

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO ELECTRÓNICA

ÁREA: CONTROL

CÁTEDRA: Sistemas de Control (4E2)
para Ingeniería Eléctrica/Electromecánica/Mecánica.
Guía N° 7: SISTEMAS DISCRETOS

N°1 Resolver y encontrar las transformadas Z de las secuencias resultantes del muestreo de las siguientes expresiones, mediante la definición, para un período de T segundos:

- a** $e(t) = u(t)$
- b** $e(t) = t$
- c** $e(t) = e^{-at}$
- d** $e(t) = e^{-(t-T)} \cdot u_{(t-T)}$
- e** $e(t) = e^{-(t-5T)} \cdot u_{(t-5T)}$

N°2 En la figura 1 se encuentra la discretización de determinadas formas de onda por tres métodos de integración distintos. Identifique los mismos y encuentre la ecuación del integrador y del diferenciador para cada uno de ellos. ¿Son estables todos estos métodos de discretización?

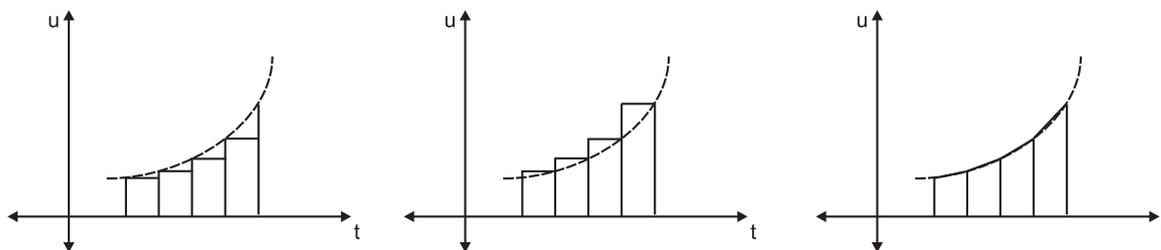


Figura 1: Tres métodos de integración distintos.

N°3 El sistema de la figura 2 posee un $G(s) = Roc(s) \cdot Gp(s) \cdot H(s)$.

Se requiere encontrar la frecuencia de muestreo más conveniente para diferentes plantas provenientes de distintos sistemas de control a lazo abierto:

- a** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{1}{s(s+1)}$
- b** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{1}{(s+2)^3(s+3)}$
- c** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{1}{(s^2+6s+25)(s+2)}$
- d** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{100}{(s^2+25)(s+2)}$
- e** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{7}{(s-1)(s^2-4)}$
- f** $Gp(s) \cdot H(s) = \frac{1}{s(s^2-6s+8)}$

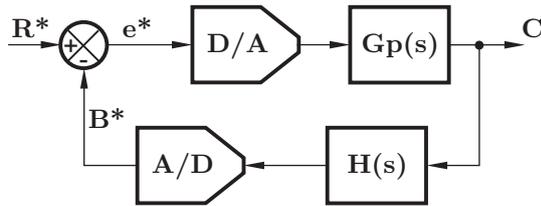


Figura 2: Sistema de control discretizado

N°4 a) Analice la estabilidad del sistema de la figura 2 a lazo cerrado. Datos:

$$G_p(s) = \frac{10}{1 + \frac{s}{10}} \quad H = 1$$

con un período de muestreo,

$$T = 36 \text{ ms}$$

- b) Encontrar el máximo valor de T para el cual el sistema es estable.
 c) Verificar el estado del sistema en $T = 10,5 \text{ ms}$.

