Prácticas Demostrativas con Matlab

2017

Práctica demostrativa Nº 1

Funciones y series en variable compleja

Obtener el valor de las siguientes funciones en un punto dado, z_0,

a) evaluando la función en el punto,
b) calculando el valor de la serie de N términos.

$$\mathbf{f_1=e^Z}$$
$$\mathbf{f_2=sin(z)}$$

c) Instrucciones para calcular el valor de la función en el punto:

```
>> clear all   % limpia el espacio de variables
>> z0=i*pi;    % ingresa el valor de z0=j*pi
>> f1=exp(z0)   % calcula f1 para el valor dado de z0
```

d) A continuación aproximamos el valor de la función por la serie de Taylor:

$$e^z = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

Una opción es hacer la suma acumulativa de N términos:

```
>> s1=1;     % Primer término de la serie
>>  s1=s1+z0^1/factorial(1)   % Suma de la serie hasta el segundo
término
>> s1=s1+z0^2/factorial(2)  % Suma de la serie hasta el tercer término
>> s1=s1+z0^3/factorial(3)  % Suma de la serie hasta el cuarto término
```

Compruebe que con el término décimo quinto se obtiene una buena aproximación de la función.

Otra forma de obtener la serie es calculando un único vector que contiene los valores de cada término de la serie, y finalmente hacer la suma:

```
>> N=15;  % Cantidad de términos de la serie
>> n=[0:N]  % Vector de índices de 0 a N
>> t1=z0.^n./factorial(n)   % Calcula cada término de la serie
>> s1=sum(t1)    % Calcula la sumatoria de los N términos
```

Una tercera opción es hacer un lazo, ya que algunas versiones de Matlab no admiten aplicar la función 'factorial' a vectores y matrices.

```
>> N=15;  % Cantidad de términos de la serie
>> s1=1;  % Se inicializa la suma
>> for k=1:N
>>     s1=s1+z0^k/factorial(k)
>> end
```

- Repita la operación para otros valores de $\mathbf{z_0}$.

- Repita todo el ejercicio para $\mathbf{f_2}$**= sen(z).**

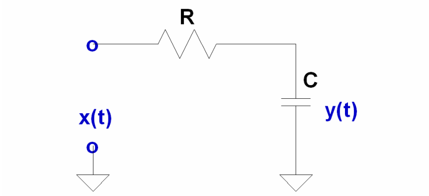
<u>Nota</u>: La función seno en Matlab es `'sin'`.

Recuerde que la serie que representa al seno es: $\sin(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{z^{2n-1}}{(2n-1)!}$.

Práctica demostrativa Nº 2
Análisis de sistemas lineales en el dominio temporal

1) Respuesta de sistemas lineales de 1º y 2º orden

a) Consideremos el siguiente circuito RC:



representado por la ecuación diferencial $\tau y'(t) + y(t) = x(t)$, con $\begin{array}{l} R = 15{,}5\ K\Omega \\ C = 470\ \mu F \\ RC = \tau = 7.285\ s \end{array}$.

Previamente se resolvió esta ecuación diferencial (pág. 59 del módulo de teoría) con una entrada de amplitud 3 V y una condición inicial $y(0)$=1V. Si se considera que la entrada se aplica en t=0 la solución obtenida vale para $t > 0$, es decir:

$$y(t) = \left(3 - 2.e^{-t/\tau}\right)u_s(t)$$

Además, sabemos que podemos descomponer a esa solución de dos maneras diferentes:

$y(t)$

$$y_h(t) = -2.e^{-t/\tau}u_s(t) \quad + \quad y_p(t) = 3u_s(t)$$

$$y_l(t) = e^{-t/\tau}u_s(t) \quad + \quad y_f(t) = \left(3 - 3.e^{-t/\tau}\right)u_s(t)$$

Grafique las funciones anteriores en $0 < t < 50$ s. En un gráfico dibuje las soluciones homogénea, particular y total, y en el otro la libre, la forzada y la total.

```
>> t=linspace(0,50,1000);
```

Esta sentencia genera un vector con 1000 valores equiespaciados que van de 0 a 50.

Antes de escribir las funciones que vamos a graficar es necesario definir las constantes:

```
>> R=15.5e3;
>> C=470e-6;
>> tau=R*C;
```

Observe que Matlab es sensible a mayúsculas y minúsculas.

