Incertidumbre en las mediciones directas e indirectas

Recordando…

- Para la selección de un instrumento de medición nos basamos en la ***Regla de Oro de la Metrología***

$$I \leq 0.1T$$

Luego,

- La ***tolerancia corregida por la incertidumbre del instrumento*** queda definida como:

$$Tc = T - I = \pm\left(\frac{T}{2} - \frac{I}{2}\right)$$

Mediciones directas

El valor de la magnitud que se desea medir se obtiene en una ***única medición*** y con un ***instrumento de lectura directa***

Incertidumbre en la medición directa:

- **Sin tener en cuenta los errores derivados del ambiente y del operador, queda como única causa de error la incertidumbre del *instrumento de medición***

$$L = L_L \pm I_{inst}/2$$

$$I_{inst}/2 = \pm 20\ \mu\text{m}$$

$$I_{inst}/2 = \pm\left(2 + L_L[\text{mm}]/75\right)\mu\text{m}$$

Mediciones indirectas

El valor de la magnitud que se desea medir se obtiene a partir de los valores (medidos o conocidos de algún modo) de otras ***magnitudes x_i***, relacionados entre sí mediante una cierta ***función matemática***

En Metrología Dimensional:

- Las ***magnitudes x_i*** suelen ser, en la mayoría de los casos, de tipo ***dimensional*** (lineal o angular) o ***geométrico***
- Las ***funciones de relación*** son siempre matemáticamente muy sencillas, por lo que pueden expresarse fácilmente en ***forma explícita***

Mediciones indirectas

En la cátedra de *Física Experimental* se dio una expresión general para el cálculo de propagación de incertezas en medidas indirectas:

$$q = f(x, y)$$

$$|\Delta q| = \left| \frac{\partial q}{\partial x}_{(\bar{x},\bar{y})} \right| |\Delta x| + \left| \frac{\partial q}{\partial y}_{(\bar{x},\bar{y})} \right| |\Delta y|$$

Esta expresión está asociada a un nivel de confianza mayor al 99%.

Incertidumbre en la medición indirecta

La ***"Guía para la expresión de la incertidumbre de medición"*** (ISO/TAG 4/WG 3, 1993) define los siguientes tipos de incertidumbres:

- **Incertidumbre estándar *(i)***
  - **Incertidumbre del resultado de una medición expresada como una *desviación estándar* (nivel de confianza del 68%)**
  - **La incertidumbre estándar se obtiene a partir de una distribución de posibles valores de una magnitud x_i**

Incertidumbre en la medición indirecta

La *“Guía para la expresión de la incertidumbre de medición”* (ISO/TAG 4/WG 3, 1993) define los siguientes tipos de incertidumbres:

- **Incertidumbre combinada *(i_c)***
  - **Incertidumbre estándar del resultado de una medición cuando este resultado es obtenido a partir de los *valores de otras magnitudes***

$$i_c = \sqrt{c_1^{\,2} i_1^{\,2} + c_2^{\,2} i_2^{\,2} + \ldots + c_n^{\,2} i_n^{\,2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i^{\,2} i_i^{\,2}}$$

donde, i_i son las incertidumbres estándar de las magnitudes x_i

c_i son coeficientes de ponderación

Incertidumbre en la medición indirecta

La *"Guía para la expresión de la incertidumbre de medición"* (ISO/TAG 4/WG 3, 1993) define los siguientes tipos de incertidumbres:

- Incertidumbre expandida *(I)*
  - Intervalo de valores alrededor del resultado de una medición donde se espera esté incluida una *fracción considerable* de ellos
  - Se obtiene multiplicando la incertidumbre estándar por un *factor de cobertura* (*k*) que representa el nivel de confianza requerido

$$I = ki_c$$

El factor de cobertura toma valores entre 2 y 3 que corresponden a niveles de confianza entre 95 y 99%, respectivamente