N°5 Dado los siguientes $G_c(z)$, determinar el algoritmo de control para cada caso.

$$\begin{aligned} \text{a) } G_c(z) &= \frac{(0,8-z)(0,148-z)}{(z-1)^2} \\ \text{b) } G_c(z) &= \frac{z-0,0858z^2}{0,203-z} \\ \text{c) } G_c(z) &= \frac{z^2-0,0858z}{(0,9048-z)(z-1)^2} \end{aligned}$$

dónde $G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$

N°6 Dado un sistema de control discreto como el de la figura 3, con los siguientes datos:

$$G_p H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{10} + 1\right)(s + 1)}$$

$$f_s = 10 \text{ Hz}$$

- a) Determinar un $G_c(z)$ para obtener un margen de fase de 45° y $e_{ss}(t)$ nulo al escalón unitario como entrada y máximo ancho de banda.
 b) Obtener el algoritmo del controlador mediante la discretización *bilinear*. Realizar una tabla para 10 iteraciones, con una secuencia constante de entrada y graficar el resultado.

N°7 Compense el sistema de la figura 3, con un compensador implementado de forma digital mediante el método de discretización *backward*.

$$H(s) = 0,01 \text{ y } G_p = \frac{1000}{\left(1 + \frac{s}{1}\right)\left(1 + \frac{s}{10}\right)}, f_s = 10 \text{ Hz} \therefore \omega_s = 60 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

de manera que a lazo cerrado se cumplan las siguientes especificaciones:

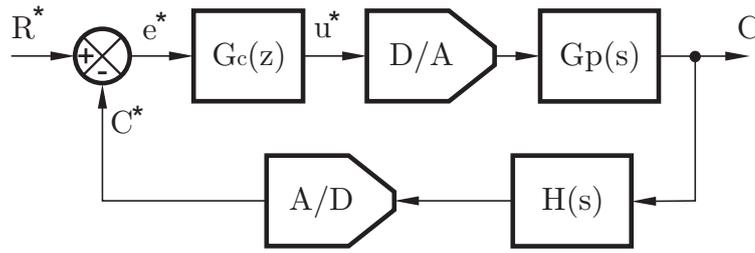


Figura 3: Sistema de control discreto.

- Margen de fase de 60° ,
- $e_{ss}(t)$ nulo al escalón unitario como entrada,
- $BW = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

N°8 a) Analice la estabilidad del sistema de la figura 3 a lazo cerrado, para las diferentes frecuencias de muestreo, f_s . Datos:

$$G_{p(s)} = \frac{10}{\left(1 + \frac{s}{62,8}\right) \left(1 + \frac{s}{628}\right)} \quad H = 1$$

$$f_s = \begin{cases} 4 \text{ Hz} \\ 40 \text{ Hz} \\ 400 \text{ Hz} \end{cases}$$

- b) Para cada f_s , determinar un $G_c(z)$ para obtener un margen de fase de 45° y máximo ancho de banda.
- c) Obtener el algoritmo del controlador mediante la implementación *forward*, con $f_s = 400 \text{ Hz}$. Realizar una tabla para 15 iteraciones, con una secuencia constante de entrada y graficar el resultado.

N°9 Un sistema de control como el que se muestra en la figura 4 debe compensarse para obtener determinadas características. Datos

$$G_{p(s)} = \frac{10}{1 + \frac{s}{10}}$$

$$f_s = 300 \text{ Hz}$$

Si las señales V_{n1} y V_{n2} presentan las siguientes características:

$$V_{n1}(\omega) = 100 \sin(\omega_1 \cdot t) \Big|_{\omega_1=0,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$V_{n2}(\omega) = 10 \sin(\omega_2 \cdot t) \Big|_{\omega_2=100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Encontrar:

- a) El comportamiento del sistema a lazo cerrado para estas señales, sin ningún compensador. ¿Qué tensión de salida, V_o , se obtiene debido a V_{n1} y a V_{n2} ?

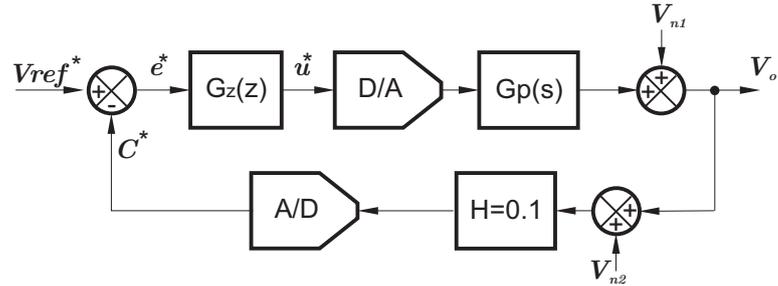


Figura 4: Sistema de control discreto con ruido aditivo.