Ahora sí estamos en condiciones de escribir las funciones de salida.

```
>> yh=-2*exp(-t/tau);
>> yp=3;
>> yl=exp(-t/tau);
>> yf=3-3*exp(-t/tau);
```

No es necesario multiplicar a las funciones por el escalón unitario ya que nuestro eje de tiempo está definido a partir del 0.

Por último graficamos las funciones.

```
>>plot(t,yh,'b',t,yp,'r',t,yh+yp,'k');
>>axis([0,50,-3,4])
>>figure
>>plot(t,yl,'b',t,yf,'r',t,yl+yf,'k');
>>axis([0,50,-3,4])
```

Esta instrucción permite graficar en una misma figura varias funciones en forma simultánea.
Las letras entre apóstrofes indican el código de colores de las líneas.

Observe los gráficos y complete:

- La solución en régimen permanente es igual a ....Volts, y es igual a la solución ....
- En el primer gráfico puede verse que la componente transitoria de la solución está dada por la solución ....
- La solución libre depende de ....
- La solución forzada depende de la.................... y del...................., con condiciones iniciales.......................

b) Consideremos un sistema de segundo orden representado por la ecuación diferencial dada abajo.

$$y''(t)+ay'(t)+by(t)=x(t)$$

Las raíces de la ecuación característica dependen de los coeficientes, *a* y *b*, de la ecuación diferencial. En el caso en que *a*=*b*=1 dichas raíces son $r_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$, y por lo tanto la solución homogénea tendrá la forma $y_h(t)=c_1e^{-t/2}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+c_2e^{-t/2}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$.

Se aplican al sistema dos entradas diferentes: en primer lugar una entrada senoidal de frecuencia angular ω=3, $x(t)=\sin(3t)\,u_s(t)$ ($y(0)=-0.25$ *V*; $y'(0)=0$ *V*), y en segundo lugar un pulso cuadrado de amplitud 1 *V* y duración 30 *s*, $x(t)=(u_s(t)-u_s(t-30))$($y(0)=-1$ *V*; $y'(0)=0$ *V*).

Para analizar los casos presentados corra el programa 'SegundoOrden.m':

```
>> SegundoOrden
```

Cuando solicita los valores ingrese: *a*=1, *b*=1.
Para hacer los gráficos se ingresa también, para cada caso en particular, el rango de valores de la función, de modo de poder observarlas de manera apropiada. La primera vez que se solicitan es conveniente asignar $y_{min}=-0.3$, $y_{max}=0.3$. La segunda vez que se piden serán $y_{min}=-1.5$, $y_{max}=2$.
En el caso de la entrada senoidal ¿puede observarse una parte transitoria en la respuesta? ¿Cómo es el comportamiento del sistema en régimen permanente?...
....

¿Qué puede decir del caso en que la señal de excitación es un pulso con respecto al régimen transitorio?

Para pensar:

¿Qué ocurre si la ecuación diferencial es $y''(t)-\frac{2}{25}y'(t)+\frac{626}{625}y(t)=x(t)$? Observe las raíces de la ecuación característica (utilice la función 'roots'). ¿En qué cambia el comportamiento del sistema al tener estas raíces?
Corra el programa 'SegundoOrdenb' ingresando los valores de *a* y *b* correspondientes.

```
>> SegundoOrdenb
```

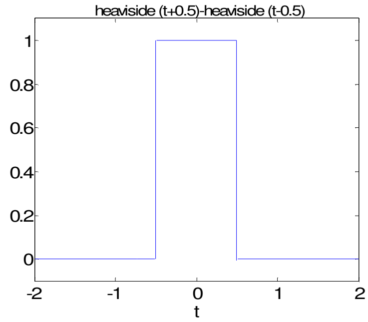
Cuando se soliciten y_{min} e y_{max} ingrese -10 para los mínimos y 10 para los máximos.
Este sistema es <u>estable/inestable</u>

Observaciones:

- Los sistemas son ESTABLES si sus ecuaciones características tienen raíces con parte real ¡........................!
- En los sistemas inestables no se puede hablar de respuesta en régimen permanente.

Práctica demostrativa Nº 3
Convolución

a) Considere un pulso centrado en el origen, de duración d=1 y amplitud A=1, que representa tanto la señal de entrada $x(t)$ como la respuesta al impulso $h(t)$ como se ve en la siguiente figura.

