

## Medición de Angulos

**I. Patrones angulares:** son elementos de abertura angular fija.

### Escantillones

Están constituidos por juegos de piezas, cada una de las cuales lleva dos o cuatro ángulos patrones. Se usan para mediciones angulares muy precisas y se fabrican con la precisión y terminación de los bloques patrón prismáticos usados como patrones lineales.

Los juegos están compuestos de tal forma, que pueden obtenerse ángulos a voluntad, con escalonamiento de 1' a 5', combinando dos de ellos, como se ve en la figura 1. Con un juego completo pueden obtenerse todos los ángulos escalonados en 1', menos los comprendidos entre 0° y 10°, y 350° y 360°, dentro de los cuales el escalonamiento es de 1°.

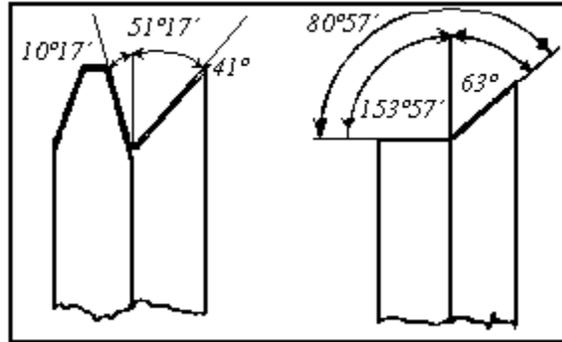


Figura 1

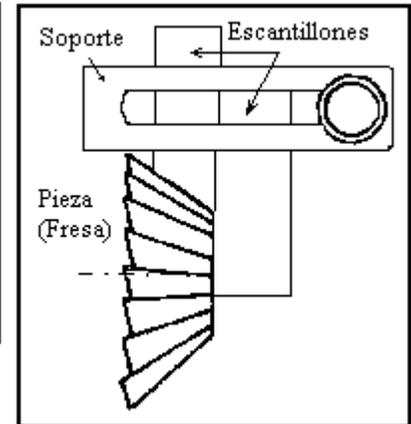


Figura 2

La incertidumbre de los ángulos es de  $\pm 12''$ , siendo entonces de  $24''$  el error máximo al combinarlos. El control de ángulos con escantillones, se efectúa generalmente observando el pasaje de luz, que se aprecia cuando la separación es de  $5\mu\text{m}$ . La fig.2 muestra el control angular de una fresa troncocónica y la fig.3 una guía de bancada de máquina-herramienta.

Error:  $12''$  o sea  $6\mu\text{m}/100\text{mm} = 0,006/100 = 12''$

Los escantillones angulares son de empleo muy limitado, sólo para pequeñas piezas. Tienen un espesor de 2 mm.

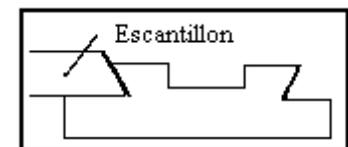


Figura 3

### Placas angulares

Permiten formar ángulos entre 0° y 90° de 10 en 10 segundos.

Un juego simple (106/14 Hommel-Werke) tiene (figura 4):

- 6 placas de: 1° - 3° - 5° - 15° - 30° - 45°
- 6 placas de: 1' - 3' - 5' - 25' - 40' - 10''
- 2 placas de: 20'' - 30''

Son de 100mm x 15mm y para formar el ángulo requerido, operan por adición o sustracción.

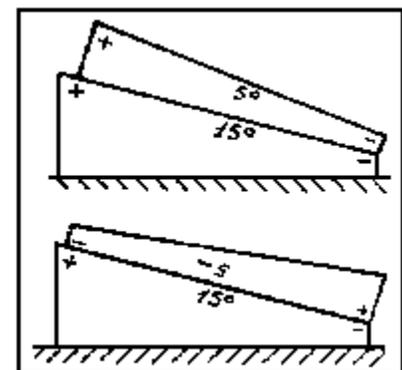


Figura 4

Los hay que permiten formar ángulos de 0,1' en 0,1', es decir de 6'' en 6''.



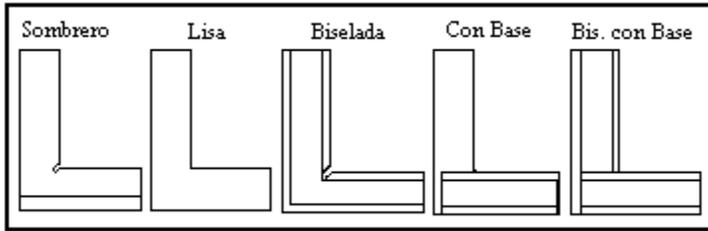


Figura 7

Las de precisión se hacen templadas y las comunes sin templar, con un  $L_{\text{máx}} = 1000$  mm para las primeras dos y hasta 2000 mm para las otras.

