Métodos Numéricos

Totalizador - 16 de Diciembre del 2010

Nombre:.. **Matrícula:**...................... **Carrera:**.........................

NOTA: En todos los casos explique el proceso realizado. Si usa programas en Matlab, escriba **todo** código, las lineas de comando y las salida obtenida en pantalla.

Ejer. 1	Ejer. 2	Ejer. 3	**Teoría**	Ejer. 4	Ejer. 5	**Práctica**		**Nota Final**

1. Teoría

1. *a*) Dados n puntos, cómo demuestra que el polinomio de grado $\leq n-1$ que pasa por todos los puntos es único?

   b) Qué dificultades puede presentar el método utilizado en a) para encontrar los coeficientes de dicho polinomio?

   c) Cómo se denomina al polinomio único encontrado?

   d) Con qué otros métodos puede encontrar este polinomio?

   e) Como se representa el polinomio en cada uno de esos métodos?

   f) Los coeficientes obtenidos por cada método corresponden a los coeficientes del polinomio $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x^1 + a_0$? Justifique.

   g) Si en lugar de representar los puntos con un polinomio, los quiere ajustar a la función $y = ce^{ax}$. Cómo procede?

   En todos los casos puede dar un ejemplo con 3 puntos (no es necesario).

2. La siguiente ecuación representa la distribución de la temperatura en un cubo, el cual es sometido a la temperatura t_1 en las caras laterales y a t_2 en la inferior y superior

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

   Plantee la solución considerando ocho puntos internos equidistantes.

3. Dada la ecuación $e^x - 3x = 0$ con 2 raíces dentro del intervalo [0,2]

   a) cuales de las siguientes funciones corresponden a puntos fijos
      1) $g(x) = \frac{1}{3}e^x$
      2) $g(x) = \ln 3 + \ln x$
      3) $g(x) = e^x - 2x$
      4) $g(x) = \ln 3x + \ln x$

   b) para cada una de ellas, aproximadamente cuál es el intervalo dentro del cual cualquier punto elegido converge a alguna de las soluciones.

   c) Cuál de las opciones tendrá una convergencia más rápida? Justifique

2. Práctica

(Entregar en hoja aparte)

4. Sea $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

   a) Interpolar $f(x)$ en los puntos $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, y $x_3 = 4$ con el polinomio progresivo de Newton $P_3(x)$, usando diferencias divididas, en forma manual.

   b) Interpolar $f(x)$ en los puntos $x_0 = 2$, $x_1 = 3$, y $x_2 = 4$ con el polinomio regresivo de Newton $P_2(x)$, usando diferencias divididas, en forma manual.

   c) Manipular algebraicamente $P_3(x)$ para verificar que $P_3(x) = f(x)$.

   d) Calcular la cota de error de ambos métodos para el intervalo $[1 \quad 4]$.

5. Se desea conocer el flujo de calor en un alambre aislado, de 2cm de longitud, cuyo modelo responde a

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

donde $K = 0.1515$ es el coeficiente de conductividad. La temperatura inicial está dada por

$$T(x, t_0) = 100x \quad si \quad x < 1 \tag{1}$$
$$T(x, t_0) = 200 - 100x \quad si \quad x \geq 1 \tag{2}$$

y las condiciones de contorno estan dadas por

$$T(0, t) = 0 \tag{3}$$
$$T(2, t) = 0 \tag{4}$$

Usar $k = \Delta_t = 0.2$ y $h = \Delta_x = 0.25$

   a) Calcular las temperaturas para todo t hasta .6 seg, usando el método explícito

   b) Calcular las temperaturas para todo t hasta .6 seg, usando el método implícito