- Compensar para obtener un margen de fase de 45° , $e_{ss}(t)$ nulo al escalón unitario como entrada, ancho de banda $BW = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y una tensión de salida debido a V_{n1} menor a 1 V.
- El sistema de adquisición de señales (A/D) debe ser cambiado debido a desperfectos técnicos. Se reemplaza por un sistema con una frecuencia de adquisición de $f_s = 10 \text{ Hz}$. ¿Qué ocurrirá con la estabilidad del sistema? Si alguno de los puntos del inciso b) no se cumple, modificar $G_c(z)$.
- Obtener el algoritmo del controlador para los incisos b) y c) mediante la discretización *bilinear*. Realizar una tabla para 10 iteraciones, con una secuencia constante de entrada y graficar el resultado.

- N°10** a) Analice la estabilidad del sistema de la figura 3 proveniente de un sistema de control de laminación con diferentes frecuencias de muestreo, $\omega_s = 2\pi f_s$. Datos:

$$G_{p(s)} = \frac{10e^{-s \cdot t_d}}{\left(1 + \frac{s}{0,01}\right) \left(1 + \frac{s}{0,10}\right)} \quad H = 1$$

$$t_d = 392,7 \text{ ms}$$

$$\omega_s = \begin{cases} 400 \text{ rad/s} \\ 8 \text{ rad/s} \end{cases}$$

- Para cada ω_s , determinar un $G_c(z)$ para obtener máximo ancho de banda, margen de fase de 45° y $e_{ss}(t)$ nulo al escalón unitario como entrada.
- ¿Con qué frecuencia de muestreo conviene trabajar? Por qué?
- Obtener el algoritmo del controlador mediante la discretización *backward*, con la frecuencia de muestreo elegida en el inciso c). Realizar una tabla para 15 iteraciones, con una secuencia constante de entrada y graficar el resultado.

- N°11** El sistema de la figura 5, tiene los siguientes datos:

$$H(s) = 0,1 \text{ y } G_p = \frac{0,10}{(1+s)(1+0,1s)}, \quad f_s = 300 \text{ Hz} \therefore \omega_s = 1885 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

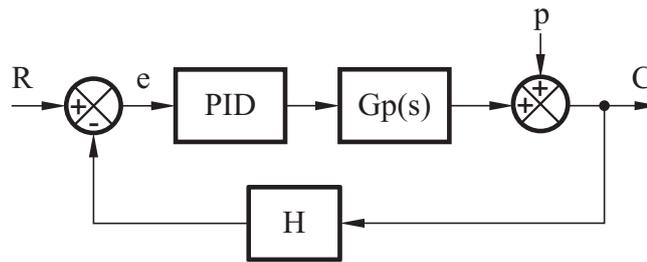


Figura 5: Sistema de control analógico con ruido aditivo y compensador del tipo PID.

- a) Obtener un compensador, implementado de forma digital mediante el método de discretización *bilineal*, de manera que a lazo cerrado se cumplan las siguientes especificaciones:
- Margen de fase de 45° ,
 - $e_{ss}(t)$ nulo al escalón unitario como entrada,
 - $BW = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$,
 - un rechazo a la perturbación, debida a p en $\omega_p = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, de 20dB.
- b) Se requiere implementar el controlador con un sistema (más económico) que posee una frecuencia de muestreo de tan sólo $\omega_s = 40 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Modificar el compensador para obtener las mismas prestaciones y encontrar el nuevo algoritmo de control.

Bibliografía:

- K. Ogata, “Discrete-Time Control Systems”, Prentice-Hall, second edition, 1995,
- Karl Åmström, Björn Wittenmark, “Computer-Controlled Systems - Theory and Design”, Prentice-Hall, 2006,
- Manual del programa CC,
- Apuntes de la cátedra.