

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO ELECTRÓNICA

ÁREA: CONTROL

CÁTEDRA: Sistemas de Control (4E2)
para Ingeniería Eléctrica/Electromecánica/Mecánica.

Guía N° 1: TRANSFORMADA DE LAPLACE

N°1 Deducir la Transformada de Laplace (TL) para las siguientes funciones:

- a) Función escalón unitario, $u(t)$
- b) Función impulso, $\delta(t)$

N°2 Expresar la TL de las siguientes funciones:

- a) $g(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n}$
- b) $g(t) = \int f(t) dt$

N°3 Determinar el valor de $f(t)$ para $t \rightarrow \infty$, y para el instante inicial, $t = 0$, para las siguientes funciones transformadas:

- a) $F(s) = \frac{2(s+1)}{s(s+3)(s+5)}$
- b) $F(s) = \frac{4(s+1)}{s(s+8)(s+3)}$

N°4 Usando la TL expresar en función de s las siguientes ecuaciones de los parámetros eléctricos R , L , y C y los mecánicos K , B , y M .

- a) $v(t) = i(t)R$ $v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
- b) $f(t) = Kx(t)$ $f(t) = B \frac{dx(t)}{dt}$ $f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

N°5 Un sistema mecánico masa/amortiguador/resorte como el de la figura 1, tiene una ecuación diferencial de la forma:

$$M_0 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + B_0 \frac{dx(t)}{dt} + K_0 x(t) = f(t)$$

Se demuestra que para parámetros eléctricos R , L , C , la ecuación diferencial tiene la misma forma. Interpretando las ecuaciones siguientes como sistemas físicos (mecánicos ó eléctricos) se requiere resolver en s las siguientes ecuaciones diferenciales.

- a) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$ donde $x(t) = u(t)$, escalón unitario con $t > 0$
y condiciones iniciales cero: $y_{(0)} = y'_{(0)} = 0$
- b) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 3\delta(t)$ condiciones iniciales nulas.
- c) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = u(t)$ con $y_{(0)} = -1$; $y'_{(0)} = 0$; $t > 0$
- d) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 9y(t) = 2t^2 + 4t$ con $y_{(0)} = 0$; $y'_{(0)} = 0$

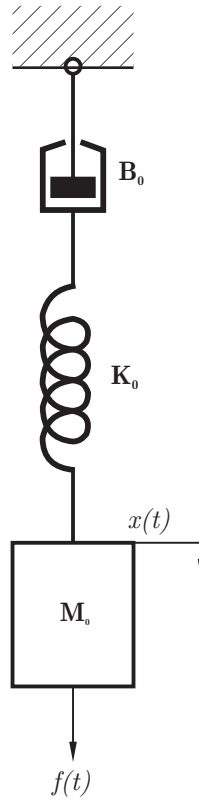


Figura 1: Sistema mecánico masa/amortiguador/resorte.

Nº6 Desarrollar en fracciones simples las siguientes transformadas de Laplace y encontrar las funciones temporales.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & F(s) = \frac{s+2}{s(s+1)(s+3)} \\
 \text{b)} & F(s) = \frac{1}{(s+2)^3(s+3)} \\
 \text{c)} & F(s) = \frac{1}{(s^2+6s+25)(s+2)} \\
 \text{d)} & F(s) = \frac{100}{(s^2+25)(s+2)} \\
 \text{e)} & F(s) = \frac{7}{(s-1)(s^2-4)} \\
 \text{f)} & F(s) = \frac{1}{s(s^2-6s+8)} \\
 \text{g)} & F(s) = \frac{1}{(s^2-4)(s-3)} \\
 \text{h)} & F(s) = \frac{100}{s(s+2)(s^2+8s+26)} \\
 \text{i)} & F(s) = \frac{1}{(s^2+25)(s+2)} \\
 \text{j)} & F(s) = \frac{(s-2)}{(s^2+25)^2(s^2+6s+25)}
 \end{array}$$

Nº7 Enuncie el teorema del traslado en el tiempo.

Aplicando este teorema encuentre la transformada de un pulso de duración t_0 , es decir, $f(t) = A = cte$ para $0 < t < t_0$ y $f(t) = 0$ para $t < 0$ y $t > t_0$.

Nº8 Enuncie el teorema del traslado en el campo transformado s .

Aplicando este teorema, encuentre la antitransformada de: $F(s) = \frac{s}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$