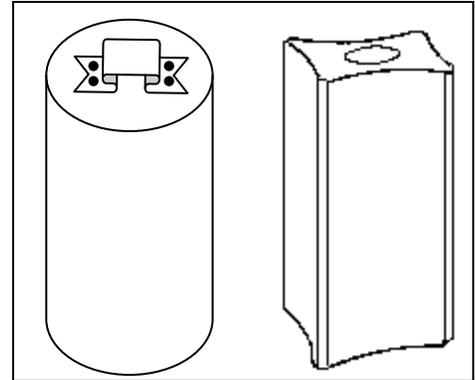


Figura 8

Figura 9

El patrón para el ángulo de  $90^\circ$  es un cilindro, ya sea completo, figura 8, o reducido como se lo observa en la figura 9, en cuyo caso se ha suprimido material quedando cuatro bandas cilíndricas estrechas, para facilitar el empleo del método de contraste de luz. Los cilindros completos pueden ser macizos, o huecos para reducir su peso, en cuyo caso van provistos de tapas. Cuando son muy pesados (pueden sobrepasar los 70 kg) llevan un asa en uno de sus extremos (figura 8).

La escuadra cilíndrica es un auxiliar muy útil. Con una buena máquina rectificadora cilíndrica es posible confeccionarla. Se parte de un caño en fundición, de paredes fuertes, se lo corta a la dimensión deseada y se le fijan firmemente dos tapas, preferentemente roscadas, dejando los bordes extremos libres en unos 10 a 15 mm. Luego en un torno con plato autocentrante se le hacen los centros y se frentean los extremos, dejándolos siempre libres. Si es posible, se rectifican los centros y luego en una rectificadora cilíndrica se rectifica cuidadosamente el cuerpo y se da terminación a los extremos, que deben quedar planos. Eventualmente se rasquetearán con ayuda de un buen mármol.

Las únicas exigencias que debe cumplir el cilindro así obtenido son:

- 1) Bases planas
- 2) Generatrices paralelas entre sí

O sea que las bases pueden no ser paralelas entre sí ni rigurosamente perpendiculares al eje del cilindro; además, se admite que el cilindro presente sección no rigurosamente circular.

El paralelismo de las generatrices se puede comprobar con facilidad.

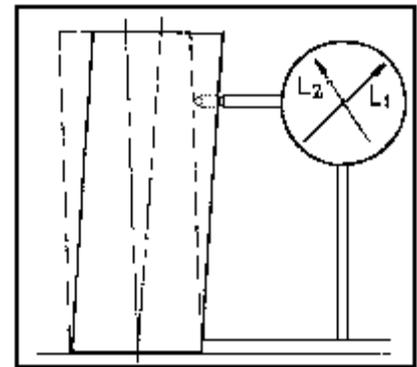


Figura 10

Evidentemente una pieza de estas características presentará su eje no perpendicular al mármol de apoyo y esa inclinación será diferente según la base en que se apoye. Pero siempre habrá dos generatrices que pertenezcan a sendos planos perpendiculares al mármol, para cada base de apoyo. Debemos localizar esas generatrices. Además del mármol, será necesario disponer de un comparador a reloj con palpación axial y un soporte para el mismo. La disposición para el trabajo es la que muestra la figura 10.

La tarea consiste en lo siguiente:

Para una posición de partida del cilindro, se toma una lectura en el comparador, cuidando de apoyar bien contra el cilindro la base del soporte que debe ser lisa, sin irregularidades. Esa lectura se hace buscando inversión mediante desplazamientos transversales de la base del soporte. Se repite la operación

luego de girar el cilindro sobre sí mismo hasta completar una vuelta, al cabo de la cual la lectura debe ser igual a la primera. Por causa de la falta de perpendicularidad del eje del cilindro con respecto al mármol, al cabo de una vuelta la aguja del comparador habrá barrido un sector cuyas lecturas extremas son  $L_1$  y  $L_2$ . Habrá dos generatrices que correspondan a la lectura  $L = (L_1 + L_2) / 2$ .

Estas son las generatrices que buscamos, cuyas posiciones pueden ser marcadas en una de las tapas.

Se entiende que si el eje del cilindro es perpendicular a la base de apoyo, la lectura en el comparador será siempre la misma. El comparador puede ser con lectura de 0,01 mm o 0,001 mm, según las exigencias.