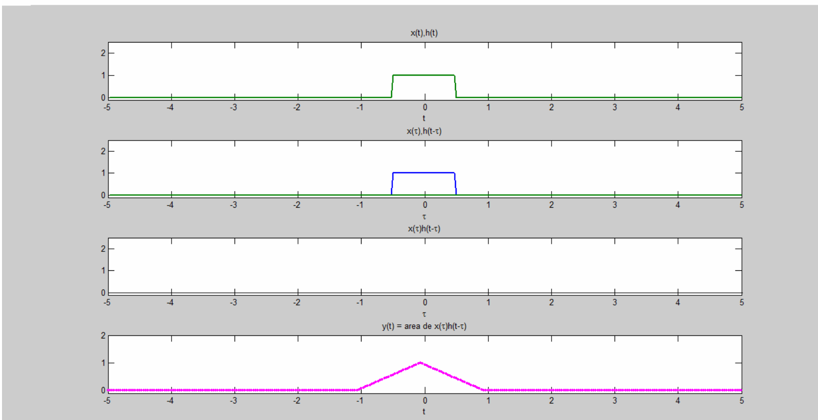


Calcular y graficar en Matlab la señal de salida del sistema a través de la integral de convolución $y(t)=x(t)*h(t)$.

Solución
Resolvemos el problema corriendo en Matlab el programa correspondiente, tipeando en la ventana de comandos:

```
>>convolucion1
```

Se obtiene un gráfico como el siguiente

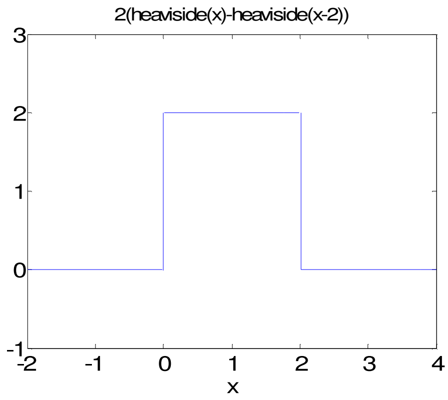


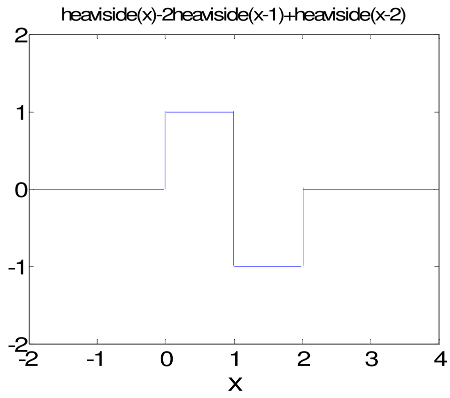
¿Qué características se observan en $y(t)$?

- El ancho de duración de la salida es la suma de los anchos de duración de $x(t)$ y $h(t)$. Es decir, $x(t)$ y $h(t)$ tienen duración 1 e $y(t)$ tiene duración 1+1=2.
- La salida $y(t)$ comienza a tomar valores a partir de la suma de los tiempos iniciales de $x(t)$ y $h(t)$. Es decir, $x(t)$ y $h(t)$ comienzan en t = -0,5 e $y(t)$ comienza en t = -0,5+(-0,5) = -1.
- La salida $y(t)$ es continua.
- La salida presenta dos tramos no nulos, el primero de pendiente positiva entre $0 \leq t \leq 1$ y el segundo de pendiente negativa. El primero se corresponde con el intervalo en que el pulso que desplazamos va entrando en el que dejamos fijo. A medida que ocurre esto, el área que calculamos para cada t va aumentando con el desplazamiento de t. Luego de que el pulso desplazado entra en el que dejamos fijo, comienza a salir del mismo en $1 \leq t \leq 2$, por lo que el área

del producto comienza a disminuir, hasta que finalmente el pulso desplazado sale completamente. A partir de allí $y(t)$=0.

b) Considere ahora una señal de entrada $x(t)$ como la que se observa a la izquierda y una respuesta al impulso $h(t)$ como la de la derecha





Resolver con Matlab la convolución primero usando la definición

$$y_1(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \, ,$$

y luego aplicando $y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$.

Solución

Ejecute primero `>>convolucion2` y observe los resultados para y_1.

Ejecute ahora `>>convolucion2b` y observe los resultados para y_2.

Compare las salidas obtenidas: ¿Qué conclusión obtiene? ¿Qué propiedad acaba de verificar?

....

....

....

....