones iniciales $i(0) = 0$ y $\frac{\partial i(t)}{\partial t}|_{t=0} = 0$ y valores $R = 10$, $C = 0.5$ y $L = 2$.

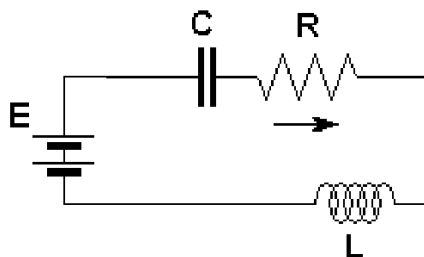


Figura 1: Circuito eléctrico

- a) Aplicar manualmente dos iteraciones de Runge-Kutta de cuarto orden con $h=1$ (seg)
- b)Cuál es el valor de la tensión sobre R a los 2 segundos?