Para determinar la precisión de escuadras fijas de  $90^\circ$  mediante las fórmulas según DIN 875 se procede de la siguiente manera:

Se aplica el comparador contra una de las generatrices anteriormente indicadas, con el palpador a una altura  $L$  menor que la de la escuadra a comprobar y se anota la lectura. Luego se reemplaza el cilindro por la escuadra a comprobar y se anota la nueva lectura.

Supongamos que la diferencia de lecturas sea de 8  $\mu\text{m}$  para una altura  $L = 120$  mm.

Su calidad entonces entra cómodamente en la categoría c). Para la categoría b) estaría ligeramente excedida pues la fórmula indica un error máximo admisible de 7,4  $\mu\text{m}$  para esa altura.

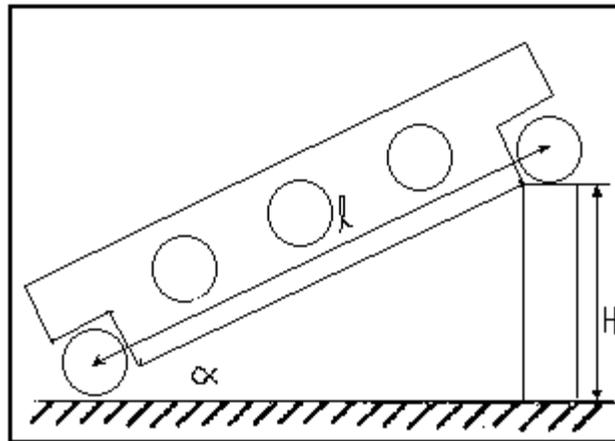


Figura 11

## II. Métodos trigonométricos

### Regla de senos

Se utiliza para medir ángulos por método indirecto con ayuda de bloques patrón y un instrumento de amplificación, o por pasaje de luz con reglas y escuadras. Fijados en sus extremos van dos cilindros de gran precisión, figura 11. El mecanizado de la regla se efectúa de manera que la superficie superior sea perfectamente paralela a la inferior, tangente a los cilindros. La distancia entre ejes de los cilindros de 20 mm de diámetro, es de  $(l)=100$  mm en las normales, con un error de 62  $\mu\text{m}$  y un error de paralelismo de 60,5  $\mu\text{m}$ .

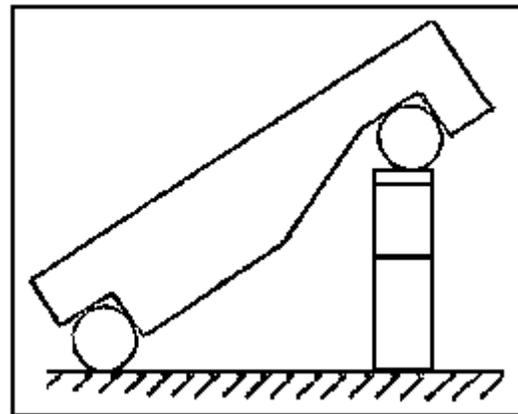


Figura 12

Para facilitar la medición en ángulos grandes, se las suele hacer como se ve en la figura 12.

Tenemos que:  $\text{sen} \alpha = \frac{h}{l}$

donde  $h$  es la altura de la pila de bloques y  $l=100$  mm, la distancia mencionada.

El error para ángulos de  $45^\circ$  es de 68,50 para un error de  $l = 62 \mu\text{m}$ .

Para ángulos mayores, por ejemplo  $\alpha = 60^\circ$  dan errores de  $614''$ . Son muy precisas, como se ve, en el alcance  $0^\circ$ -  $45^\circ$ . Para ángulos mayores a  $60^\circ$ , si las características de la pieza lo permiten, conviene medir el complemento.

En el ejemplo de medición del ángulo del cono de la figura 13, usamos dos pilas de bloques.

Por consiguiente:

$$\text{sen} \alpha = \frac{H-h}{l}$$

Llamando:  $a = \text{sen} \alpha$  queda:

$$a = \frac{H-h}{l}$$

$$\log a = \log(H-h) - \log l$$

La diferencial logarítmica da:

$$\frac{da}{a} = \frac{d(H-h)}{H-h} - \frac{dl}{l}$$

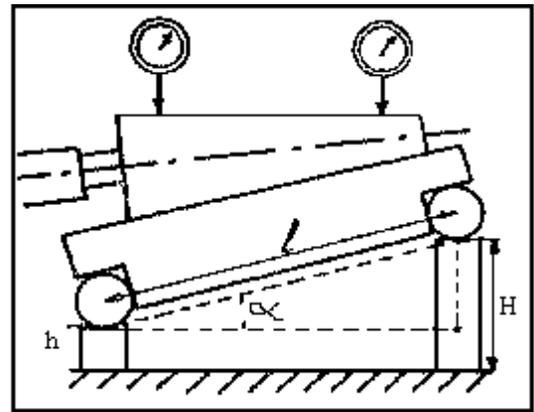


Figura 13

Y considerando los errores:

$$\frac{da}{a} = \pm \left[ \frac{dH - dh}{H-h} + \frac{dl}{l} \right]$$

Pero:

$$da = d(\text{sen} \alpha) = \cos \alpha d\alpha$$

Luego:

$$\frac{\cos \alpha d\alpha}{a} = \pm \left[ \frac{dH - dh}{H-h} + \frac{dl}{l} \right]$$

De donde:

$$d\alpha = \pm \frac{a}{\cos \alpha} \left[ \frac{dH - dh}{H-h} + \frac{dl}{l} \right] \text{ en radianes.}$$

Supongamos:

$$dl = \pm 2 \mu\text{m} \quad dH = \pm 1 \mu\text{m} \quad dh = \pm 1 \mu\text{m}$$

En los dos últimos, los errores son debidos a planedad del mármol y a paralelismo de la regla de senos.

Si  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\therefore \text{sen } \alpha = 0,342$  y  $(H-h) = 34,202$  mm.

Luego:

$$d\alpha = \pm \frac{0,342}{0,94} \left[ \frac{2}{34,202} + \frac{2}{100} \right] \cdot 206''$$

$$d\alpha = \pm 0,364 [0,058 + 0,020] \cdot 206 = \pm 5,7''$$

Si tomáramos:  $dh = \pm 0,5 \mu\text{m}$  (error más probable), nos daría:  $\pm 4,8''$

Se pueden considerar por cálculo en tales condiciones y para diversos ángulos, los siguientes errores:

Para $\alpha = 1^\circ$	$d\alpha = 6 \, 3,13''$
Para $\alpha = 15^\circ$	$d\alpha = 6 \, 4,4''$
Para $\alpha = 30^\circ$	$d\alpha = 6 \, 6''$
Para $\alpha = 45^\circ$	$d\alpha = 6 \, 8,5''$
Para $\alpha = 60^\circ$	$d\alpha = 6 \, 140''$

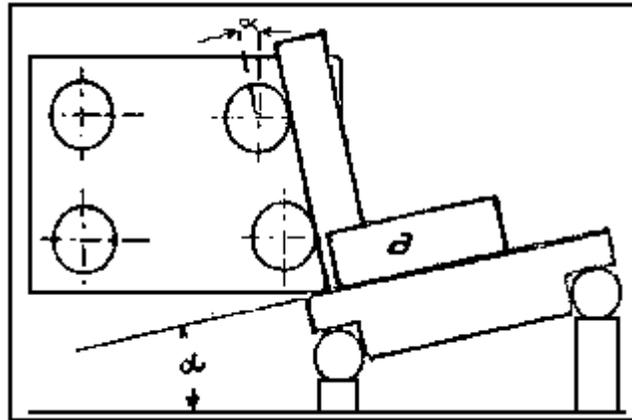


Figura 14

El cálculo anterior es una simplificación del caso real, pues no han sido considerados:

- los errores de las dos lecturas del comparador y su corrección cuando la longitud de la pieza es diferente a la de la regla de senos.
- la incertidumbre de los bloques patrón.
- la corrección del error de paralelismo debida al ángulo que forma con el plano (Ángulo aproximado que se mide).

(Cabe destacar que todos ellos afectan la magnitud de las componentes H y h).

Para  $\alpha > 60^\circ$ , la regla de senos común es difícil de manipular. Trabajando con una escuadra patrón de precisión de las antes mencionadas, como complemento de la medición, cuyo error era de  $63 \mu\text{m}$ , el mismo se transforma en un error angular de  $660''$ .