Incertidumbre en la medición indirecta

Para el ***cálculo de la incertidumbre de una medida indirecta*** (incertidumbre combinada) se plantean las siguientes ***hipótesis de partida***:

- **El valor de la magnitud que se desea medir se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes x_i relacionados mediante una cierta función matemática**
- **Las incertidumbres estándar de todas las magnitudes x_i que intervienen en la función son conocidas**
- **Las magnitudes x_i son independientes entre sí**

$$y = f(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

$$x_1 = \overline{x_1} \pm I_1$$

$$x_2 = \overline{x_2} \pm I_2$$

$$\ldots$$

$$x_n = \overline{x_n} \pm I_n$$

Incertidumbre en la medición indirecta

Por definición tenemos que:

$$i_c(y) = \sqrt{c_1^{\,2} i_1^{\,2} + c_2^{\,2} i_2^{\,2} + \ldots + c_n^{\,2} i_n^{\,2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i^{\,2} i_i^{\,2}}$$

¿Cómo obtenemos los valores de los coeficientes de ponderación c_i en la expresión de la incertidumbre combinada?

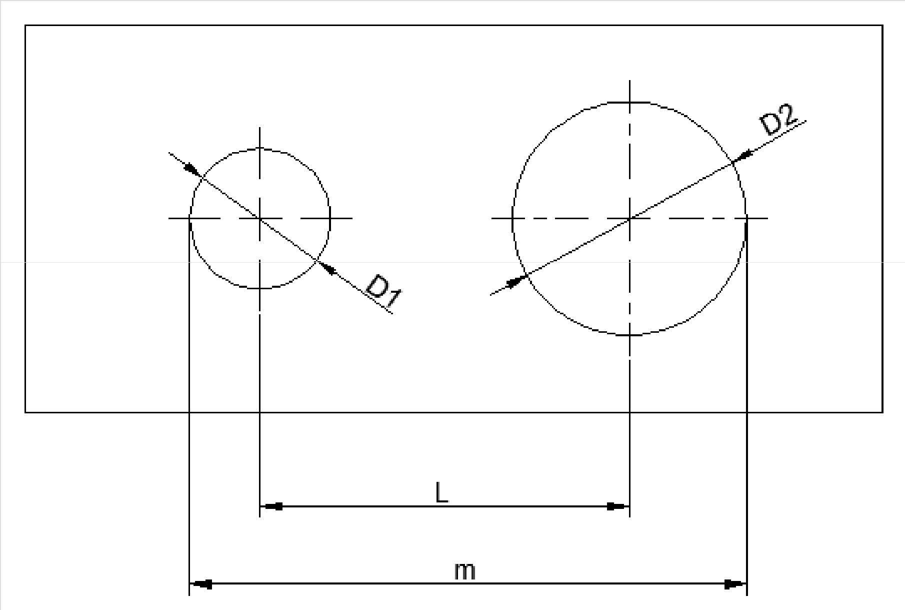
- **Aproximando la función *y* mediante una serie de Taylor de primer orden y aplicando diferentes operadores matemáticos se obtiene la siguiente expresión:**

$$i_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\left. \frac{\partial y}{\partial x_i} \right|_{(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})} \right)^2 i_i^{\,2}}$$

$$c_i = \left. \frac{\partial y}{\partial x_i} \right|_{(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}$$

Ejemplo de aplicación

Determinación de la *distancia entre centros de agujeros*



$$L = m - \frac{D1}{2} - \frac{D2}{2}$$

Utilizando un instrumento de baja precisión se pueden aproximar las dimensiones de m, D1 y D2

Si m ≈ 135 mm, *D1* ≈ 27 mm y *D2* ≈ 47 mm

Ejemplo de aplicación

Para medir las cotas *m*, *D1* y *D2* se utilizan micrómetros de interior cuyas incertidumbres expandidas están dadas por las siguientes expresiones:

Campo 25-50 mm	I [µm] = ±(4+L[mm]/25)	factor de cobertura 2
Campo 125-150 mm	I [µm] = ±(6+L[mm]/50)	factor de cobertura 2

Si los resultados de las mediciones son los siguientes:

m = 136,23 mm	$I_m = \pm$ 8,7246 µm	$i_m = \pm$ 4,3623 µm
$D1$ = 27,34 mm	$I_{D1} = \pm$ 5,0936 µm	$i_{D1} = \pm$ 2,5468 µm
$D2$ = 47,39 mm	$I_{D2} = \pm$ 5,8956 µm	$i_{D2} = \pm$ 2,9478 µm

La distancia entre centros resulta: ***L* = 98,865 mm**

Ejemplo de aplicación

La incertidumbre combinada de *L* está dada por la siguiente expresión:

$$i_c(L) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial x_i}_{\left(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n}\right)} \right)^2 i_i^{\,2}} = \sqrt{i_m^{\,2} + \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 i_{D1}^{\,2} + \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 i_{D2}^{\,2}}$$

Luego, la incertidumbre combinada de *L* resulta: $i_c(L) = \pm 4{,}777\ \mu\mathrm{m}$

Observaciones

- **La selección del método y los instrumentos de medición para las mediciones indirectas también debe tener en cuenta la *Regla de Oro de la Metrología*, es decir:**

$$I = k\sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i^{\,2} i_i^{\,2}} \leq 0{,}1T$$

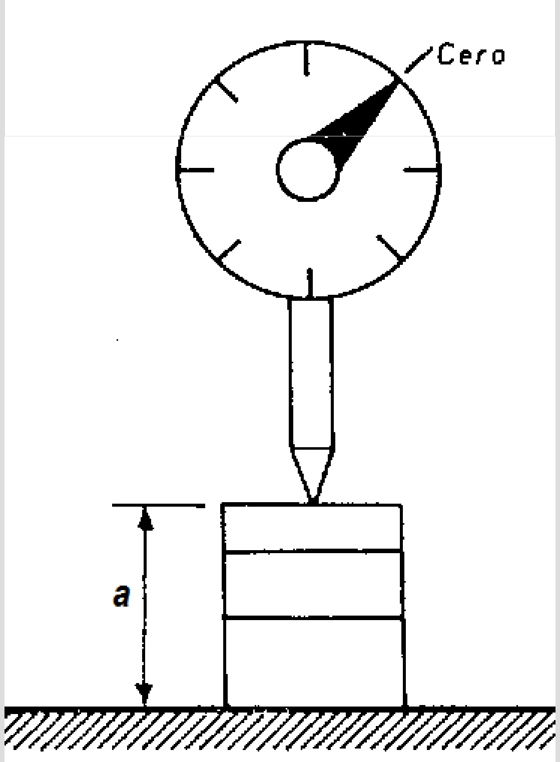
- **Como resultado, los valores de incertidumbre admisibles para cada magnitud de medida directa pueden resultar muy pequeños y difíciles de satisfacer**

- **La solución está en la revisión del método de medición, reduciendo el número de determinaciones, accesorios y número de instrumentos**

Mediciones por comparación

Las mediciones por comparación son un ***caso particular*** de las ***mediciones indirectas***

- El instrumento (comparador) se calibra (posición cero en la escala) con un patrón de referencia de cota nominal *a*
- A continuación se reemplaza el patrón por la pieza a controlar y se lee en la escala la diferencia de medida (positiva o negativa) entre la cota que se mide y la cota nominal del patrón



Mediciones por comparación

- **Para determinar la medida de la cota se suman la cota nominal de valor *a* más el valor leído en la escala del comparador (con su signo), es decir:**

$$L = a + c$$

donde *c* es el valor leído en la escala del comparador

- **Luego, la incertidumbre de medición está dada por:**

$$i_c(L) = \sqrt{{i_a}^2 + {i_c}^2}$$