Apellido y nombre: ..... Legajo:..... Carrera: .....

e-mail: .....

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3	Nota Final

Observaciones:

- Resolver cada ejercicio en una hora por separado.

- Todo lo resuelto con Matlab debe ser copiado en la hoja tal cual fue escrito en el software.

- Para aprobar el totalizador se debe tener nota NO inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

1) a) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo valor entero, en decimal, que se pueden representar en un sistema binario sin signo con 6 bits?

b) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo valor entero, en decimal, que se pueden representar en un sistema binario con signo con 6 bits?

c) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo valor entero, en decimal, que se pueden representar en un sistema binario de complemento a 2 con 6 bits?

d) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo valor entero, en decimal, que se pueden representar en un sistema binario con 6 bits y exceso Z? ¿Cuál es el valor apropiado de Z que debe utilizar para el exceso?

e) ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada una de las representaciones mencionadas en los incisos anteriores?

f) Si es posible, representar el número 15 con 6 bits en cada uno de los siguientes sistemas: binario sin signo, binario con signo, complemento a 2 y en exceso Z, donde Z es el valor determinado en el inciso d. De no ser posible, justificar.

g) Si es posible, representar el número -15 con 6 bits en cada uno de los siguientes sistemas: binario sin signo, binario con signo, complemento a 2 y en exceso Z, donde Z es el valor determinado en el inciso d. De no ser posible, justificar.

h) Si se desea escribir el número 0.34 en el sistema binario, ¿cuántos dígitos son necesarios? Si se usaran 6 bits (un dígito para la parte entera y cinco dígitos para la parte decimal), ¿se genera algún tipo de error? Si su respuesta es afirmativa, calcularlo y explicar qué tipo de error se genera.

i) Sea, en el sistema IEEE de simple precisión (32 bits) y exceso 127, un número $x=(-1)^s \cdot 1,m \cdot 2^{e-z}$ definido por: $s=1$, $m=10010000100000000000000$ y $e=10000100$. Determinar su valor en base 10.

2) La ecuación diferencial para la velocidad de alguien que practica bungee jumping varía según la distancia a la que se encuentra, dependiendo si la cuerda se está extendiendo, está extendida por completo o comienza a encogerse. Así, si la distancia recorrida es menor que la longitud de la cuerda, el individuo sólo está sujeto a las fuerzas gravitacional y de arrastre. Una vez que la cuerda comienza a encogerse, también deben incluirse las fuerzas del resorte y del amortiguamiento de la cuerda. Estas dos condiciones se expresan con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dv}{dt} = g - sign(v)\frac{c_d}{m}v^2 \qquad x \le L$$

$$\frac{dv}{dt} = g - sign(v)\frac{c_d}{m}v^2 - \frac{k}{m}(x-L) - \gamma\frac{m}{v} \qquad x > L$$

donde v = velocidad (m/s), t = tiempo (s), g = constante gravitacional (= 9.81 m/s^2), *sign*(x) = función que devuelve -1,0 y 1, para x negativa, cero y positiva, respectivamente, c_d = coeficiente de arrastre de segundo orden (kg/m),

Apellido y nombre: ..... Legajo:..... Carrera: .....

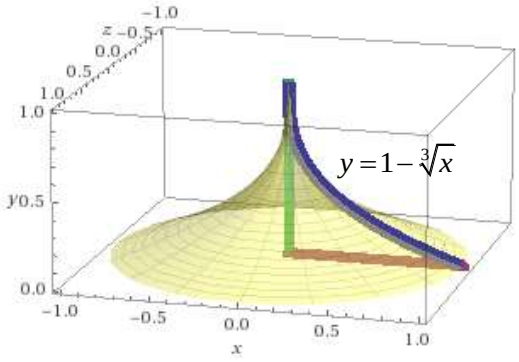
m = masa (kg), k = constante de resorte de la cuerda (N/m), γ = coeficiente de amortiguamiento de la cuerda (kg/s) y L = longitud de la cuerda (m).

a) Dados los siguientes parámetros: L = 30 m, m = 68.1 kg, c_d = 0.25 kg/m, k = 40 N/m, y γ = 8 kg/s, y considerando condiciones iniciales $x(0) = v(0) = 0$, determine la posición x y velocidad v del individuo cada 1s hasta 5s. Utilice método Euler.

b) ¿Son lógicos los resultados obtenidos en a)? Explique y justifique.

c) ¿Cómo resolvería el problema utilizando la función ODE45 de Matlab con t = 0 a 50s?

3) Para proceder a pintar, se necesitan conocer las medidas del techo de cierto edificio. El techo tiene forma geométrica de embudo invertido, similar al de la superficie de revolución que se obtiene al girar la curva $y = 1 - \sqrt[3]{x}$ (representada en azul en la figura) alrededor del eje de ordenadas, $0 < y < 1$. Se pide:



a) Calcular el área de la superficie de revolución en el intervalo $[0,1]$ empleando la Regla del Trapecio Compuesta utilizando 6 subintervalos. Mencionar alguna ventaja y desventaja de este método. Recordar que si se tiene una curva $g(y) = (1-y)^3$ continua en un intervalo $[a,b]$ y derivable en (a,b), entonces, al girar esa curva alrededor del eje y el área que se obtiene viene dada por la integral:

$$A = 2\pi \int_a^b g(y) \sqrt{1 + [g'(y)]^2}\, dy$$

b) Calcule el error total cometido con $n = 6$, $n = 12$, $n = 24$ y $n = 48$ empleando el mismo método que en el inciso anterior y sabiendo que $\left| 2\pi (1-y)^3 \sqrt{1 + 9(1-y)^4} \right|'' \leq 380$. ¿El número de subintervalos influye en la aproximación que se obtiene? ¿Qué sucede cuando el número de subintervalos tiende a infinito? ¿Qué cantidad de subintervalos asegura un error total inferior al 1%?

c) Determinar el área de la superficie de revolución en el intervalo $[0,1]$ por el método de Romberg hasta obtener $R_{3,3}$.

d) Comparar los resultados obtenidos en a) y c) con el valor correcto de la integral sabiendo que:

$$2\pi \int_0^1 \sqrt{1 + 9(y-1)^4}\, (1-y)^3\, dy = \frac{1}{27}\left(10\sqrt{10} - 1\right)\pi$$

¿Cuál considera que es el más aproximado al valor verdadero y por qué?

e) Explique en qué consiste el método de integración adaptativa y el método de Romberg para una función dada. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre ellos?