Resulta pues conveniente, trabajar hasta  $60^\circ$ , sin escuadra complementaria, figura 14, pues a los errores provocados por el conjunto regla-mármol-bloques hay que sumarle el propio de la escuadra. O sea que:

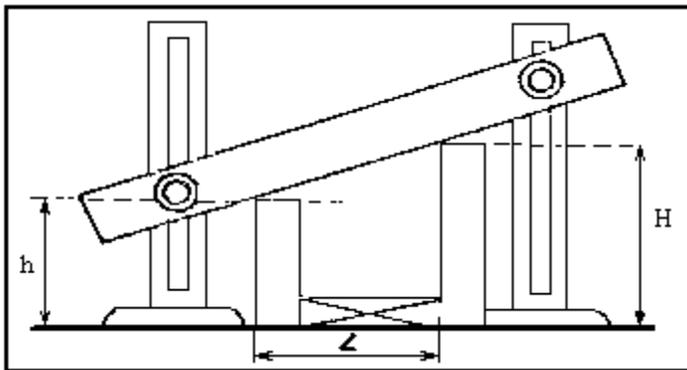


Figura 15

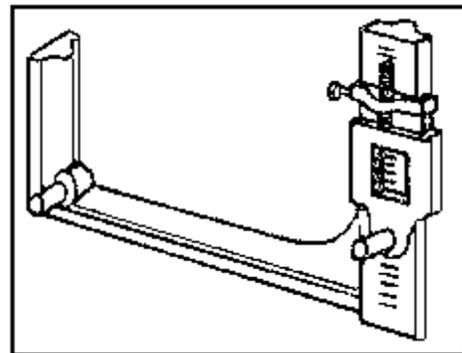


Figura 16

para  $\alpha = 60^\circ$ , un error de  $66''$  para la regla, con  $\alpha = 30^\circ$  dará

612'' de error total, aproximado a los 614'' de verificación directa con regla y con la simplicidad de no agregar otro elemento (la escuadra).

Para un ángulo de 80°, tendremos  $d\alpha = 64''$  para  $\alpha = 10^\circ$ , que nos dará un total de 610'' con la escuadra como complemento.

Puesto que la medición con regla de senos insume considerable tiempo, no se emplea para control de piezas producidas en serie, reservándose para mediciones de precisión en laboratorio o producción de pequeñas cantidades.

### Regla de tangentes

Es una variante de la de senos, que trabaja como se ve en la fig. 15. En la figura 16, la regla graduada evita la utilización de bloques aunque los errores que se cometen son mucho mayores.

Se puede materializar un ángulo pequeño con mucha precisión, figura 17, mediante el uso de rodillos calibrados, un bloque intermedio y un paralelo de precisión apoyado sobre los rodillos.

Tenemos así: 
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CB}{AC}$$

$$CB = OC - AM = \frac{D-d}{2}$$

pero: 
$$ac = \frac{D+d}{2} + l$$

Luego: 
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{D-d}{2}}{\frac{D+d}{2} + l} = \frac{D-d}{D+d+2l}$$

y 
$$\alpha = 2\beta$$

Es decir: 
$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{D+d+2l}$$

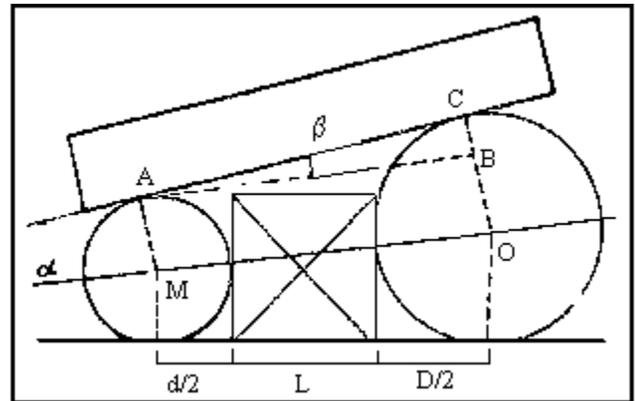


Figura 17

### III. Métodos Goniométricos

Son instrumentos de medición de ángulos, utilizados cuando la precisión de medida requerida no es grande. Para tener una idea de las precisiones angulares empleando los diferentes instrumentos para medir ángulos, en el siguiente listado se citan por orden creciente de precisión:

1) Goniómetro común	1°
2) Goniómetro con sistema limbo-vernier	10' – 6' – 5'
3) Goniómetro óptico	10'
4) Microscopio goniométrico	1'
5) Escantillones angulares	5' y 1'
6) Mesas para coordenadas polares	10''
7) Reglas de seno con bloques patrón	6'' a 10''
8) Transportador de senos	6'' a 10'' (esa mayor precisión se logra porque los factores de error del comparador, apoyos sobre mármol, etc. no existen)
9) Máquina para grabar circular SIP	± 1''

La misma precisión presentan las mesas circulares de las modernas máquinas de medir.

El más conocido es el **goniómetro común**, conocido también como escuadra universal, indicado en la figura 18 que consta de un cuerpo 1, dentro del cual gira el disco graduado en grados y divididos estos en dos partes. Es decir, que la lectura con respecto a una línea de referencia marcada sobre 1, se obtiene en 30'. La posibilidad de girar el limbo que arrastra a la regla 2, se obtiene aflojando dos tornillos situados en la parte posterior de la pieza 1. Esta última lleva un nivel para medir ángulos con respecto a la horizontal, es decir, para horizontalizar su base de apoyo. La pieza roscada 3, fija la regla 2, la cual puede desplazarse en ambos sentidos perfectamente guiada. La pieza 4, permite el trazado de diámetros para buscar centros en los extremos de piezas cilíndricas y la 5 los ángulos de 45° y 90° y llevando asimismo un nivel para horizontalizar. En el **goniómetro con sistema limbo-vernier** se obtienen lecturas en 10', 6' y 5', de acuerdo con el número de divisiones del vernier como ya se vio anteriormente.

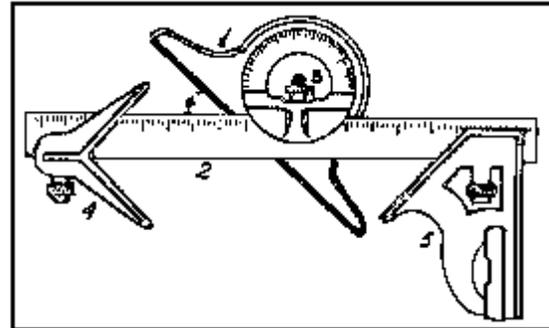


Figura 18

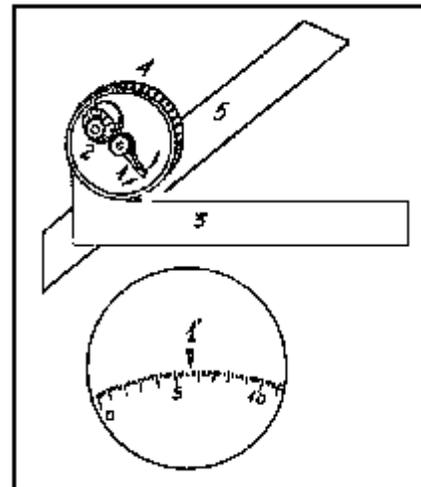


Figura 19

El **goniómetro óptico** figura 19 lleva un limbo transparente graduado en grados y divididos estos en seis partes, permitiendo lecturas de 10' que se hacen con referencia a la flecha fija 1'. La observación se efectúa por 2. Haciendo girar la palanca 1, se libera la regla 5 que puede desplazarse en ambos sentidos. Actuando sobre el moleteado exterior 4, con un pequeño giro a uno u otro lado, se fija el ángulo o se libera 5 pudiendo girársela para formar cualquier ángulo con la regla 3.

La mayor precisión, (0,1''), se obtiene con polígono óptico y anteojo autocolimador.

El principal error de los instrumentos goniométricos se produce cuando el centro de rotación del vernier no es rigurosamente concéntrico con el centro del limbo graduado. En el óptico ocurre cuando el ocular no es concéntrico con el limbo.

En algunos aparatos es posible efectuar dos lecturas opuestas  $180^\circ$  y adoptar el valor medio, procedimiento que no se aplica a los instrumentos de taller.

Veamos la influencia de este error de excentricidad (figura 20): Sea O el centro del círculo graduado (limbo) de radio R, y A el centro de giro del disco vernier, siendo el segmento OA la excentricidad “e”. Si se mide un ángulo  $\alpha$ , la lectura con ayuda del vernier se hace en B, mientras tendría que hacerse en C si no existiera excentricidad; se lee entonces  $(\alpha - \delta)$  en lugar de  $\alpha$ .

En el triángulo AOB (figura 20) se tiene: 
$$\frac{\text{sen} \delta}{OA} = \frac{\text{sen}(180 - \alpha)}{OB}$$

Por ser  $\delta$  pequeño:

$$\delta = \frac{e}{R} \text{sen} \alpha \text{ (radianes)}$$

$$\delta'' = \frac{e}{R} \text{sen} \alpha = 206.000''$$

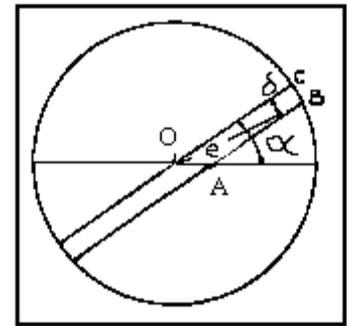


Figura 20

El error sigue una ley sinusoidal: para  $\alpha = 0$  el error es nulo  
para  $\alpha = 90^\circ$  el error es máximo y su valor es  $e/206.000''$ .

Si se quiere limitar el error a:  $\pm 60''$  en un instrumento con limbo graduado de  $R = 27 \text{ mm}$ , es necesario que  $e < \frac{60}{206.000} \cdot 27 \text{ mm}$

o sea  $e < 0,008 \text{ mm}$ ; de manera que se requiere una fabricación cuidadosa.

### Instrumentos de medición y de trabajo que utilizan el principio de la Regla de Senos

**Transportador de senos** de la *Precisión Mecánica*, figura 21. Los bloques patrón van colocados en posición invariable, permitiendo formar a la reglilla móvil, los ángulos correspondientes dentro de la precisión expuesta.

Las **Mesas de senos** construidas por Johansson, fig.22, son especialmente aptas para medir y mecanizar superficies en ángulo, en piezas de precisión. Las dos caras de fijación ranuradas, son rectificadas con alta precisión a  $90^\circ$ .

Fijando la pieza en la mesa más grande se obtienen ángulos de  $0^\circ$  a  $45^\circ$  y en la normal, de  $45^\circ$  a  $90^\circ$ .

El giro es alrededor del eje A, de distancia invariable y muy precisa respecto al rodillo B, montado sobre las caras, que apoya a su vez sobre el asiento cilíndrico rectificado de la base.

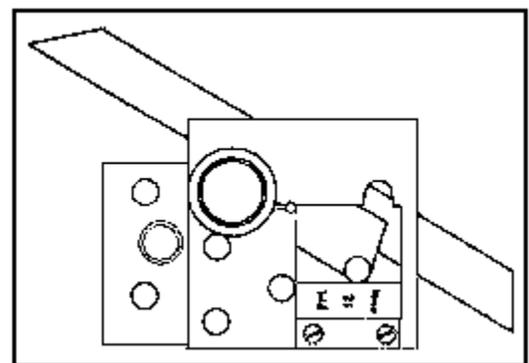


Figura 21

Las guías circulares facilitan la fijación en las posiciones definidas para efectuar el trabajo con las tuercas de apriete. Provista de una base de apoyo circular con limbo dividido en grados, se puede girar la mesa 360° sobre un eje vertical de acuerdo a las necesidades, y bloquearla en la posición deseada.

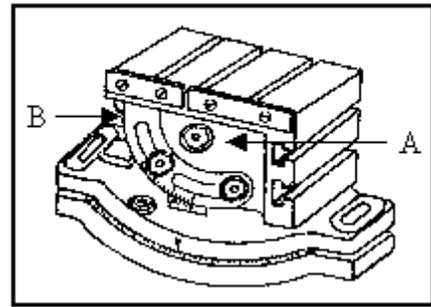


Figura 22

Existen mesas de senos universales que constan de dos mesas articuladas en forma parecida a la explicada, ubicadas entre sí a 90°, que pueden formar cualquier ángulo en el espacio con la ayuda de bloques. Son las mesas de senos dobles.

En la Johansson, la ubicación a 45°, se hace mediante un bloque de 5 mm. La regla de senos de la figura 23, tiene una disposición especial, que facilita la verificación de ángulos y conos.

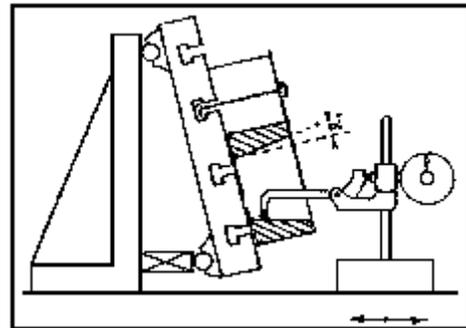


Figura 23

La mesa con dos puntas apoyadas y guiadas sobre una mesa de senos, figura 24, fabricada por TAFT-Pierce (U.S.A.), permite la verificación de calibres cónicos y conos entre puntas, llevando la medición la misma línea de referencia que para el trabajo de rectificado de la pieza, que es el eje de dichos conos.

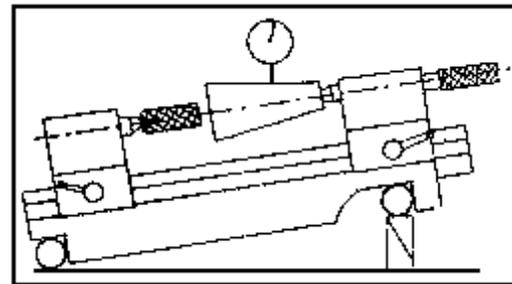


Figura 24

La medición se hace siempre sobre un mármol y con un comparador a reloj. Obsérvese que la misma está referida al eje definido por los centros de la pieza.

**Medición de Conos:** salvo el caso de los calibres fijos, los otros métodos son trigonométricos.

#### a) Calibres fijos

Para controlar conos hembra, se emplean calibres machos. Pueden tener la forma completa del cono, o la plana trapecial (figuras 25a y 25b).

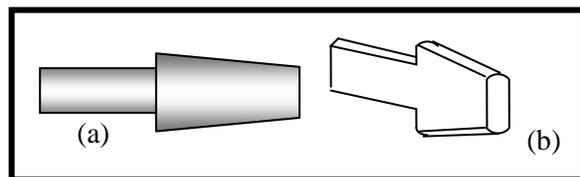


Figura 25

Para el control de conos macho, tienen la forma complementaria hembra, ya sea cónica tubular completa, o la forma plana.

#### b) Anillos calibrados

Se colocan 2 anillos perpendiculares al eje del cono, apoyados sobre soportes en V (figura 26).

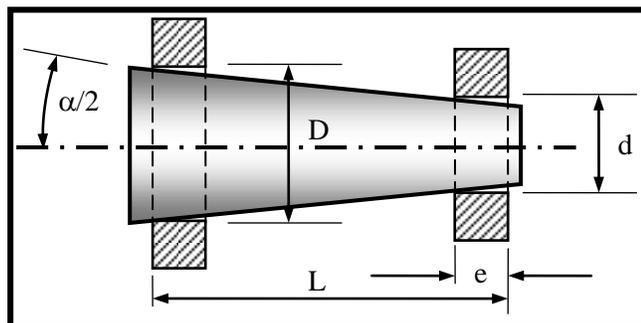


Figura 26

$$\operatorname{Tg}(\alpha/2) = \frac{D/2 - d/2}{L - e}$$

**c) Rodillos calibrados y bloques patrón**

$$\operatorname{Tg}(\alpha/2) = \frac{M - m}{2L}$$

Las cotas M y m se miden con micrómetro de exteriores. Debe asegurarse el paralelismo entre los rodillos (figura 27)

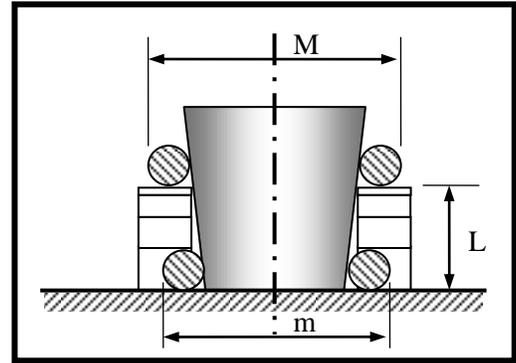


Figura 27

**d) Discos o anillos para conos hembra**

$$\operatorname{Tg}(\alpha/2) = \frac{D - d}{2M} \quad \text{donde} \quad M = L_2 - L_1$$

(figura 28)

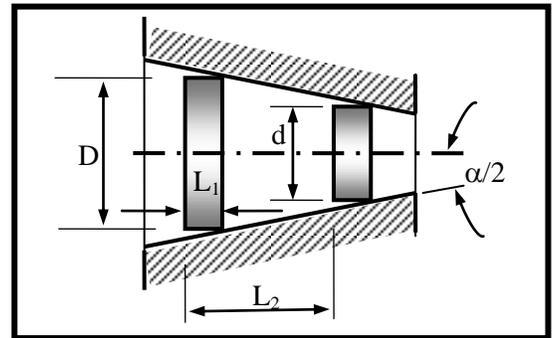


Figura 28

**e) Esferas calibradas para conos hembra**

$$\operatorname{Sen}(\alpha/2) = \frac{D/2 - d/2}{M - m - D/2 + d/2}$$

Las cotas M y m se miden con micrómetro de profundidad (figura 29)

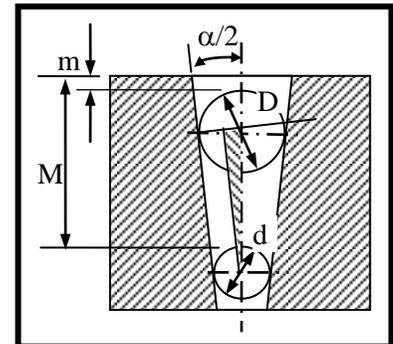


Figura 29

---

**Bibliografía**

Eduardo Martínez de San Vicente, “Metrología Mecánica”, (UNR).  
D. Lucchesi, “Metrotécnica, Tolerancias e Instrumentación”, Ed. Labor.



Francis T. Farago, “Handbook of Dimensional Measurement”, Industrial Press Inc.